

पर्ल बुक्स

गणित आरव

सहायक पुस्तिका : 8



1

परिमेय संख्याएँ

प्रश्नावली 1.1

1. (i) $\frac{-11}{9}$ का अंश = -11, (ii) $\frac{7}{-18}$ का अंश = 7,
 (iii) $\frac{-13}{-15}$ का अंश = -13, (iv) $\frac{-12}{25}$ का अंश = -12,
 (v) $\frac{61}{-100}$ का अंश = 61.
2. (i) $\frac{8}{-4} = \frac{8 \div (-4)}{-4 \div (-4)} = -2$ (ii) $\frac{-11}{1} = -11$
 (iii) $\frac{23}{1} = 23$ (iv) $\frac{-18}{6} = \frac{-18 \div 6}{6 \div 6} = -3$
 (v) $\frac{21}{-7} = \frac{21 \div (-7)}{-7 \div (-7)} = -3$
3. (i) $\frac{-7}{12} = \frac{-7 \times (-1)}{12 \times (-1)} = \frac{7}{-12}$ (ii) $\frac{-17}{32} = \frac{-17 \times (-1)}{32 \times (-1)} = \frac{17}{-32}$
 (iii) $\frac{-12}{-37} = \frac{-12 \times (-1)}{-37 \times (-1)} = \frac{12}{37}$ (iv) $\frac{-23}{-41} = \frac{-23 \times (-1)}{-41 \times (-1)} = \frac{23}{41}$
4. (i) $\frac{-9}{-11} = \frac{-9 \times (-1)}{-11 \times (-1)} = \frac{9}{11}$ (iii) $\frac{-4}{-19} = \frac{-4 \times (-1)}{-19 \times (-1)} = \frac{4}{19}$
 (ii) $\frac{11}{-17} = \frac{11 \times (-1)}{-17 \times (-1)} = \frac{-11}{17}$ (iv) $\frac{7}{-13} = \frac{7 \times (-1)}{-13 \times (-1)} = \frac{-7}{13}$
 (v) $\frac{6}{-11} = \frac{6 \times (-1)}{-11 \times (-1)} = \frac{-6}{11}$
5. (i) 16 (ii) -20
 $\therefore 16 \div 4 = 4$ $\therefore -20 \div 4 = -5$

$$\therefore \frac{4}{5} = \frac{4 \times 4}{5 \times 4} = \frac{16}{20}$$

(iii) 28

$$\because 28 \div 4 = 7$$

$$\therefore \frac{4}{5} = \frac{4 \times 7}{5 \times 7} = \frac{28}{35}$$

(v) 36

$$\because 36 \div 4 = 9$$

$$\therefore \frac{4}{5} = \frac{4 \times 9}{5 \times 9} = \frac{36}{45}$$

6. (i) 7

$$\because -7 \times (-1) = 7$$

$$\therefore \frac{-5}{-7} = \frac{5 \times (-1)}{7 \times (-1)} = \frac{5}{7}$$

(iii) 21

$$\because -7 \times (-3) = 21$$

$$\therefore \frac{-5}{7} = \frac{-5 \times (-3)}{-7 \times (-3)} = \frac{15}{21}$$

(v) -56

$$\because -7 \times 8 = -56$$

$$\therefore \frac{-5}{-7} = \frac{-5 \times 8}{-7 \times 8} = \frac{-40}{-56}$$

7. (i) $\frac{-9}{21}$

$$\because 9 \text{ व } 21 \text{ का म०स०} = 3$$

$$\therefore \frac{-9}{21} = \frac{-9 \div 3}{21 \div 3} = \frac{-3}{7}$$

(iii) $\frac{21}{-36}$

$$\because 21 \text{ व } 36 \text{ का म०स०} = 3$$

$$\therefore \frac{21}{-36} = \frac{21 \div (-3)}{-36 \div (-3)} = \frac{-7}{12}$$

$$\therefore \frac{4}{5} = \frac{4 \times (-5)}{5 \times (-5)} = \frac{-20}{-25}$$

(iv) -32

$$\because -32 \div 4 = -8$$

$$\therefore \frac{4}{5} = \frac{4 \times (-8)}{5 \times (-8)} = \frac{-32}{-40}$$

(ii) -14

$$\because -7 \times 2 = -14$$

$$\therefore \frac{-5}{-7} = \frac{-5 \times 2}{-7 \times 2} = \frac{-10}{-14}$$

(iv) -35

$$\because -7 \times 5 = -35$$

$$\therefore \frac{-5}{-7} = \frac{-5 \times 5}{-7 \times 5} = \frac{-25}{-35}$$

(ii) $\frac{-18}{-27}$

$$\because 18 \text{ व } 27 \text{ का म०स०} = 9$$

$$\therefore \frac{-18}{-27} = \frac{-18 \div (-9)}{-27 \div (-9)} = \frac{2}{3}$$

(iv) $\frac{-36}{64}$

$$\because 36 \text{ व } 64 \text{ का म०स०} = 4$$

$$\therefore \frac{-36}{64} = \frac{-36 \div 4}{64 \div 4} = \frac{-9}{16}$$

$$(v) \frac{91}{364}$$

$\therefore 91$ व 364 का म०स० = 91

$$\therefore \frac{91}{364} = \frac{91 \div 91}{364 \div 91} = \frac{1}{4}$$

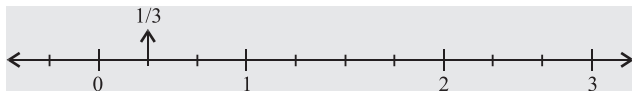
8. रिक्त स्थान भरिए—

$$(i) \frac{-3}{4} = \frac{\quad}{-40} = \frac{\quad}{28}$$

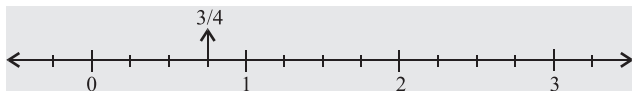
$$(ii) \frac{-5}{-8} = \frac{\quad}{24} = \frac{25}{\quad}$$

प्रश्नावली 1.2

1. (i) $\frac{1}{3}$



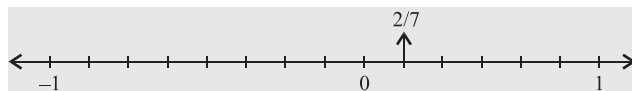
(ii) $\frac{3}{4}$



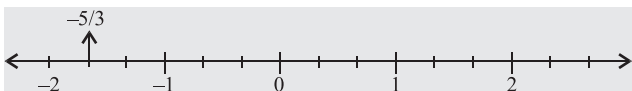
(iii) $\frac{-3}{4}$



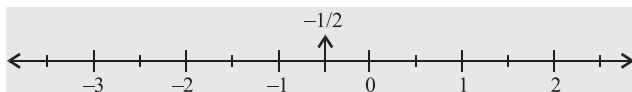
(iv) $\frac{2}{7}$



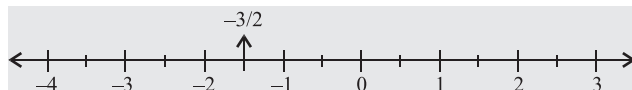
(v) $\frac{-5}{3}$



(vi) $\frac{-1}{2}$



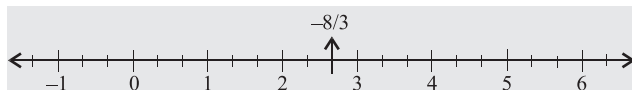
(vii) $\frac{-3}{2}$



(viii) $\frac{-12}{5}$



(ix) $\frac{8}{3}$



(x) $\frac{15}{7}$



2. (i) $\frac{-15}{45}$ तथा $\frac{-16}{48}$

$\therefore$ 45 व 48 का ल.सं०

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 720$$

$$\text{तब, } \frac{-15}{45} = \frac{-15 \times 16}{45 \times 16} = \frac{-240}{720}$$

$$\text{तथा, } \frac{-16}{48} = \frac{-16 \times 15}{48 \times 15} = \frac{-240}{720}$$

अतः $\frac{-15}{45}$ तथा $\frac{-16}{48}$ समान परिमेय संख्याएँ हैं।

2	45, 48
2	45, 24
2	45, 12
2	45, 6
3	45, 3
3	15, 1
5	5, 1
	1, 1

$$(ii) \frac{2}{3} \text{ तथा } \frac{-50}{-80}$$

$\therefore 3$ व 80 का ल०स०

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 240$$

$$\text{तब, } \frac{2}{3} = \frac{2 \times 80}{3 \times 80} = \frac{160}{240}$$

$$\text{तथा, } \frac{-50}{-80} = \frac{-50 \times 3}{-80 \times 3} = \frac{-150}{-240} = \frac{150}{240}$$

$$\therefore \frac{160}{240} \neq \frac{150}{240} \Rightarrow \frac{2}{3} \neq \frac{-50}{-80}$$

अतः $\frac{2}{3}$ तथा $\frac{-50}{-80}$ असमान परिमेय संख्याएँ हैं।

2	3, 80
2	3, 40
2	3, 20
2	3, 10
3	3, 5
5	1, 5
	1, 1

$$3. (i) \frac{-7}{9}, \frac{-5}{21}$$

$\therefore 9$ व 21 का म०स० $= 3 \times 3 \times 7 = 63$

$$\text{तब, } \frac{-7}{9} = \frac{-7 \times 7}{9 \times 7} = \frac{-49}{63} \text{ तथा } \frac{-5}{21} = \frac{-5 \times 3}{21 \times 3} = \frac{-15}{63}$$

$$\therefore \frac{-49}{63} < \frac{-15}{63} \Rightarrow \frac{-7}{9} < \frac{-5}{21}$$

अतः $\frac{5}{21}$ बड़ी परिमेय संख्या है।

3	9, 21
3	3, 7
7	1, 7
	1, 1

$$(ii) \frac{-4}{-6}, \frac{3}{-7}$$

$$\therefore \frac{4}{-9} = \frac{4 \times 7}{9 \times 7} = \frac{28}{63} \text{ तथा } \frac{3}{-7} = \frac{-3 \times 9}{7 \times 9} = \frac{-27}{63}$$

$$\text{तथा, } \frac{28}{63} > \frac{-27}{63} \Rightarrow \frac{-4}{-9} > \frac{3}{-7}$$

अतः $\frac{-4}{-9}$ बड़ी परिमेय संख्या है।

$$(iii) \frac{6}{-5}, \frac{-7}{6}$$

$$\therefore \frac{6}{-5} = \frac{-6 \times 6}{5 \times 6} = \frac{-36}{30} \text{ तथा } \frac{-7}{6} = \frac{-7 \times 5}{6 \times 5} = \frac{-35}{30}$$

$$\text{तब, } \frac{-36}{30} < \frac{-35}{30} \Rightarrow \frac{6}{-5} < \frac{-7}{6}$$

अतः $\frac{-7}{6}$ बड़ी परिमेय संख्या है।

$$(iv) -3, \frac{-8}{3}$$

$$\therefore -3 = \frac{-3 \times 3}{1 \times 3} = \frac{-9}{3} \text{ तथा } \frac{-8}{3} = \frac{-8}{3}$$

$$\text{तब, } \frac{-9}{3}, \frac{-8}{3}$$

अतः $\frac{-8}{3}$ बड़ी परिमेय संख्या है।

$$(v) \frac{-7}{12}, \frac{5}{-8}$$

$$\therefore \frac{-7}{12} = \frac{-7 \times 2}{12 \times 2} = \frac{-14}{24}$$

$$\text{तथा, } \frac{5}{-8} = \frac{-5 \times 3}{8 \times 3} = \frac{-15}{24}$$

$$\text{तब, } \frac{-14}{24} > \frac{-15}{24} \Rightarrow \frac{-7}{12} > \frac{5}{-8}$$

अतः $\frac{-7}{12}$ बड़ी परिमेय संख्या है।

$$(vi) \frac{-3}{4}, \frac{-5}{8}$$

$$\therefore \frac{-3}{4} = \frac{-3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{-6}{8} \text{ तथा } \frac{-5}{8} = \frac{-5}{8}$$

$$\text{तब, } \frac{-6}{8} < \frac{-5}{8} \Rightarrow \frac{-3}{4} < \frac{-5}{8}$$

अतः $\frac{-5}{8}$ बड़ी परिमेय संख्या है।

$$4. (i) \frac{-5}{6}, \frac{4}{7}, \frac{11}{-24}, \frac{-3}{-12}$$

$\therefore 6, 7, -24$ व 12 का ल०स०

$$\Rightarrow 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 168$$

$$\text{तब, } \frac{-5}{6} = \frac{-5 \times 28}{6 \times 28} = \frac{-140}{168},$$

$$\frac{4}{7} = \frac{4 \times 24}{7 \times 24} = \frac{96}{168}, \frac{11}{-24}$$

$$= \frac{-11 \times 7}{24 \times 7} = \frac{-77}{168}$$

$$\text{व } \frac{-3}{-12} = \frac{3 \times 14}{12 \times 14} = \frac{42}{168}$$

$$\therefore \frac{96}{168} > \frac{42}{168} > \frac{-77}{168} > \frac{-140}{168}$$

$$\text{अतः } \frac{4}{7} > \frac{-3}{-12} > \frac{11}{-24} > \frac{-5}{6} \text{ अवरोही क्रम में हैं।}$$

$$(ii) \frac{7}{11}, \frac{-3}{5}, \frac{-2}{3}$$

$$\therefore 11, 5 \text{ व } 3 \text{ का ल.सं.} = 11 \times 5 \times 3 = 165$$

$$\text{तब, } \frac{7}{11} = \frac{7 \times 15}{11 \times 15} = \frac{105}{165},$$

$$\frac{-3}{5} = \frac{-3 \times 33}{5 \times 33} = \frac{-99}{165} \text{ व } \frac{-2}{3} = \frac{-2 \times 55}{3 \times 55} = \frac{-110}{165}$$

$$\therefore \frac{105}{165} > \frac{-99}{165} > \frac{-110}{165}$$

$$\text{अतः } \frac{7}{11} > \frac{-3}{5} > \frac{-2}{3} \text{ अवरोही क्रम में हैं।}$$

2	6, 7, 24, 12
2	3, 7, 12, 6
2	3, 7, 6, 3
3	3, 7, 3, 3
7	1, 7, 1, 1
	1, 1

2	11, 5, 3
2	11, 5, 1
2	11, 1, 1
	1, 1, 1



वर्ग तथा वर्गमूल

वर्ग तथा वर्ग मूल

$$1. (i) 256 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$\therefore 256$ के गुणनखण्ड करने पर, प्रत्येक संख्या का युग्म बन रहा है।

अतः 256 एक पूर्ण वर्ग संख्या है।

(ii) $1000 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$

$\therefore$ 1000 के गुणनखण्ड करने पर, 2 व 5 का युग्म नहीं बन रहा है।

अतः 1000 एक पूर्ण वर्ग संख्या नहीं है।

(iii) $169 = 13 \times 13$

$\therefore$ 169 के गुणनखण्ड करने पर, प्रत्येक संख्या का युग्म बन रहा है।

अतः 169 एक पूर्ण वर्ग संख्या है।

(iv) $1036 = 2 \times 2 \times 7 \times 37$

$\therefore$ 1036 के गुणनफल करने पर, प्रत्येक संख्या का युग्म नहीं बन रहा है।

अतः 1036 एक पूर्ण वर्ग संख्या नहीं है।

(vi) $625 = 5 \times 5 \times 5 \times 5$

$\therefore$ 625 के गुणनखण्ड करने पर, प्रत्येक संख्या का युग्म बन रहा है।

अतः 625 एक पूर्ण वर्ग संख्या है।

(vii) $652 = 2 \times 2 \times 163$

$\therefore$ 652 के गुणनखण्ड करने पर, प्रत्येक संख्या का युग्म नहीं बन रहा है।

अतः 652 एक पूर्ण वर्ग संख्या नहीं है।

(viii) $918 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 17$

$\therefore$ 918 के गुणनखण्ड करने पर, प्रत्येक संख्या का युग्म नहीं बन रहा है।

अतः 918 एक पूर्ण वर्ग संख्या नहीं है।

(ix) $10,000 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

$\therefore$ 10,000 के गुणनखण्ड करने पर, प्रत्येक संख्या का युग्म बन रहा है।

अतः 10,000 एक पूर्ण वर्ग संख्या है।

2. (i) 324

$\therefore$ 324 एक सम संख्या है अतः यह संख्या एक सम संख्या की पूर्ण वर्ग है।

(ii) 196

$\therefore$ 196 एक सम संख्या है, अतः यह संख्या एक सम संख्या की पूर्ण वर्ग है।

(iii) 625

$\therefore$ 625 एक विषम संख्या है, अतः यह संख्या एक विषम संख्या की पूर्ण वर्ग है।

(iv) 169

$\therefore$ 169 एक विषम संख्या है, अतः यह संख्या एक विषम संख्या की पूर्ण वर्ग है।

(v) 10000

$\therefore$ 10,000 एक सम संख्या है, अतः यह संख्या एक सम संख्या की पूर्ण वर्ग है।

(vi) 576

$\therefore$ 576 एक सम संख्या है, अतः यह संख्या एक सम संख्या की पूर्ण वर्ग है।

(vii) 4489

$\therefore$ 4489 एक विषम संख्या है, अतः यह संख्या एक विषम संख्या की पूर्ण वर्ग है।

(viii) 6561

$\therefore$ 6561 एक विषम संख्या है, अतः यह संख्या एक विषम संख्या की पूर्ण वर्ग है।

3. (i) 529

$\therefore$ 529 एक विषम संख्या है, अतः यह संख्या एक विषम संख्या की पूर्ण वर्ग है।

(ii) 2601

$\therefore$ 2601 एक विषम संख्या है, अतः संख्या एक विषम संख्या की पूर्ण वर्ग है।

(iii) 2401

$\therefore$ 2401 एक विषम संख्या है, अतः यह संख्या एक विषम संख्या की पूर्ण वर्ग है।

(iv) 1024

$\therefore$ 1024 एक सम संख्या है, अतः यह संख्या एक सम संख्या की पूर्ण वर्ग है।

(v) 5625

$\therefore$ 5625 एक विषम संख्या है, अतः यह संख्या एक विषम संख्या की पूर्ण वर्ग है।

(vi) 4489

$\therefore$ 4489 एक विषम संख्या है, अतः यह संख्या एक विषम संख्या की पूर्ण वर्ग है।

4. (i) 272

$\therefore (2)^2 = 4$

$\therefore$ 272 के वर्ग का इकाई अंक 4 है।

(ii) 821

$$\because (1)^2 = 1$$

$\therefore$ 821 के वर्ग का इकाई अंक 1 है।

(iii) 52

$$\because (2)^2 = 4$$

$\therefore$ 52 के वर्ग का इकाई का अंक 4 है।

(iv) 975

$$\because (5)^2 = 25$$

$\therefore$ 975 के वर्ग का इकाई अंक 5 है।

(v) 177

$$\because (7)^2 = 49$$

$\therefore$ 177 के वर्ग का इकाई अंक 9 है।

(vi) 179

$$\because (9)^2 = 81$$

$\therefore$ 179 के वर्ग का इकाई अंक 1 है।

5. (i) $57^2 - 56^2$

$$= (57 + 56)(57 - 56)$$

$$= 113 \times 1 = 113$$

$$\{\because a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)\}$$

(ii) $82^2 - 81^2$

$$= (82 + 81)(82 - 81)$$

$$= 163 \times 1 = 163.$$

(iii) $64^2 - 63^2$

$$= (64 + 63)(64 - 63)$$

$$= 127 \times 1 = 127$$

(iv) $102^2 - 101^2$

$$= (102 + 101)(102 - 101)$$

$$= 203 \times 1 = 203.$$

(v) $349^2 - 348^2$

$$= (349 + 348)(349 - 348)$$

$$= 697 \times 1 = 697.$$

6. (i) 7 का वर्ग $= (7)^2 = 7 \times 7 = 49$,

(ii) 8 का वर्ग $= (8)^2 = 8 \times 8 = 64$,

- (iii) 12 का वर्ग $= (12)^2 = 12 \times 12 = 144$,
 (iv) 13 का वर्ग $= (13)^2 = 13 \times 13 = 169$,
 (v) 15 का वर्ग $= (15)^2 = 15 \times 15 = 225$.
7. (i) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 = (8)^2 = 64$.
 (ii) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19$
 $= (10)^2 = 100$.
 (iii) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21$
 $= (11)^2 = 121$.
 (iv) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23 + 25$
 $= (13)^2 = 169$.
8. (i) 64
 $\therefore 64 = (8)^2$
 $\therefore 64 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15$
 (ii) 81
 $\therefore 81 = (9)^2$
 $\therefore 81 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17$
 (iii) 196
 $\therefore 196 = (14)^2$
 $\therefore 196 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23 + 25 + 27$.
 (iv) 225
 $\therefore 225 = (15)^2$
 $\therefore 225 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23 +$
 $+ 25 + 27 + 29$.
 (v) 576
 $\therefore 576 = (24)^2$
 $\therefore 576 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23 + 27 + 29$
 $+ 31 + 33 + 35 + 37 + 39 + 41 + 43 + 45 + 47$.
9. (i) 12
 माना, $2m = 12$
 तब, $m = \frac{12}{2} = 6$
 तथा, $m^2 + 1 = 6^2 + 1 = 36 + 1 = 37$

$$\text{व } m^2 - 1 = 6^2 - 1 = 36 - 1 = 35$$

अतः 12, 37 व 35 पाइथागोरियन त्रिक हैं।

(ii) 10

$$\text{माना, } 2m = 10$$

$$\text{तब, } m = \frac{10}{2} = 5$$

$$\text{तथा, } m^2 + 1 = 5^2 + 1 = 25 + 1 = 26$$

$$\text{व } m^2 - 1 = 5^2 - 1 = 25 - 1 = 24$$

अतः 10, 26 व 24 पाइथागोरियन त्रिक हैं।

(iii) 20

$$\text{माना, } 2m = 20$$

$$\text{तब, } m = \frac{20}{2} = 10$$

$$\text{तथा, } m^2 + 1 = (10)^2 + 1 = 100 + 1 = 101$$

$$\text{व } m^2 - 1 = (10)^2 - 1 = 100 - 1 = 99$$

अतः 20, 101 व 99 पाइथागोरियन त्रिक हैं।

(iv) 14

$$\text{माना, } 2m = 14$$

$$\text{तब, } m = \frac{14}{2} = 7$$

$$\text{तब, } m = \frac{14}{2} = 7$$

$$\text{तथा, } m^2 + 1 = (7)^2 + 1 = 49 + 1 = 50$$

$$\text{व } m^2 - 1 = (7)^2 - 1 = 49 - 1 = 48$$

अतः 14, 50 व 48 पाइथागोरियन त्रिक हैं।

(v) 36

$$\text{माना, } 2m = 36$$

$$\text{तब, } m = \frac{36}{2} = 18$$

$$\text{तथा, } m^2 + 1 = (18)^2 + 1 = 324 + 1 = 325$$

$$\text{व, } m^2 - 1 = (18)^2 - 1 = 324 - 1 = 323$$

अतः 36, 325 व 323 पाइथागोरियन त्रिक हैं।

10. (i) 441

3	441
3	147
7	49
7	7
	1

$\therefore 441 = 3 \times 3 \times 7 \times 7$
यहाँ प्रत्येक संख्या युग्म में है।
अतः 441 एक पूर्ण वर्ग है।

(ii) 628

2	441
2	147
157	49
	1

$\therefore 2 \times 2 \times 157$
यहाँ, संख्या 157 युग्म में है।
अतः 628 एक पूर्ण वर्ग संख्या नहीं है।

(iii) 1025

$\therefore 1025 = 5 \times 5 \times 41$
यहाँ, संख्या 41 युग्म में नहीं है।
अतः संख्या 1025 पूर्ण संख्या नहीं है।

5	1025
5	205
41	41
	1

(iv) 1296

$\therefore 1296 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$
यहाँ, प्रत्येक संख्या युग्म में है।
अतः 1296 एक पूर्ण वर्ग संख्या है।

2	1296
2	648
2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

(v) 728

$\therefore 728 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 13$
यहाँ, प्रत्येक संख्या युग्म में नहीं है।
अतः 728 एक पूर्ण वर्ग संख्या नहीं है।

2	728
2	364
2	182
7	91
13	13
	1

(vi) 3549

$$\therefore 3549 = 3 \times 7 \times 13 \times 3$$

यहाँ, प्रत्येक संख्या युग्म में नहीं है।

अतः 3549 एक पूर्ण वर्ग संख्या नहीं है।

2	3549
2	1183
13	169
13	13
	1

(vii) 2916

$$\therefore 2916 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

यहाँ, प्रत्येक संख्या युग्म में है।

अतः 2916 एक पूर्ण वर्ग संख्या है।

2	2916
2	1458
3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

(viii) 9216

$$\therefore 9216 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{\times 2 \times 2 \times 3 \times 3}$$

यहाँ, प्रत्येक संख्या युग्म में है।

अतः 9216 एक पूर्ण वर्ग संख्या है।

2	9216
2	4608
2	2304
2	1152
2	576
2	288
2	144
2	72
2	36
2	18
3	9
3	3
	1

प्रश्नावली 2.2

1. (i) 28

$$\begin{aligned}(28)^2 &= (30 - 2)^2 \\ &= (30)^2 + (2)^2 - 2 \times 30 \times 2 \\ &= 900 + 4 - 120 \\ &= 780 + 4 = 784.\end{aligned}$$

(ii) 42

$$\begin{aligned}(42)^2 &= (40 + 2)^2 \\ &= (40)^2 + (2)^2 + 2 \times 40 \times 2 \\ &= 1600 + 4 + 160 = 1,764.\end{aligned}$$

(iii) $(63)^2 = (60 + 3)^2$

$$\begin{aligned}&= (60)^2 + (3)^2 + 2 \times 60 \times 3 \\ &= 3600 + 9 + 360 = 3969\end{aligned}$$

(iv) 98

$$\begin{aligned}(98)^2 &= (100 - 2)^2 \\ &= (100)^2 + (2)^2 - 2 \times 100 \times 2 \\ &= 10,000 + 4 - 400 \\ &= 9,600 + 4 = 9,604.\end{aligned}$$

(v) 106

$$\begin{aligned}(106)^2 &= (100 + 6)^2 \\ &= (100)^2 + (6)^2 + 2 \times 100 \times 6 \\ &= 10,000 + 36 + 1200 = 11,236.\end{aligned}$$

(vi) 172

$$\begin{aligned}(172)^2 &= (170 + 2)^2 \\ &= (170)^2 + (2)^2 + 2 \times 170 \times 2 \\ &= 28900 + 4 + 680 = 29,584.\end{aligned}$$

(vii) 204

$$\begin{aligned}(204)^2 &= (200 + 4)^2 \\ &= (200)^2 + (4)^2 + 2 \times 200 \times 4 \\ &= 40,000 + 16 + 1600 = 41,616.\end{aligned}$$

(viii) $(308)^2 = (300 + 8)^2$

$$\begin{aligned}&= (300)^2 + (8)^2 + 2 \times 300 \times 8 \\ &= 90,000 + 64 + 4800 = 94864\end{aligned}$$

2. (i) 729

3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

(ii) 529

23	529
23	23
	1

$$\begin{aligned}\therefore 529 &= 23 \times 23 \\ \text{अतः } \sqrt{529} &= 23.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore 729 &= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \\ \text{अतः } \sqrt{729} &= 3 \times 3 \times 3 = 27.\end{aligned}$$

(iii) 1764

2	1764
2	882
3	441
3	147
7	49
7	7
	1

$$\therefore 1764 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7$$
$$\text{अतः } \sqrt{1764} = 2 \times 3 \times 7 = 42.$$

(iv) 4096

2	4096
2	2048
2	1024
2	512
2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

$$\therefore 4096 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$\text{अतः } \sqrt{4096} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64.$$

(v) 1296

2	1296
2	648
2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

(vi) 5929

7	5929
7	847
11	121
11	11
	1

$$\therefore 5929 = 7 \times 7 \times 11 \times 11$$

$$\text{अतः } \sqrt{5929} = 7 \times 11 = 77.$$

$$\therefore 1296 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$\text{अतः } \sqrt{1296} = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$$

(vii) 9216

2	9216
2	4608
2	2304
2	1152
2	576
2	288
2	144
2	72
2	36
2	18
3	9
3	3
	1

(viii) 9604

2	9604
2	4802
7	2401
7	343
7	49
7	7
	1

$$\therefore 9604 = 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$$

$$\text{अतः } \sqrt{9604} = 2 \times 7 \times 7 = 98.$$

$$\therefore 9216 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$\text{अतः } \sqrt{9216} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 96.$$

(ix) 7744

2	7744
2	3872
2	1936
2	968
2	484
2	242
11	121
11	11
	1

(x) 8281

7	8281
7	1183
13	169
13	13
	1

$$\therefore 8281 = 7 \times 7 \times 13 \times 13$$

$$\text{अतः } \sqrt{8281} = 7 \times 13 = 91.$$

$$\therefore 7744 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 11$$

$$\text{अतः } \sqrt{7744} = 2 \times 2 \times 3 \times 11 = 88.$$

(xi) 11025

3	11025
3	3675
5	1225
5	245
7	49
7	7
	1

(xii) 47089

7	47089
7	6727
31	961
31	31
	1

$$\therefore 47089 = 7 \times 7 \times 31 \times 31$$

$$\text{अतः } \sqrt{47089} = 7 \times 31 = 217.$$

$$\therefore 11025 = 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7$$

$$\text{अतः } \sqrt{11025} = 3 \times 5 \times 7$$

$$= 105.$$

3. 525 के अभाज्य गुणनखण्ड करने पर,

$$525 = 3 \times 5 \times 5 \times 7$$

$\therefore$ यहाँ, 3 व 7 युग्म में नहीं हैं।

$\therefore$ 525 को पूर्ण वर्ग बनाने के लिए $(3 \times 7) = 21$ से गुणा करनी होगी।

$$\text{तब, } 525 \times 21 = 11,025$$

$$\therefore 11025 = 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7$$

$$\therefore \sqrt{11025} = 3 \times 5 \times 7 = 105$$

अतः 525 को 21 से गुणा करने पर 105 का वर्ग प्राप्त होगा।

4. 2352 के अभाज्य गुणनखण्ड करने पर,

$$2352 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 7$$

$\therefore$ यहाँ, संख्या 3 युग्म में नहीं है।

$\therefore$ 2352 को पूर्ण वर्ग बनाने के लिए 3 से गुणा करनी होगी।

$$\text{तब, } 2352 \times 3 = 7056$$

3	525
5	175
5	35
7	7
	1

2	2352
2	1176
2	588
2	294
3	147
7	49
7	7
	1

$$\therefore 7056 = \underline{2 \times 2} \times \underline{2 \times 2} \times \underline{3 \times 3} \times \underline{7 \times 7}$$

$$\therefore \sqrt{7056} = 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 84$$

अतः 2352 को 3 से गुणा करने पर 84 का वर्ग प्राप्त होगा।

5. संख्या 2028 के अभाज्य गुणनखण्ड करने पर,

$$2028 = \underline{2 \times 2} \times \underline{3 \times 13} \times 13$$

$\therefore$ यहाँ, संख्या 3 युग्म में नहीं है।

$\therefore$ 2028 को पूर्ण वर्ग बनाने के लिए इसको 3 से भाग देनी होगी।

$$\text{तब, } 2028 \div 3 = 676$$

$$\therefore 676 = \underline{2 \times 2} \times \underline{13 \times 13}$$

$$\therefore \sqrt{676} = 2 \times 13 = 26$$

अतः 2028 को 3 से भाग करने पर 26 का वर्ग प्राप्त होगा।

6. संख्या 2645 के अभाज्य गुणनखण्ड करने पर,

$$2645 = 5 \times \underline{23 \times 23}$$

$\therefore$ यहाँ, संख्या 5 युग्म में नहीं है।

$\therefore$ 2645 को पूर्ण वर्ग बनाने के लिए 5 से गुणा करनी होगी।

$$\text{तब, } 2645 \times 5 = 13,225$$

$$\therefore 13,225 = 5 \times 5 \times 23 \times 23$$

$$\therefore \sqrt{13225} = 5 \times 23 = 115$$

अतः 2645 को 5 से गुणा करने पर, 115 का वर्ग प्राप्त होगा।

7. $\therefore$ 6, 9 व 15 का ल.सं. = $2 \times 3 \times 3 \times 5 = 90$

यहाँ, 2 व 5 युग्म में नहीं है।

$\therefore$ 90 को पूर्ण वर्ग बनाने के लिए $(2 \times 5) = 10$ से गुणा करनी होगी।

$$\text{तब, } 90 \times 10 = 900$$

अतः 900 छोटी से छोटी पूर्ण वर्ग संख्या है, जो 6, 9 व 15 से पूर्णतया विभाजित हो जाती है।

2	2028
2	1014
3	507
13	169
13	13
	1

5	2645
23	529
23	23
	1

2	6, 9, 15
3	3, 9, 15
3	1, 3, 5
5	1, 1, 5
	1, 1, 1

8. $\therefore 9, 15$ व 20 का ल०स० $= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 180$

यहाँ, संख्या 5 युग्म में नहीं है।

$\therefore 180$ को पूर्ण वर्ग बनाने के लिए 5 से गुणा करनी होगी।

तब, $180 \times 5 = 900$

अतः 900 वह छोटी से छोटी संख्या है जो 6, 15 व 20 से पूर्णतया विभाजित हो जाती है।

2	9, 15, 20
2	9, 15, 10
3	9, 15, 5
3	3, 5, 5
5	1, 5, 5
	1, 1, 1

9. माना, प्रत्येक पंक्ति में जवान $= x$

तब, पंक्तियों की संख्या $= x$

$$\therefore x \times x = 2601$$

$$x^2 = 2601$$

$$x = \sqrt{2601}$$

$$x = \sqrt{3 \times 3 \times 17 \times 17}$$

$$x = 3 \times 17$$

$$x = 51$$

अतः कुल पंक्तियों की संख्या 51 व प्रत्येक पंक्ति में कुल 51 जवान हैं।

10. माना, कक्षा में कुल x बच्चे हैं।

तब, प्रत्येक बच्चे ने जमा किए = ₹ x

$\therefore$ कुल जमा रुपये = ₹ 1225

$$\therefore x \times x = 1225$$

$$x^2 = 1225$$

$$x = \sqrt{1225}$$

$$x = \sqrt{5 \times 5 \times 7 \times 7}$$

$$x = 5 \times 7 = 35$$

अतः पिकनिक पर कुल 35 बच्चे जा रहे हैं, तथा प्रत्येक बच्चे ने कुल ₹ 35 जमा किए।

3	2601
3	867
17	289
17	17
	1

5	1225
5	245
7	49
7	7
	1

प्रश्नावली 2.3

1. (i) 3481

(ii) 5776

	59
5	$\overline{34\ 81}$
5	- 25
109	981
9	- 981
	0

अतः $\sqrt{3481} = 59$

(iii) 7921

	89
8	$\overline{79\ 21}$
8	- 64
169	1521
9	1521
	0

अतः $\sqrt{7921} = 89$

(v) 49284

	222
2	$\overline{4\ 92\ 84}$
2	- 4
42	092
2	- 84
442	884
+ 2	- 884
	0

अतः $\sqrt{49,284} = 222$.

(vii) 99856

	76
7	$\overline{57\ 76}$
7	- 49
146	876
6	876
	0

अतः $\sqrt{5776} = 76$

(iv) 349

	57
5	$\overline{32\ 49}$
5	- 25
107	749
7	749
	0

अतः $\sqrt{3249} = 57$

(vi) 44100

	210
2	$\overline{4\ 41\ 00}$
2	- 4
41	041
1	- 41
	0

अतः $\sqrt{44,100} = 210$.

(viii) 290521

	316
3	$\overline{9\ 98\ 56}$
3	- 9
61	098
1	- 61
626	3756
+ 6	- 3756
	0

$$\text{अतः } \sqrt{99,856} = 316.$$

(ix) 1471369

	1213
1	$\overline{1\ 47\ 13\ 69}$
1	- 1
22	047
2	- 44
241	313
1	- 241
2423	7269
+ 3	- 7269
	0

$$\text{अतः } \sqrt{14,71,369} = 1213$$

(xi) 133225

	365
3	$\overline{13\ 32\ 25}$
3	- 9
66	432
6	- 396
725	3625
+ 5	- 3625
	0

	539
2	$\overline{29\ 05\ 21}$
2	- 25
103	405
3	- 309
1069	9621
+ 9	- 9621
	0

$$\text{अतः } \sqrt{2,90,521} = 539.$$

(x) 346921

	589
5	$\overline{34\ 69\ 21}$
5	- 25
108	969
8	- 864
1169	10521
+ 9	- 10521
	0

$$\text{अतः } \sqrt{3,46,921} = 589$$

(xii) 66049

	257
2	$\overline{6\ 60\ 49}$
2	- 4
45	260
5	- 225
507	3549
+ 7	- 3549
	0

$$\text{अतः } \sqrt{1,33,225} = 365$$

(xiii) 9126441

	3021
1	9 12 64 41
1	– 9
22	012
2	– 000
602	1264
2	– 1204
6041	6041
1	– 6041
	0

$$\text{अतः } \sqrt{91,26,441} = 3021.$$

$$\text{अतः } \sqrt{66,049} = 257$$

(xiv) 431649

	657
6	43 16 49
6	– 36
125	716
5	– 625
1307	9149
7	– 9149
	0

$$\text{अतः } \sqrt{4,31,649} = 657.$$

(xv) 6466849

	2543
2	6 46 68 49
2	– 4
45	246
5	– 225
504	2168
4	– 2016
5083	15249
3	– 15249
	0

$$\text{अतः } \sqrt{64,66,849} = 2,543.$$

(xvi) 12581209

	3547
3	12 58 12 09
3	– 9
65	358
5	– 325
704	3312
4	– 2816
7087	49609
7	– 49609
	0

$$\text{अतः } \sqrt{1,25,81,209} = 3547.$$

2. $\therefore (651)^2 < 424873 < (652)^2$
 तथा $(652)^2 = 652 \times 652$
 $= 4,25,104$
 $\therefore 4,25,104 - 4,24,87 = 231$
 अतः 231 को 4,24,873 में जोड़ने पर वह 652 का पूर्ण वर्ग हो जाएगी।

	651
6	<u>42 48 73</u>
6	- 36
125	648
5	- 625
1301	2373
1	- 1301
	1072

3. $\therefore (711)^2 < 506900 < (712)^2$
 तथा $(712)^2 = 712 \times 712$
 $= 5,06,944$
 $\therefore 5,06,944 - 5,06,900 = 44$
 अतः 44 को 5, 06,900 में जोड़ने पर वह (712) की पूर्ण वर्ग हो जाएगी।

	711
7	<u>50 69 00</u>
7	- 49
141	169
1	- 141
1421	2800
1	- 1421
	1379

4. $\therefore (80)^2 < 6412 < (81)^2$
 तथा, $(81)^2 = 81 \times 81 = 6561$
 $\therefore 6561 - 6412 = 149$
 अतः 149 को 6412 में जोड़ने पर वह 81 की पूर्ण वर्ग हो जाएगी।

	80
8	<u>64 12</u>
8	- 64
160	012
0	- 00
	12

5. $\therefore (57)^2 < 3250$
 तथा शेष = 1
 तब, $3250 - 1 = 3249$
 अतः संख्या 3250 में से 1 को घटाने पर 3249 प्राप्त होती है, जो 57 की पूर्ण वर्ग संख्या है।

	57
5	<u>32 50</u>
5	- 25
107	750
7	- 749
	1

$$6. \therefore (364)^2 < 132638$$

तथा शेष = 142

तब, $132638 - 142 = 132496$

अतः संख्या 132638 में से 142 को घटाने पर संख्या 132496 प्राप्त होती है, जो 364 का पूर्ण वर्ग है।

	364
3	<u>13 26 38</u>
3	– 9
66	426
6	– 396
724	3038
4	– 2896
	142

$$7. \therefore (625)^2 < 3,90,700$$

तथा शेष = 75

तब, $3,90,700 - 75 = 3,90,625$

अतः संख्या 3,90,700 में से 75 को घटाने पर संख्या 3,90,625 प्राप्त होती है, जो 625 का पूर्ण वर्ग है।

	625
6	<u>39 07 00</u>
6	– 36
122	307
2	– 244
1245	6300
5	– 6225
	75

$$8. \text{ चार अंकों की सबसे बड़ी संख्या } = 9999$$

$$\therefore (99)^2 < 9999$$

तथा शेष = 198

तब, $9999 - 198 = 9801$

अतः संख्या 9801, चार अंकों की सबसे बड़ी पूर्ण वर्ग संख्या है।

	9
9	<u>99 99</u>
9	– 81
189	1899
9	– 1744
	198

$$9. \text{ 5 अंकों की सबसे बड़ी संख्या } = 99,999$$

$$\therefore (316)^2 < 99,999$$

तथा शेषफल = 143

तब, $99,999 - 143 = 99,856$

अतः 99,856 पाँच अंकों की सबसे बड़ी पूर्ण वर्ग संख्या है।

	316
3	<u>9 99 99</u>
3	– 9
61	099
1	– 61
626	3899
6	– 3756
	143

10. 8 अंकों की सबसे बड़ी संख्या = 9,99,99,999

$$\therefore (9999)^2 < 9,99,99,999$$

तब, 9,99,99,999 – 19,998

$$\Rightarrow 9,99,80,001$$

अतः 9,99,80,001; आठ अंकों की बड़ी से बड़ी संख्या है, जो पूर्ण वर्ग है।

	9999
9	<u>99 99 99 99</u>
9	– 81
189	1899
9	– 1701
1989	19899
9	– 17901
19989	199899
9	– 179901
	19998

प्रश्नावली 2.4

1. (i) 9.3025

	3.05
3	<u>9.30 25</u>
3	– 9
60	030
0	– 00
605	3025
5	– 3025
	0

$$\text{अतः } \sqrt{9.3025} = 3.05$$

(iii) 12.049

	3.47
3	<u>12.04 09</u>
3	– 9
64	304
4	– 256
687	4809
7	– 4809
	0

(ii) 27.3529

	5.23
5	<u>27.35 29</u>
5	– 25
102	235
2	– 204
1043	3129
3	– 3129
	0

$$\text{अतः } \sqrt{27.3529} = 5.23$$

(iv) 40.5769

	6.37
6	<u>40.57 69</u>
3	– 36
60	457
0	– 369
605	8869
5	– 8869
	0

अतः $\sqrt{12.0409} = 3.47$
(v) 9.375844

	3.062
3	<u>9.37 58 44</u>
3	- 9
60	037
0	- 00
606	3758
6	- 3636
6122	12244
2	- 12244
	0

अतः $\sqrt{9.375844} = 3.062$
(vii) 554.1316

	23.54
2	<u>5 54 .13 16</u>
2	- 4
43	154
3	- 129
465	2513
5	- 2325
4704	18816
4	- 18816
	0

अतः $\sqrt{554.1316} = 23.54$
(ix) 0.000576

अतः $\sqrt{40.5769} = 6.37$
(vi) 84.8241

	9.21
9	<u>84.82 41</u>
9	- 81
182	382
2	- 364
1841	1841
1	- 1841
	0

अतः $\sqrt{84.8241} = 9.21$

(viii) 0.00038809

	0.0197
0	<u>0.00 03 88 09</u>
0	- 0
0	000
0	- 000
01	003
1	- 1
29	288
9	- 261
387	2709
7	- 2709
	0

अतः $\sqrt{0.00038809} = 0.0197$
(x) 4274.5444

	0.024
0	$\overline{0.00\ 05\ 76}$
0	- 0
0	000
0	- 0
02	005
3	- 4
44	176
4	- 176
	0

$$\text{अतः } \sqrt{0.000576} = 0.024$$

(xi) 3873.8176

	62.24
6	$\overline{38.\ 73\ 81\ 76}$
6	- 36
122	273
2	- 244
1242	2981
3	- 2484
12444	49776
4	- 49776
	0

$$\text{अतः } \sqrt{3873.8176} = 62.24$$

2. (i) 3

	1.732
1	$\overline{3.00\ 00\ 00}$
1	- 1
27	200
7	- 189

	65.38
0	$\overline{42.74\ 54\ 44}$
0	- 36
125	674
5	- 625
1303	4954
3	- 3909
13068	104544
8	- 104544
	0

$$\text{अतः } \sqrt{4274.5444} = 65.38$$

(xii) 8489.7796

	92.14
9	$\overline{84\ 89.\ 77\ 96}$
9	- 81
182	389
2	- 364
1841	2577
1	- 1841
18424	73696
4	- 73696
	0

$$\text{अतः } \sqrt{8489.7796} = 92.14$$

(ii) 15

	3.872
3	$\overline{15.00\ 00\ 00}$
3	- 9
68	600
8	- 544

$$\begin{array}{r|l}
 343 & 1100 \\
 3 & -1029 \\
 \hline
 3462 & 7100 \\
 2 & -6924 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\text{अतः } \sqrt{3} = 1.732$$

(iii) 16.4

$$\begin{array}{r|l}
 767 & 5600 \\
 7 & -5369 \\
 \hline
 7742 & 23100 \\
 2 & -15484 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\text{अतः } \sqrt{15} = 3.872$$

(iv) 1.9

$$\begin{array}{r|l}
 & 4.049 \\
 \hline
 4 & \overline{16.00\ 00\ 00} \\
 4 & -16 \\
 \hline
 80 & 040 \\
 0 & -00 \\
 \hline
 804 & 4000 \\
 4 & -3216 \\
 \hline
 8089 & 78400 \\
 9 & -72801 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\text{अतः } \sqrt{16.4} = 4.049$$

(v) 0.12

$$\begin{array}{r|l}
 & 1.378 \\
 \hline
 1 & \overline{1.90\ 00\ 00} \\
 1 & -1 \\
 \hline
 23 & 090 \\
 3 & -69 \\
 \hline
 267 & 2100 \\
 7 & -1869 \\
 \hline
 2748 & 23100 \\
 8 & -21984 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\text{अतः } \sqrt{1.9} = 1.378$$

(vi) 0.1624

$$\begin{array}{r|l}
 & 0.346 \\
 \hline
 0 & \overline{0.12\ 00\ 00} \\
 0 & -0 \\
 \hline
 03 & 012 \\
 3 & -9 \\
 \hline
 64 & 300 \\
 4 & -256 \\
 \hline
 686 & 4400 \\
 6 & -4116 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\text{अतः } \sqrt{0.12} = 0.346$$

(vii) 1.08

$$\begin{array}{r|l}
 & 0.403 \\
 \hline
 0 & \overline{0.16\ 24\ 00} \\
 0 & -0 \\
 \hline
 04 & 016 \\
 4 & -16 \\
 \hline
 80 & 024 \\
 0 & -00 \\
 \hline
 803 & 2400 \\
 3 & -2409 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\text{अतः } \sqrt{0.1624} = 0.403$$

(viii) 0.169

	1.039
1	$\overline{1.08\ 00\ 00}$
1	- 1
20	008
0	- 00
203	800
3	- 609
2069	19100
9	- 18621

अतः $\sqrt{1.08} = 0.039$

	0.411
0	$\overline{0.16\ 90\ 00}$
0	- 0
04	016
4	- 16
81	090
1	- 81
821	900
1	- 821

अतः $\sqrt{0.169} = 0.411$

3. (i) $\frac{196}{625}$

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{196}{625}} &= \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 7 \times 7}{5 \times 5 \times 5 \times 5}} \\ &= \frac{2 \times 7}{5 \times 5}\end{aligned}$$

2	196	5	625
2	98	5	125
7	49	5	25
7	7	5	5
	1		1

(ii) $\frac{1369}{1849}$

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{1369}{1849}} &= \sqrt{\frac{37 \times 37}{43 \times 43}} \\ &= \frac{37}{43}.\end{aligned}$$

37	1396	43	1849
37	37	43	43
	1		1

(iii) $\frac{2116}{15129}$

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{2116}{15129}} &= \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 23 \times 23}{3 \times 3 \times 41 \times 41}} \\ &= \frac{2 \times 23}{3 \times 41} = \frac{46}{123}.\end{aligned}$$

2	2116	3	15129
2	1058	3	5043
23	529	41	1681
23	23	41	41
	1		1

$$(iv) \frac{1369}{3249} = \sqrt{\frac{1369}{3249}} = \sqrt{\frac{37 \times 37}{57 \times 57}} = \frac{37}{57}.$$

37	1396
37	37
	1

57	3249
57	57
	1

$$(v) 1 \frac{56}{169} = \frac{169 + 56}{169} = \frac{225}{169}$$

$$\sqrt{1 \frac{56}{169}} = \sqrt{\frac{225}{169}} = \sqrt{\frac{15 \times 15}{13 \times 13}} = \frac{15}{13} = 1 \frac{2}{13}.$$

$$(vi) 23 \frac{394}{729} = \frac{16,767 + 394}{729} = \frac{17,161}{729}$$

$$\sqrt{\frac{17,161}{729}} = \frac{131}{27} = 4 \frac{23}{27}.$$

$$(vii) 56 \frac{569}{1225} = \frac{68,600 + 569}{1225} = \frac{69,169}{1225}$$

$$\sqrt{56 \frac{569}{1225}} = \sqrt{\frac{69,169}{1225}} = \sqrt{\frac{263 \times 263}{35 \times 35}} = \frac{263}{35} = 7 \frac{18}{35}.$$

$$(viii) 21 \frac{2797}{3364} = \frac{70,644 + 2797}{3364} = \frac{73,441}{3364}$$

$$\sqrt{21 \frac{2797}{3364}} = \sqrt{\frac{73,441}{3364}} = \sqrt{\frac{271 \times 271}{58 \times 58}}$$

$$= \frac{271}{58} = 4 \frac{39}{58}.$$

2	162
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

4. (i) $\sqrt{162} \times \sqrt{128}$

$$\Rightarrow \sqrt{2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} \times \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}$$

$$\Rightarrow (\sqrt{2} \times 3 \times 3) \times (2 \times 2 \times 2) \times \sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2} \times 9 \times 8 \times \sqrt{2}$$

$$(\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times 9 \times 8) = 2 \times 72 = 144.$$

$$\begin{aligned}
 \text{(ii)} \quad & \sqrt{72} \times \sqrt{288} \\
 \Rightarrow & \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} \\
 & \times \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} \\
 = & \sqrt{2} \times 2 \times 3 \times \sqrt{2} \times 2 \times 2 \times 3 \\
 = & \sqrt{2} \times 6 \times \sqrt{2} \times 12 \\
 = & (\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times 6 \times 12) \\
 = & 2 \times 72 = 144.
 \end{aligned}$$

2	72
2	36
2	18
3	9
3	3
	1

2	288
2	144
2	72
2	36
2	18
3	9
3	3
	1

$$\begin{aligned}
 \text{(iii)} \quad & \sqrt{243} \times \sqrt{147} \\
 = & \sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} \times \sqrt{3 \times 7 \times 7} \\
 = & (\sqrt{3} \times 3 \times 3) \times (\sqrt{3} \times 7) \\
 = & (\sqrt{3} \times \sqrt{3}) \times 9 \times 7 \\
 = & 3 \times 63 = 189.
 \end{aligned}$$

3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

3	147
7	49
7	7
	1

$$\begin{aligned}
 \text{(iv)} \quad & \sqrt{288} \times \sqrt{50} \\
 = & \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} \\
 & \times \sqrt{2 \times 5 \times 5} \\
 = & (\sqrt{2} \times 2 \times 2 \times 3) \times (\sqrt{2} \times 5) \\
 = & (\sqrt{2} \times \sqrt{2}) \times 12 \times 5 \\
 = & 2 \times 60 = 120.
 \end{aligned}$$

2	288
2	144
2	72
2	36
2	18
3	9
3	3
	1

2	50
5	25
5	5
	1

$$\begin{aligned}
 5. \quad \text{(i)} \quad & \frac{\sqrt{59.29} - \sqrt{5.29}}{\sqrt{59.29} + \sqrt{5.29}} \\
 = & \frac{7.7 - 2.3}{7.7 + 2.3} \\
 = & \frac{5.4}{10.0} = 0.54
 \end{aligned}$$

	7.7
7	<u>59.29</u>
7	-49
147	1029
7	-1029
	0

	2.3
7	<u>5.29</u>
7	-4
43	129
3	-129
	0

$$\begin{aligned}
 \text{(ii)} \quad & \frac{\sqrt{13.69} - \sqrt{2.89}}{\sqrt{13.69} + \sqrt{2.89}} \\
 &= \frac{3.7 - 1.7}{3.7 + 1.7} = \frac{2.0}{5.4} \\
 &= \frac{20}{54} = \frac{10}{27}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(iii)} \quad & \sqrt{462.25} + \sqrt{33.64} \\
 & \sqrt{462.25} - \sqrt{33.64} \\
 &= \frac{21.5 + 5.8}{21.5 + 5.8} = \frac{27.3}{15.7} \\
 &= \frac{273}{157}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(iv)} \quad & \frac{\sqrt{605.16} + \sqrt{21.16}}{\sqrt{605.16} - \sqrt{21.16}} \\
 &= \frac{24.6 + 4.6}{24.6 - 4.6} \\
 &= \frac{29.2}{20.0} = 1.46
 \end{aligned}$$

$$6. \therefore \sqrt{50625} = 225$$

$$\text{तब } \sqrt{506.25} = \sqrt{\frac{50625}{100}}$$

$$= \frac{225}{10} = 22.5$$

$$\text{तथा, } \sqrt{5.625} = \sqrt{\frac{50625}{10000}}$$

$$= \frac{225}{100} = 2.25$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \sqrt{506.25} + \sqrt{5.0625} &= 22.5 + 2.25 \\
 &= 24.75
 \end{aligned}$$

	3.7		1.7
3	<u>13. 69</u>	1	<u>2. 89</u>
3	- 9	1	- 4
67	469	27	189
7	- 469	7	- 189
	0		0

	21.5		5.8
2	<u>4 62. 25</u>	5	<u>33. 64</u>
2	- 4	5	- 25
41	062	108	864
1	- 41	8	- 864
425	2125		0
5	- 2125		
	0		

	24.6		4.6
2	<u>6 05. 16</u>	4	<u>33. 64</u>
2	- 4	4	- 25
41	205	86	516
1	- 176	6	- 516
486	2916		0
6	- 2916		
	0		

	225
2	<u>5 06 25</u>
2	- 4
42	106
2	- 84
445	2225
5	- 2225
	0

7. $\therefore \sqrt{0.0053361} = 0.231$

तब, $\sqrt{5.3361} = \sqrt{0.053361 \times 10}$

$= 0.231 \times 10 = 2.31$

तथा $\sqrt{533.61} = \sqrt{0.053361 \times 100}$

$= 0.231 \times 10 = 2.31$

$\therefore \sqrt{5.3361} + \sqrt{533.61} = 2.31 + 23.1 = 25.41$

8. माना वह संख्या x है,

तब, $x \times x = 0.001521$

$x^2 = 0.001521$

$x = \sqrt{0.001521}$

$x = 0.039$

अतः वह दशमलव

संख्या 0.039 है।

9. माना, वह संख्या x है।

तब, $x \times x = 84.8241$

$x^2 = 84.8241$

$x = \sqrt{84.8241}$

$x = 9.21$

अतः वह दशमलव संख्या 9.21 है।

10. माना, वह संख्या x है।

तब, $x \times x = 0.431649$

$x^2 = 0.431649$

$x = \sqrt{0.431649}$

$x = 0.657$

अतः वह दशमलव संख्या

0.657 है।

	0.231
0	<u>0.05 33 61</u>
0	- 0
02	005
2	- 4
43	133
3	- 129
461	461
1	- 461
	0

	0.039
0	<u>0.00 15 21</u>
0	- 0
00	000
0	- 0
03	015
3	- 9
69	621
9	- 621
	0

	9.21
9	<u>84.82 41</u>
9	- 81
182	382
2	- 364
1841	1841
1	- 1841
	0

	0.657
0	<u>0.43 16 49</u>
0	- 0
06	043
6	- 36
125	716
5	- 625
1307	9149
7	- 9149
	0

प्रश्नावली 2.5

1. माना, वर्गाकार पार्क की प्रत्येक भुजा की लम्बाई $= x$

तब, पार्क का क्षेत्रफल $=$ भुजा $\times$ भुजा

$$\therefore x \times x = 7396 \text{ मी}^2$$

$$x^2 = 7396 \text{ मी}^2$$

$$x = \sqrt{7396} \text{ मी}^\circ$$

$$x = 86 \text{ मी}^\circ$$

- $\therefore$ पार्क का परिमाप $= 4 \times$ भुजा

$$= 4 \times x$$

$$= 4 \times 86 \text{ मी}^\circ = 344 \text{ मी}^\circ$$

	86
8	<u>73 96</u>
8	- 64
166	996
6	- 996
	0

2. माना, वर्गाकार पार्क की प्रत्येक भुजा की लम्बाई $= x$

तब, पार्क का क्षेत्रफल $=$ भुजा $\times$ भुजा

$$\therefore x \times x = 35721 \text{ मी}^\circ^2$$

$$x^2 = 35721 \text{ मी}^\circ^2$$

$$x = \sqrt{35721} \text{ मी}^\circ$$

$$x = 189 \text{ मी}^\circ$$

तथा, पार्क का परिमाप $= 4 \times$ भुजा $= 4 \times x$

$$= 4 \times 189 \text{ मी}^\circ$$

$$= 756 \text{ मी}^\circ$$

	189
1	<u>3 57 21</u>
1	- 1
28	257
8	- 224
369	3321
9	- 3321
	0

$$\therefore 1 \text{ चक्कर} = 756 \text{ मीटर}$$

$$\therefore 4 \text{ चक्कर} = 4 \times 756 \text{ मीटर}$$

$$= 3024 \text{ मीटर}$$

$$\therefore 12 \text{ किमी चलने में लगा समय} = 1 \text{ घंटा}$$

$$\therefore 1 \text{ किमी}^\circ \text{ चलने में लगा समय} = \frac{1}{12} \text{ घंटा}$$

$$= \frac{1}{12} \times 3600 \text{ सेकण्ड}$$

$$= 300 \text{ सेकण्ड}$$

$$\text{तथा, } 1 \text{ मीटर चलने में लगा समय} = \frac{300}{1000} \text{ सेकण्ड}$$

$$= \frac{3}{10} \text{ सेकण्ड}$$

$$\begin{aligned}
 \text{तथा, 3024 मीटर चलने में लगा समय} &= \frac{3}{10} \times 3024 \text{ सेकण्ड} \\
 &= \frac{3 \times 3024}{10 \times 60} \text{ मिनट} \\
 &= 15.12 \text{ मिनट}
 \end{aligned}$$

अतः व्यक्ति 15.12 मिनट में उस वर्गाकार पार्क के चार चक्कर लगा लेगा।

3. माना, वर्गाकार खेत की प्रत्येक भुजा की लम्बाई $= x$

$$\therefore \text{खेत का क्षेत्रफल} = \text{भुजा} \times \text{भुजा}$$

$$\therefore x \times x = 60025 \text{ मी}^2$$

$$x^2 = 60025 \text{ मी}^2$$

$$x = \sqrt{60025} \text{ मी}^0$$

$$x = 245 \text{ मी}^0$$

$$\text{तब, खेत का परिमाप} = 4 \times \text{भुजा}$$

$$= 4 \times 245 \text{ मी}^0$$

$$= 980 \text{ मीटर}$$

$$\therefore \text{साइकिल की चाल} = 18 \text{ किमी/घण्टा}$$

$$= \frac{18000}{3600} \text{ मी}^0/\text{से}^0$$

$$= 5 \text{ मी}^0/\text{से}^0$$

$$\therefore 5 \text{ मी}^0 \text{ चलने में लगा समय} = 1 \text{ सेकण्ड}$$

$$1 \text{ मी}^0 \text{ चलने में लगा समय} = \frac{1}{5} \text{ सेकण्ड}$$

$$\text{तथा, 3920 मी}^0 \text{ चलने में लगा समय} = \frac{1}{5} \times 980 \text{ सेकण्ड}$$

$$= 196 \text{ सेकण्ड}$$

$$= \frac{196}{60} = 3 \frac{16}{60}$$

अतः लड़के को खेत का एक पूरा चक्कर लगाने में कुल 3 मिनट 16 सेकण्ड का समय लगेगा।

4. माना, वर्गाकार मैदान की प्रत्येक भुजा $= x$

$$\text{तब, मैदान का क्षेत्रफल } x \times x = x^2$$

$$\therefore \text{मैदान को समतल कराने की दर} = ₹ 1.80 \text{ प्रति मी}^2$$

$$\text{तथा, मैदान को समतल कराने का कुल खर्च} = ₹ 91936.80$$

	245
2	6 00 25
2	- 4
44	200
4	- 176
485	2425
5	- 2425
	0

$$\therefore \text{मैदान का क्षेत्रफल} = \frac{\text{कुल खर्च}}{\text{दर}}$$

$$x^2 = \frac{91936.80}{1.80} \text{ मी}^2$$

$$x^2 = 51,076 \text{ मी}^2$$

$$x = \sqrt{51,076} \text{ मी}$$

$$x = 226 \text{ मी}$$

$$\begin{aligned} \text{तथा, मैदान का परिमाप} &= 4 \times \text{भुजा} = 4 \times x \\ &= 4 \times 226 \text{ मीटर} \\ &= 904 \text{ मीटर} \end{aligned}$$

$$\therefore 1 \text{ मीटर तार लगवाने का खर्च} = ₹ 2.25$$

$$\therefore 904 \text{ मीटर तार लगवाने का खर्च} = ₹ 2.25 \times 904$$

$$= ₹ 2,034$$

अतः वर्गाकार मैदान में चारों को तार लगवाने का कुल खर्च ₹ 2,034 है।

	226
2	<u>5 10 76</u>
2	- 4
42	110
2	- 84
446	2676
6	- 2676
	0

5. माना, प्रत्येक पंक्ति में बच्चों की संख्या = x

तब, पंक्तियों की संख्या = x

$$\therefore (24)^2 < 610 < (25)^2$$

$$\text{तथा } (25)^2 = 25 \times 25 = 625$$

$$\therefore 625 - 610 = 15$$

अतः 15 और बच्चों की आवश्यकता होगी, तथा प्रत्येक पंक्ति 25 बच्चे तथा कुल 25 पंक्ति होगी।

	24
2	<u>6 10</u>
2	- 4
44	210
4	- 176
	34

6. $\therefore (34)^2 < 1190 < (35)^2$

$$\text{तथा } (35)^2 = 35 \times 35 = 1225$$

$$\therefore 1225 - 1190 = 35$$

अतः श्यामचरण को 35 और पौधों की आवश्यकता होगी।

	34
3	<u>11 90</u>
3	- 9
64	290
4	- 256
	34

प्रश्नावली 3.1

1. (i) 16 का घन $= (16)^3 = 16 \times 16 \times 16 = 4096$
 (ii) 21 का घन $= (21)^3 = 21 \times 21 \times 21 = 9261$
 (iii) 45 का घन $= (45)^3 = 45 \times 45 \times 45 = 91125$
 (iv) 55 का घन $= (55)^3 = 55 \times 55 \times 55 = 166375$
 (v) 1.3 का घन $= (1.3)^3 = 1.3 \times 1.3 \times 1.3 = 2.197$
 (vi) 3.5 का घन $= (3.5)^3 = 3.5 \times 3.5 \times 3.5 = 42.875$
 (vii) 0.9 का घन $= (0.9)^3 = 0.9 \times 0.9 \times 0.9 = 0.729$
 (viii) 0.06 का घन $= (0.06)^3 = 0.06 \times 0.06 \times 0.06 = 0.000216$
 (ix) $\frac{4}{7}$ का घन $= \left(\frac{4}{7}\right)^3 = \frac{4}{7} \times \frac{4}{7} \times \frac{4}{7} = \frac{64}{343}$
 (x) $\frac{12}{13}$ का घन $= \left(\frac{12}{13}\right)^3 = \frac{12}{13} \times \frac{12}{13} \times \frac{12}{13} = \frac{1728}{2197}$
 (xi) $\frac{1}{17}$ का घन $= \left(\frac{1}{17}\right)^3 = \frac{1}{17} \times \frac{1}{17} \times \frac{1}{17} = \frac{1}{4913}$
 (xii) $1\frac{9}{10}$ का घन $= \left(\frac{19}{10}\right)^3 = \frac{19}{10} \times \frac{19}{10} \times \frac{19}{10} = \frac{6859}{1000}$
2. (i) 108 के अभाज्य गुणनखंड करने पर—
 $108 = 2 \times 2 \times \underline{3 \times 3 \times 3}$
 चूँकि अभाज्य गुणनखंड 2 का त्रियुग्म नहीं बनता है।
 अतः 108 एक पूर्ण घन संख्या नहीं है।
 (ii) 343 के अभाज्य गुणनखंड करने पर—
 $343 = \underline{7 \times 7 \times 7}$
 चूँकि 7 का त्रियुग्म प्राप्त होता है, अतः 343 पूर्ण घन संख्या है।

(iii) 243 के अभाज्य गुणनखंड करने पर—

$$243 = \underline{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}$$

चूँकि अभाज्य गुणनखंड 3 का त्रियुग्म नहीं बनता है।

अतः 243 एक पूर्ण घन संख्या नहीं है।

(iv) $2744 = \underline{2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7}$

चूँकि सभी अभाज्य गुणनखंडों का त्रियुग्म प्राप्त होता है।

अतः 2744 एक पूर्ण घन संख्या है।

(v) $8000 = \underline{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5}$

चूँकि सभी अभाज्य गुणनखंडों का त्रियुग्म प्राप्त होता है।

अतः 8000 एक पूर्ण घन संख्या है।

(vi) $3376 = \underline{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 211}$

चूँकि पूर्ण त्रियुग्म प्राप्त नहीं होता है। अतः 3376 एक पूर्ण घन संख्या नहीं है।

(vii) $91125 = \underline{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5}$

चूँकि सभी के पूर्ण त्रियुग्म प्राप्त होते हैं।

अतः 91125 एक पूर्ण घन संख्या है।

(viii) $1728 = \underline{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3}$

चूँकि सभी अभाज्य गुणनखंडों के पूर्ण त्रियुग्म प्राप्त होते हैं

अतः 1728 एक पूर्ण घन संख्या है।

3. (i) $216 = 6 \times 6 \times 6 = 6^3$ (सम संख्या)

अतः 216, सम संख्या 6 का घन है।

(ii) $729 = 9 \times 9 \times 9 = 9^3$ (विषम संख्या)

अतः 729 सम संख्या का घन नहीं है।

(iii) $3375 = 15 \times 15 \times 15 = 15^3$ (विषम संख्या)

अतः 3375 सम संख्या का घन नहीं है।

(iv) $1000 = 10 \times 10 \times 10 = 10^3$ (सम संख्या)

अतः 1000 सम संख्या 10 का घन है।

4. (i) $125 = 5 \times 5 \times 5 = 5^3$ (विषम संख्या)

अतः 125 विषम संख्या 5 का घन है।

(ii) $343 = 7 \times 7 \times 7 = 7^3$ (विषम संख्या)

अतः 343 विषम संख्या 7 का घन है।

(iii) $1728 = 12 \times 12 \times 12 = 12^3$ (सम संख्या)

अतः 1728 विषम संख्या का घन नहीं है।

(iv) $4096 = 16 \times 16 \times 16 = 16^3$ (सम संख्या)

अतः 4096 विषम संख्या का घन नहीं है।

5. 1323 के अभाज्य गुणनखंड करने पर—

$$1323 = 3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7$$

यहाँ त्रियुग्म बनाने पर हमें 3 का एक युग्म प्राप्त होता है, लेकिन 7 का युग्म पूर्ण नहीं बनता है।

1323 में 7 से गुणा करने पर संख्या पूर्ण घन हो जाएगी।

अतः अभीष्ट संख्या $= 1323 \times 7 = 9261$, जो एक पूर्ण घन है।

अतः वह छोटी-से-छोटी संख्या 7 है।

6. 2560 के अभाज्य गुणनखंड करने पर—

$$2560 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$$

यहाँ त्रियुग्म बनाने पर 5 का त्रियुग्म पूर्ण नहीं बनता है।

2560 में 5×5 अर्थात् 25 से गुणा करने पर, संख्या पूर्ण घन हो जाएगी।

अतः अभीष्ट संख्या $= 2560 \times 5 \times 5 = 64000$, जो एक पूर्ण घन है।

अतः वह छोटी-से-छोटी संख्या 25 है।

7. 1600 के अभाज्य गुणनखंड करने पर—

$$1600 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

यहाँ त्रियुग्म बनाने पर 5 का त्रियुग्म पूर्ण नहीं बनता है।

1600 में 5×5 अर्थात् 25 से भाग करने पर, संख्या पूर्ण घन हो जाएगी।

अतः अभीष्ट संख्या $= 1600 \div 25 = 64$, जो एक पूर्ण घन है।

अतः वह छोटी-से-छोटी संख्या 25 है।

8. 8788 के अभाज्य गुणनखंड करने पर—

$$8788 = 13 \times 13 \times 13 \times 2 \times 2$$

यहाँ त्रियुग्म बनाने पर 2 का त्रियुग्म पूर्ण नहीं बनता है।

8788 में 2×2 अर्थात् 4 से भाग करने पर, संख्या पूर्ण घन हो जाएगी।

अतः अभीष्ट संख्या $8788 \div 4 = 2197$, जो एक पूर्ण घन है।

अतः वह छोटी-से-छोटी संख्या 4 है।

प्रश्नावली 3.2

1. (i) 343

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{343} &= \sqrt[3]{7 \times 7 \times 7} \\ &= 7\end{aligned}$$

$$\text{अतः } \sqrt[3]{343} = 7$$

7	343
7	49
7	7
	1

(ii) 2744

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{2744} &= \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7} \\ &= 2 \times 7 = 14\end{aligned}$$

$$\text{अतः } \sqrt[3]{2744} = 14$$

2	2744
2	1372
2	686
7	343
7	49
7	7
	1

(iii) 10648

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{10648} &= \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 11 \times 11} \\ &= 2 \times 11 \\ &= 22\end{aligned}$$

$$\text{अतः } \sqrt[3]{10648} = 22$$

2	10648
2	5324
2	2662
11	1331
11	121
11	11
	1

(iv) 17576

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{17576} &= \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 13 \times 13 \times 13} \\ &= 2 \times 13 \\ &= 26\end{aligned}$$

$$\text{अतः } \sqrt[3]{17576} = 26$$

2	17576
2	8788
2	4394
13	2197
13	169
13	13
	1

(v) 4913

$$\sqrt[3]{4913} = \sqrt[3]{17 \times 17 \times 17} \\ = 17$$

$$\text{अतः } \sqrt[3]{4913} = 17$$

17	4913
17	289
17	17
	1

(vi) 27000

$$\sqrt[3]{27000} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5} \\ = 2 \times 3 \times 5 \\ = 30$$

$$\text{अतः } \sqrt[3]{27000} = 30$$

2	27000
2	13500
2	6750
5	3375
5	675
5	135
3	27
3	9
3	3
	1

(vii) 91125

$$\sqrt[3]{91125} = \sqrt[3]{5 \times 5 \times 5 \times 9 \times 9 \times 9} \\ = 5 \times 9 \\ = 45$$

$$\text{अतः } \sqrt[3]{91125} = 45$$

9	91125
9	10125
9	1125
5	125
5	25
5	5
	1

(viii) 50653

$$\sqrt[3]{50653} = \sqrt[3]{37 \times 37 \times 37} \\ = 37$$

$$\text{अतः } \sqrt[3]{50653} = 37$$

37	50653
37	1369
37	37
	1

2. (i) $\sqrt[3]{-5832} = \sqrt[3]{-1 \times 5832}$
 $= \sqrt[3]{-1} \times \sqrt[3]{5832}$

$$\text{चूँकि } \sqrt[3]{-1} = -1$$

$$\text{तथा } \sqrt[3]{5832}$$

$$= \sqrt[3]{\underbrace{2 \times 2 \times 2}_{2^3} \times \underbrace{3 \times 3 \times 3}_{3^3} \times \underbrace{3 \times 3 \times 3}_{3^3}}$$

$$= 2 \times 3 \times 3$$

$$= 18$$

$$\therefore \sqrt[3]{-5832} = -1 \times 18 = -18$$

$$(ii) \sqrt[3]{-8000} = \sqrt[3]{-1 \times 8000}$$

$$= \sqrt[3]{-1} \times \sqrt[3]{8000}$$

$$\text{चूँकि } \sqrt[3]{-1} = -1$$

$$\text{तथा } \sqrt[3]{8000}$$

$$= \sqrt[3]{\underbrace{2 \times 2 \times 2}_{2^3} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{2^3} \times \underbrace{5 \times 5 \times 5}_{5^3}}$$

$$= 2 \times 2 \times 5$$

$$= 20$$

$$\therefore \sqrt[3]{-8000} = -1 \times 20 = -20$$

$$(iii) \sqrt[3]{-10648} = \sqrt[3]{-1 \times 10648}$$

$$= \sqrt[3]{-1} \times \sqrt[3]{10648}$$

$$\text{चूँकि } \sqrt[3]{-1} = -1$$

$$\sqrt[3]{10648} = \sqrt[3]{\underbrace{2 \times 2 \times 2}_{2^3} \times \underbrace{11 \times 11 \times 11}_{11^3}}$$

$$= 2 \times 11$$

$$= 22$$

$$\text{अतः } \sqrt[3]{-10648} = -1 \times 22 = -22$$

2	5832
2	2916
2	1458
3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

2	8000
2	4000
2	2000
2	1000
2	500
2	250
5	125
5	25
5	5
	1

2	10648
2	5324
2	2662
11	1331
11	121
11	11
	1

$$(iv) \sqrt[3]{-13824} = \sqrt[3]{-1} \times \sqrt[3]{13824}$$

$$= \sqrt[3]{-1} \times 13824$$

$$\text{चूँकि } \sqrt[3]{-1} = -1$$

$$\text{तथा } \sqrt[3]{13824}$$

$$= \sqrt[3]{\underbrace{2 \times 2 \times 2}_{2} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{2} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{2} \times \underbrace{3 \times 3 \times 3}_{3}}$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$= 24$$

$$\text{अतः } \sqrt[3]{-13824} = -1 \times 24 = -24$$

2	13824
2	6912
2	3456
2	1728
2	864
2	432
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

$$(v) \sqrt[3]{46656} = \sqrt[3]{-1} \times \sqrt[3]{46656}$$

$$= \sqrt[3]{-1} \times \sqrt[3]{46656}$$

$$\text{चूँकि } \sqrt[3]{-1} = -1$$

$$= \sqrt[3]{\underbrace{2 \times 2 \times 2}_{2} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{2} \times \underbrace{3 \times 3 \times 3}_{3} \times \underbrace{3 \times 3 \times 3}_{3}}$$

$$= 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$$

$$\text{अतः } \sqrt[3]{-46656} = -1 \times 36 = -36.$$

2	46656
2	23328
2	11664
2	5832
2	2916
2	1458
3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

$$3. (i) \sqrt[3]{\frac{125}{1728}} = \sqrt[3]{\frac{5 \times 5 \times 5}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3}}$$

$$= \frac{5}{2 \times 2 \times 3} = \frac{5}{12}$$

$$(ii) \sqrt[3]{\frac{343}{3375}} = \sqrt[3]{\frac{7 \times 7 \times 7}{3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5}} = \frac{7}{3 \times 5} = \frac{7}{15}$$

$$(iii) \sqrt[3]{\frac{1000}{4913}} = \sqrt[3]{\frac{2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5}{17 \times 17 \times 17}} = \frac{2 \times 5}{17} = \frac{10}{17}$$

$$(iv) \sqrt[3]{\frac{729}{2197}} = \sqrt[3]{\frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{13 \times 13 \times 13}} = \frac{3 \times 3}{13} = \frac{9}{13}$$

4. (i) 64×343

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{64 \times 343} &= \sqrt[3]{64} \times \sqrt[3]{343} \\ &= \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} \times \sqrt[3]{7 \times 7 \times 7} \\ &= 2 \times 2 \times 7 = 28\end{aligned}$$

(ii) 125×27

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{125 \times 27} &= \sqrt[3]{125} \times \sqrt[3]{27} \\ &= \sqrt[3]{5 \times 5 \times 5} \times \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3} \\ &= 5 \times 3 = 15\end{aligned}$$

(iii) 216×1000

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{216 \times 1000} &= \sqrt[3]{216} \times \sqrt[3]{1000} \\ &= \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3} \times \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5} \\ &= 2 \times 3 \times 2 \times 5 = 60\end{aligned}$$

(iv) -2744×3375

$$\begin{aligned}&= \sqrt[3]{-1} \times \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7} \times \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5} \\ &= -1 \times (2 \times 7) \times (3 \times 5) \\ &= -1 \times 14 \times 15 = -210\end{aligned}$$

(v) -9261×512

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{-9261 \times 512} &= \sqrt[3]{-1} \times \sqrt[3]{9261} \times \sqrt[3]{512} \\ &= -1 \times \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7 \times 7} \times \\ &\quad \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} \\ &= -1 \times (3 \times 7) \times (2 \times 2 \times 2) \\ &= -1 \times 21 \times 8 \\ &= -168\end{aligned}$$

(vi) $27000 \times (-42875)$

$$\sqrt[3]{27000 \times (-42875)} = \sqrt[3]{27000} \times \sqrt[3]{-42875}$$

$$\begin{aligned}
&= \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5} \\
&\quad \times \sqrt[3]{-1} \times \sqrt[3]{5 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7} \\
&= 2 \times 3 \times 5 \times (-1) \times 5 \times 7 \\
&= 30 \times (-1) \times 35 \\
&= -1050
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(vii)} \quad &-2197 \times 8000 \\
&\sqrt[3]{-2197 \times 800} = \sqrt[3]{-1} \times \sqrt{2197} \times \sqrt[3]{8000} \\
&= (-1) \times \sqrt{13 \times 13 \times 13} \times \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5} \\
&= (-1) \times 13 \times (2 \times 2 \times 5) = -260
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(viii)} \quad &-512 \times -729 \\
&\sqrt[3]{-512 \times -729} = \sqrt[3]{-1} \times \sqrt[3]{512} \times \sqrt[3]{-1} \times \sqrt[3]{729} \\
&= (-1) \times \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} \times (-1) \\
&\quad \times \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} \\
&= (-1) \times (2 \times 2 \times 2) \times (-1) \times (3 \times 3) \\
&= -8 \times -9 = 72
\end{aligned}$$

5. $-250 = -2 \times 5 \times 5 \times 5$

यहाँ त्रियुग्म बनाने पर हमें 2 का पूर्ण,

त्रियुग्म प्राप्त नहीं होता है।

अतः -250 को 2 से भाग देने पर, यह पूर्ण घन हो जाएगी।

अर्थात् $\frac{-2 \times 5 \times 5 \times 5}{2} = -125$, जो कि एक पूर्ण घन है।

अतः अभीष्ट छोटी-से-छोटी प्राकृतिक संख्या 2 है।

2	250
5	125
5	25
5	5
	1

6. -6125 के अभाज्य गुणनखंड करने पर—

$$-6125 = 5 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7$$

चूँकि यहाँ त्रियुग्म बनाने पर हमें 7 का एक पूर्ण त्रियुग्म प्राप्त नहीं होता है।

अतः -6125 में (7) से गुणा करने पर, यह पूर्ण घन हो जाएगी।

अभीष्ट संख्या $= -5 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 \times (7)$

$$= -42875, \text{ जो एक पूर्ण संख्या है।}$$

अतः अभीष्ट छोटी-से-छोटी संख्या (7) है।



संख्याओं के साथ खेल

प्रश्नावली 4.1

1. (i) 3, 6, 9, 12, 15, 18 (ii) 1, 8, 27, 64, 125
 (iii) -7, -14, -21, -28, -35 (iv) 4, 16, 36, 64, 100, 144
 (v) 5, 10, 20, 40, 80, 160

2.

95	87	76
30	12	15
60	75	61

$$\begin{aligned}\therefore 95 - 60 &= 30 \\ 87 - 75 &= 12 \\ \therefore 76 - 61 &= 15\end{aligned}$$

C L O U D

R A I N

3. चूँकि

5	9	4	3	2

 और

1	6	7	8

A R O U N D

तो

6	1	4	3	8	2

अतः AROUND को 614382 लिखा जाएगा।

4. 6656839436736432864682663

$\therefore$ ऐसे 3 अंक हैं।

5. निखिल > आलोक > कबीर > सुरेख > प्रकाश

$\therefore$ आरेख से स्पष्ट है कि निखिल को सबसे अधिक अंक मिले।

6. 4 के समीपवर्ती संख्यायें = 2, 3, 5, 6

$\therefore$ 4 के विपरीत संख्या = 1

7. दी हुई आकृति में अभीष्ट घनों की संख्या = 10

8. जिस प्रकार $\sqrt{289} = 17$ इसी प्रकार $\sqrt{169} = 13$

9. $P = \div$, $Q = \times$, $R = +$, $S = -$

$$11Q14P2R10S8 = 11 \times 14 \div 2 + 10 - 8$$

$$= 11 \times 7 + 10 - 8 = 77 + 10 - 8 = 77 + 2 = 79$$



10. माना पहली संख्या $= 10a + b$

तथा दूसरी संख्या $= 10x + y$

प्रश्नानुसार, ईकाई अंकों का गुणनफल $= 28$

$$\Rightarrow by = 28 \quad \dots(i)$$

$$\text{तथा दहाई अंकों का गुणनफल} = 15 \Rightarrow ax = 15 \quad \dots(ii)$$

और दोनों संख्याओं का गुणनफल $= 1938$

$$\Rightarrow (10a + b)(10x + y) = 1938 \quad \dots(iii)$$

समी० (iii) से,

$$(10a + b)(10x + y) = 1938$$

$$100ax + 10ay + 10bx + by = 1938$$

$$100 \times 15 + 10(ay + bx) + 28 = 1938$$

$$10(ay + bx) = 1938 - 1528 = 410$$

$$ay + bx = \frac{410}{10} = 41 \quad \dots(iv)$$

समी० (i) से, ईकाई अंकों का गुणनफल 28 है। अतः 28 के गुणनखण्ड करने पर

$$28 = 2 \times 2 \times 7$$

$\therefore$ 28 के सम्भावित जोड़े $= (2 \times 14, 4 \times 7)$

इसी प्रकार, समी० (ii) से,

दहाई के अंक 15 के सम्भावित जोड़े $= (3 \times 5 \text{ या } 5 \times 3)$

समी (iv) से, हम संख्याओं का ऐसे, युग्म लेगे जिनका गुणनफल 41 तथा ईकाई एवं दहाई अंकों का गुणनफल क्रमशः 28 व 15 हो।

$\therefore 3 \times 5 + 4 \times 7 = 43 \quad (\text{जो कि अमान्य है।})$

$$3 \times 7 + 4 \times 5 = 41$$

अतः ईकाई के अंक होंगे $= 4, 7$ तथा दहाई के अंक होंगे $= 3, 5$

$\therefore$ संख्या होगी $= 10 \times 3 + 4 = 34$ तथा $10 \times 5 + 7 = 57$

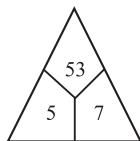
11. प्रश्न 10. की भाँति स्वयं कीजिए।

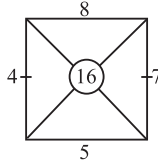
12. संलग्न चित्र में त्रिभुजों की कुल संख्या $= 11$ ($\triangle ACD, \triangle ABF, \triangle ABH, \triangle BHF, \triangle CBF, \triangle CBG, \triangle BGF, \triangle ACF, \triangle CFE, \triangle EFD, \triangle CFD$)

13. (i) $3 \times 9 = 27 \Rightarrow 72$ (अंक बदलने पर)
 $4 \times 8 = 32 \Rightarrow 23$ (अंक बदलने पर)
 $5 \times 7 = 35 \Rightarrow 53$ (अंक बदलने पर)

(ii) $4 + 5 + 9 = 18; 4 + 8 + 12 = 24$

$$\therefore 4 + 7 + 5 = 16$$





14.

4	25	6	49
16	5	36	7

प्रश्नावली 4.2

- शून्य या सम अंक से समाप्त होने वाली संख्याएँ 2 से विभाज्य होती हैं।
अतः 2 से विभाज्य होने वाली संख्याएँ हैं—
(i), (iii), (v), (vi)
- वे संख्याएँ जिनके अंकों का योग 9 से विभाज्य होता है, 9 से विभाज्य होती हैं।
(i) $35847 = 3 + 5 + 8 + 4 + 7 = 27$, 9 से विभाज्य है।
(ii) $2034 = 2 + 0 + 3 + 4 = 9$, 9 से विभाज्य है।
(iii) $456 = 4 + 5 + 6 = 15$, 9 से विभाज्य नहीं है।
(iv) $693 = 6 + 9 + 3 = 18$, 9 से विभाज्य है।
(v) $1332 = 1 + 3 + 3 + 2 = 9$, 9 से विभाज्य है।
(vi) $25302 = 2 + 5 + 3 + 0 + 2 = 12$, 9 से विभाज्य नहीं है।
(vii) $94531 = 9 + 4 + 5 + 3 + 1 = 22$, 9 से विभाज्य नहीं है।
(viii) $72061 = 7 + 2 + 0 + 6 + 1 = 16$, 9 से विभाज्य नहीं है।
- वे संख्याएँ जिनके अंकों का योग 3 से विभाज्य होता है, 3 से विभाज्य होती हैं।
(i) $777 = 7 + 7 + 7 = 21$, 3 से विभाज्य है।
(ii) $474 = 4 + 7 + 4 = 15$, 3 से विभाज्य है।
(iii) $54252 = 5 + 4 + 2 + 5 + 2 = 18$, 3 से विभाज्य है।
(iv) $175412 = 1 + 7 + 5 + 4 + 1 + 2 = 20$, 3 से विभाज्य नहीं है।
(v) $7794 = 7 + 7 + 9 + 4 = 27$, 3 से विभाज्य है।
(vi) $44949 = 4 + 4 + 9 + 4 + 9 = 30$, 3 से विभाज्य है।
(vii) $4595 = 23$, 3 से विभाज्य नहीं है।
(viii) $5070 = 5 + 0 + 7 + 0 = 12$, 3 से विभाज्य है।
- वे संख्याएँ जिनका ईकाई का अंक 5 या शून्य (0) होता है, 5 से विभाज्य होती हैं।
अतः 5 से विभाज्य होने वाली संख्याएँ हैं—

(i), (iii), (v), (vii)

5. यदि किसी संख्या का ईकाई का अंक शून्य (0) है, तो वह संख्या 10 से विभाज्य होगी।

अतः 10 से विभाज्य होने वाली संख्याएँ हैं—

(i), (ii), (iii), (iv), (vi), (vii), (viii)



घातांक या घात

प्रश्नावली 5.1

1. (i) $a^2 b \times ab^2 \times ab \times a^3 b^3 = a^{(2+1+1+3)} \times b^{(1+2+1+3)} = a^7 b^7$

(ii) $\sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} = (\sqrt{3})^6 = (3)^3$

(iii) $\sqrt{-5} \times \sqrt{-5} \times \sqrt{-5} \times \sqrt{-5} = (\sqrt{-5})^4$

(iv) $3^{-2} \times 3^{-3} \times 3^{-4} \times 3^{-5} = 3^{(-2)+(-3)+(-4)+(-5)} = 3^{-14}$

(v) $\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^5$

2. (i) $\frac{3^{15}}{3^6} = 3^{15-6} = 3^9$ $(\because x^m \div x^n = x^{m-n})$

(ii) $5^5 \times 5^4 = 5^{5+4} = 5^9$ $(\because x^m \times x^n = x^{m+n})$

(iii) $4^{-3} \times 4^{-5} = 4^{(-3)+(-5)} = 4^{-3-5} = 4^{-8}$ $(\because x^m \times x^n = x^{m+n})$

(iv) $\frac{2^{1/5}}{2^{2/5}} = 2^{\frac{1}{5}-\frac{2}{5}} = 2^{\left(\frac{1-2}{5}\right)} = 2^{-\frac{1}{5}}$ $\left(\because \frac{x^m}{x^n} = x^{m-n} \right)$

(v) $\frac{(\sqrt{5})^3}{(\sqrt{5})^{-2}} = (\sqrt{5})^{3-(-2)} = (\sqrt{5})^{3+2} = (\sqrt{5})^5$ $\left[\because \frac{x^m}{x^n} = x^{m-n} \right]$

(vi) $6^{-2/3} \times 6^{1/2} = 6^{-\frac{2}{3}+\frac{1}{2}} = 6^{-\frac{4}{6}+\frac{3}{6}} = 6^{-\frac{1}{6}}$ $[\because x^m \times x^n = x^{m+n}]$

$$= 6^{\frac{-4+3}{6}} = 6^{\frac{-1}{6}}$$

$$3. \quad (i) \quad (-3)^4 \times (-3)^3 \times (-3)^2 = (-3)^{4+3+2}$$

$$[\because x^m \times x^n \times x^p = x^{m+n+p}]$$

$$= (-3)^9$$

$$(ii) \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{-5} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-5+(-2)} \quad [\because x^m \times x^n = x^{m+n}]$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^{-5-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-7} = (2)^7$$

$$(iii) \quad 3^8 \div 3^{-3} = \frac{3^8}{3^{-3}}$$

$$= 3^{8-(-3)}$$

$$\left[\because \frac{x^m}{x^n} = x^{m-n} \right]$$

$$= 3^{8+3} = 3^{11}$$

[नोट-पुस्तक में प्रश्न त्रुटिपूर्ण है। सही प्रश्न ऊपर की तरह है।]

$$(iv) \quad (\sqrt{5})^{-4} \div (\sqrt{5})^{-2} = (\sqrt{5})^{-4-(-2)}$$

$$= (\sqrt{5})^{-4+2} = (\sqrt{5})^{-2} = \frac{1}{5}$$

$$(v) \quad (2^2)^3 + \left(\frac{2}{5}\right)^0 + 5^4 \times \left(\frac{1}{5}\right)^3$$

$$= 2^{2 \times 3} + 1 + 5^4 \times \frac{1}{5^3} \quad [\because x^0 = 1]$$

$$= 2^6 + 1 + \frac{5^4}{5^3} = 2^6 + 1 + 5^{4-3} \quad \left[\because \frac{x^m}{x^n} = x^{m-n} \right]$$

$$= 2^6 + 1 + 5^1 = 2^6 + 6 = 64 + 6 = 70$$

$$4. \quad (i) \quad (\sqrt{5})^{-1} \times (\sqrt{5})^3 = (\sqrt{5})^{-1+3} \quad [\because x^m \times x^n = x^{m+n}]$$

$$= (\sqrt{5})^2 = 5$$

$$(ii) \quad \left[\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} \right]^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^{-2 \times 2} = \left(\frac{3}{5}\right)^{-4} = \left(\frac{5}{3}\right)^4$$

$$(iii) \frac{m^{-6} \times n^{-7}}{m^{-4} \times n^{-5}} = m^{-6-(-4)} \times n^{-7-(-5)}$$

$$= m^{-6+4} \times n^{-7+5}$$

$$= m^{-2} \times n^{-2}$$

$$= (mn)^{-2} = \frac{1}{(mn)^2} = \frac{1}{m^2 n^2}$$

$$(iv) \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{4}{9}\right)^5 \times \left(\frac{9}{8}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{2^2}{3^2}\right)^5 \times \left(\frac{3^2}{2^3}\right)^3$$

$$= \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{10} \times \frac{3^6}{2^9}$$

$$= \frac{2^{3+10-9}}{3^{3+10}} \times 3^6 = \frac{2^4}{3^{13}} \times 3^6$$

$$= \frac{2^4}{3^{13-6}} = \frac{2^4}{3^7}$$

$$(v) \frac{a^3 \times (3b^4)^3}{(a^3)^3} = \frac{a^3 \times 3^3 \times b^{4 \times 3}}{a^{3 \times 3}}$$

$$= \frac{a^3 \times 27 \times b^{12}}{a^9} = \frac{27b^{12}}{a^{9-3}} = \frac{27b^{12}}{a^6}$$

5. (i) 4^3 अथवा 3^4

$$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$$

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

$$\therefore 4^3 > 3^4 \quad \Rightarrow \quad 4^3 > 3^4$$

(ii) 5^2 अथवा 2^5

$$5^2 = 5 \times 5 = 25$$

$$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

$$\therefore 32 > 25 \quad \Rightarrow \quad 2^5 > 5^2$$

(iii) 3^{-2} अथवा $(-2)^3$

$$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{3 \times 3} = \frac{1}{9} = 0.111$$

$$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$$

$$\because 0.111 > -8 \quad \Rightarrow \quad 3^{-2} > -8 \quad 3^{-2} > (-2)^3$$

$$(iv) 10^3 \text{ अथवा } 3^{10}$$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$$

$$3^{10} = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 59049$$

$$\because 59049 > 1000 \quad \Rightarrow \quad 3^{10} > 10^3$$

$$(v) \left(\frac{1}{2}\right)^5 \text{ अथवा } (5)^{\frac{1}{2}}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{32} = 0.03125$$

$$(5)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5} = 2.2360$$

$$\because 2.2360 > 0.03125 \quad \Rightarrow \quad (5)^{\frac{1}{2}} > \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$$(vi) (\sqrt{3}) \text{ अथवा } 2^{\frac{1}{3}}$$

$$\sqrt{3} = 1.732$$

$$2^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2} = 1.259$$

$$\because 1.732 > 1.259 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{3} > 2^{\frac{1}{3}}$$

$$6. (i) (729)^{\frac{1}{3}} = (3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3)^{\frac{1}{3}}$$

$$= (3^6)^{\frac{1}{3}} = 3^2 = 9$$

$$(ii) (216)^{\frac{2}{3}} = (2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3)^{\frac{2}{3}}$$

$$= (2^3 \times 3^3)^{\frac{2}{3}} = (2^3)^{\frac{2}{3}} \times (3^3)^{\frac{2}{3}}$$

$$= 2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$$

$$(iii) (81)^{-\frac{3}{4}} = (3 \times 3 \times 3 \times 3)^{\frac{-3}{4}}$$

$$= (3^4)^{\frac{-3}{4}} = 3^{-3} = \frac{1}{3^3}$$

$$= \frac{1}{3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{27}$$

$$\begin{aligned} \text{(iv)} \quad (625)^{\frac{-3}{4}} &= (5 \times 5 \times 5 \times 5)^{\frac{-3}{4}} = (5^4)^{\frac{-3}{4}} \\ &= 5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{125} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(v)} \quad (3125)^{\frac{-3}{5}} &= (5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5)^{\frac{-3}{5}} \\ &= (5^5)^{\frac{-3}{5}} = 5^{-3} \\ &= \frac{1}{5^3} = \frac{1}{5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{125} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(vi)} \quad (216)^{\frac{-1}{3}} &= (2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3)^{\frac{-1}{3}} \\ &= (2^3 \times 3^3)^{\frac{-1}{3}} = (2^3)^{\frac{-1}{3}} \times (3^3)^{\frac{-1}{3}} \\ &= 2^{-1} \times 3^{-1} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(vii)} \quad (1000)^{\frac{-2}{3}} &= (2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5)^{-2/3} \\ &= (2^3 \times 5^3)^{-2/3} = (2^3)^{\frac{-2}{3}} (5^3)^{\frac{-2}{3}} \\ &= 2^{-2} \times 5^{-2} = \frac{1}{2^2} \times \frac{1}{5^2} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{25} = \frac{1}{100} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(viii)} \quad (0.125)^{\frac{4}{3}} &= (0.5 \times 0.5 \times 0.5)^{\frac{4}{3}} \\ &= [(0.5)^3]^{\frac{4}{3}} = (0.5)^4 = 0.0625 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7. \quad \text{(i)} \quad (16)^{\frac{1}{3}} \times (256)^{\frac{1}{3}} &= (2^4)^{\frac{1}{3}} \times (2^8)^{\frac{1}{3}} \\ &= 2^{\frac{4}{3}} \times 2^{\frac{8}{3}} = 2^{\left(\frac{4}{3} + \frac{8}{3}\right)} \\ &= 2^{\left(\frac{4+8}{3}\right)} = 2^{\left(\frac{12}{3}\right)} = 2^4 = 16 \end{aligned}$$

$$\text{(ii)} \quad [(216)^{2/3}]^{\frac{1}{2}} = [(6^3)^{\frac{2}{3}}]^{\frac{1}{2}}$$

$$\left[6^{\left(\frac{3 \times 2}{3}\right)} \right]^{\frac{1}{2}} = [6^2]^{\frac{1}{2}} = 6^{2 \times \frac{1}{2}} = 6^1 = 6$$

$$\begin{aligned}
 \text{(iii)} \quad (125)^{-2/3} \times (27)^{-2/3} &= (5^3)^{\frac{-2}{3}} \times (3^3)^{\frac{-2}{3}} \\
 &= 5^{-2} \times 3^{-2} \\
 &= \frac{1}{5^2} \times \frac{1}{3^2} = \frac{1}{25} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{225}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(iv)} \quad (27)^{\frac{-1}{3}} \times (27^{\frac{1}{3}} - 27^{\frac{2}{3}}) &= (3^3)^{\frac{-1}{3}} \times [(3^3)^{\frac{1}{3}} - (3^3)^{\frac{2}{3}}] \\
 &= (3^{\frac{-3}{3}}) \times [(3^{\frac{3}{3}}) - (3^{\frac{3 \times 2}{3}})] \\
 &= 3^{-1} \times [3^1 - 3^2] \\
 &= \frac{1}{3} \times [3 - 9] = \frac{-6}{3} = -2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(v)} \quad 4 \times 81^{\frac{-1}{2}} \times (81^{\frac{1}{2}} \times 81^{\frac{3}{2}}) &= 4 \times (9^2)^{\frac{-1}{2}} \times [(9^2)^{\frac{1}{2}} \times (9^2)^{\frac{3}{2}}] \\
 &= 4 \times 9^{-1} \times [9^1 \times 9^3] \\
 &= 4 \times \frac{1}{9} \times [9^{1+3}] \quad [\because x^m \times x^n = x^{m+n}] \\
 &= 4 \times \frac{1}{9} \times 9^4 = 4 \times 9^{4-1} = 4 \times 9^3 = 2916
 \end{aligned}$$

$$8. \quad \text{(i)} \quad (8^2 + 6^2)^{\frac{1}{2}} = (64 + 36)^{\frac{1}{2}} = (100)^{\frac{1}{2}} = (10^2)^{\frac{1}{2}} = 10^1 = 10$$

$$\begin{aligned}
 \text{(ii)} \quad (1^3 + 2^3 + 3^3)^{\frac{1}{2}} &= (1 + 8 + 27)^{\frac{1}{2}} \\
 &= (36)^{\frac{1}{2}} = (6^2)^{\frac{1}{2}} = 6^1 = 6
 \end{aligned}$$

$$\text{(iii)} \quad 2 + (625)^{3/4} = 2 + (5^4)^{\frac{3}{4}} = 2 + 5^3 = 2 + 125 = 127$$

$$\begin{aligned}
 \text{(iv)} \quad \sqrt{20^2 + 21^2} &= \sqrt{400 + 441} = \sqrt{841} \\
 &= \sqrt{29 \times 29} = 29
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(v)} \quad (18)^{\frac{5}{2}} \div (18)^{\frac{1}{2}} &= \frac{(18)^{\frac{5}{2}}}{(18)^{\frac{1}{2}}} = (18)^{\frac{5}{2} - \frac{1}{2}} = (18)^{\frac{5-1}{2}} \\
 &= 18^{\frac{4}{2}} = 18^2 = 324
 \end{aligned}$$

[नोट—पुस्तक में प्रश्न त्रुटिपूर्ण हैं। सही प्रश्न ऊपर की तरह है।]

प्रश्नावली 5.2

1. (i) $2^{-x} = \frac{1}{32}$

$$2^{-x} = \frac{1}{32}$$

$$2^{-x} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2^5}$$

$$2^{-x} = 2^{-5}$$

दोनों पक्षों के घातों की तुलना करने पर

$$-x = -5 \quad \Rightarrow \quad x = 5$$

(ii) $3^x = 243$

$$3^x = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$$

$$3^x = 3^5$$

दोनों पक्षों के घातों की तुलना करने पर

$$x = 5$$

(iii) $4^x = 32$

$$4^x = 32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$4^x = 2^5$$

$$(2^2)^x = 2^5 \quad \Rightarrow \quad 2^{2x} = 2^5$$

दोनों की घातों की तुलना करने पर

$$\Rightarrow \quad 2x = 5 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{5}{2}$$

(iv) $3^{2x-1} = 27$

$$3^{2x-1} = 3 \times 3 \times 3$$

$$3^{2x-1} = 3^3$$

दोनों पक्षों के घातों की तुलना करने पर

$$2x - 1 = 3$$

$$2x = 3 + 1 \quad \Rightarrow \quad 2x = 4$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{4}{2} \quad \Rightarrow \quad x = 2$$

(v) $9^{x-2} = 1$

$$\Rightarrow \quad (3^2)^{x-2} = 1$$

$$\Rightarrow 3^{2x-4} = 3^0 \quad [\because x^0 = 1]$$

दोनों पक्षों के घातों की तुलना करने पर,

$$\Rightarrow 2x - 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad 2x = 4$$

$$\Rightarrow x = \frac{4}{2} = 2 \quad \Rightarrow \quad x = 2$$

2. $8^x = 512$

$$8^x = 8 \times 8 \times 8 = 8^3$$

$$8^2 = 8^3$$

दोनों पक्षों के घातों की तुलना करने पर

$$x = 3$$

3. $3^{2x-3} = \frac{1}{27}$

$$3^{2x-3} = \frac{1}{3^3} \quad \Rightarrow \quad 3^{2x-3} = 3^{-3}$$

दोनों पक्षों के घातों की तुलना करने पर

$$2x - 3 = -3$$

$$\Rightarrow 2x = -3 + 3$$

$$\Rightarrow 2x = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{0}{2} = 0$$

$$\Rightarrow x = 0$$

4. $5^{3x-5} = \frac{1}{25}$

$$5^{3x-5} = \frac{1}{5 \times 5} \quad \Rightarrow \quad 5^{3x-5} = \frac{1}{5^2} = 5^{-2}$$

दोनों पक्षों के घातों की तुलना करने पर

$$3x - 5 = -2 \quad \Rightarrow \quad 3x = -2 + 5$$

$$3x = 3 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{3}{3} = 1$$

$$\Rightarrow x = 1$$

5. $4^{2x-5} = 1$

$$4^{2x-5} = 1$$

$$\Rightarrow 4^{2x-5} = 4^0 \quad [\because x^0 = 1 = 4^0]$$

दोनों पक्षों के घातों की तुलना करने पर

$$\Rightarrow 2x - 5 = 0$$

$$\Rightarrow 2x = 5 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{5}{2}$$



सर्वसमिकाएँ

प्रश्नावली 6.1

1. (i) $(3x - y)^2 = (3x)^2 + (y)^2 - 2 \times (3x) \times y$
 $= 9x^2 + y^2 - 6xy$ [$\because (a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$] से
- (ii) $(4a + 2b)^2 = (4a)^2 + (2b)^2 + 2 \times (4a) \times (2b)$
 $= 16a^2 + 4b^2 + 16ab$ [$\because (a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$]
- (iii) $(x^2 + 3y)^2 = (x^2)^2 + (3y^2)^2 + 2(x^2)(3y^2)$
 $= x^4 + 9y^4 + 6x^2y^2$
- (iv) $(5a + 2b)^2 = (5a)^2 + (2b)^2 + 2 \times (5a) \times (2b)$
 $= 25a^2 + 4b^2 + 20ab$
- (v) $\left(P + \frac{1}{P}\right)^2 = (P)^2 + \left(\frac{1}{P}\right)^2 + 2 \times P \times \frac{1}{P}$
 $= P^2 + \frac{1}{P^2} + 2$
- (vi) $\left(2a + \frac{1}{3}\right)^2 = (2a)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 2 \times (2a) \times \left(\frac{1}{3}\right) = 4a^2 + \frac{1}{9} + \frac{4}{3}a$
- (vii) $\left(\frac{x}{2} + \frac{y}{3}\right)^2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{y}{3}\right)^2 + 2 \times \left(\frac{x}{2}\right) \times \left(\frac{y}{3}\right) = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{xy}{3}$
- (viii) $\left(\frac{5}{7}x - \frac{7}{5}y\right)^2 = \left(\frac{5x}{7}\right)^2 + \left(\frac{7y}{5}\right)^2 - 2 \times \left(\frac{5x}{7}\right) \times \left(\frac{7y}{5}\right)$
 $= \frac{25x^2}{49} + \frac{49y^2}{25} - 2xy$

2. (i) $4x^2 + 81y^2 + 36xy$
 $= (2x)^2 + (9y)^2 + 2 \times 2x \times 9y$
 $= (2x + 9y)^2$
 $x = -1$ तथा $y = -1$ रखने पर—
 $= [2(-1) + 9(-1)]^2 = (-2 - 9)^2$
 $= (-11)^2 = 121.$

(ii) $25x^2 + 49y^2 - 70xy$
 $= (5x)^2 + (7y)^2 - 2 \times 5x \times 7y$
 $= (5x - 7y)^2$
 $x = 2$ तथा $y = 3$ रखने पर
 $= (5 \times 2 - 7 \times 3)^2 = (10 - 21)^2$
 $= (-11)^2 = 121$

(iii) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{xy}{3}$
 $= \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{y}{3}\right)^2 + 2 \times \frac{xy}{2 \times 3}$
 $= \left(\frac{x}{2} + \frac{y}{3}\right)^2$
 $x = 2$ तथा $y = 3$ रखने परे—
 $= \left(\frac{2}{2} + \frac{3}{3}\right)^2 = (1 + 1)^2$
 $= (1)^2 = 1.$

(iv) $4x^2 + \frac{1}{9}x^2 - \frac{4x^2}{3}$
 $= (2x)^2 + \left(\frac{x}{3}\right)^2 - 2 \times 2x \times \frac{x}{3}$
 $= \left(2x - \frac{x}{3}\right)^2$
 $(x = 1)$ रखने पर,
 $= \left(2 \times 1 - \frac{1}{3}\right)^2 = \left(2 - \frac{1}{3}\right)^2$

$$=\left(\frac{5}{3}\right)^2=\frac{25}{9}.$$

3. दिया है, $y - \frac{1}{y} = 6$

(i) दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$\left(y - \frac{1}{y}\right)^2 = (6)^2$$

$$y^2 + \frac{1}{y^2} - 2 \times y \times \frac{1}{y} = 36$$

$$y^2 + \frac{1}{y^2} - 2 = 36$$

$$y^2 + \frac{1}{y^2} = 36 + 2$$

अतः $y^2 + \frac{1}{y^2} = 38$

(ii) $\therefore y^2 + \frac{1}{y^2} = 38$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$\left(y^2 + \frac{1}{y^2}\right)^2 = (38)^2$$

$$(y^2)^2 + \left(\frac{1}{y^2}\right)^2 + 2 \times y^2 \times \frac{1}{y^2} = 1444$$

$$y^4 + \frac{1}{y^4} + 2 = 1444$$

$$y^4 + \frac{1}{y^4} = 1444 - 2$$

अतः $y^4 + \frac{1}{y^4} = 1442$

4. दिया है, $a + \frac{1}{a} = 5$

(i) दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = (5)^2$$

$$a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 \times a \times \frac{1}{a} = 25$$

$$a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 = 25$$

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = 25 - 2 = 23$$

अतः $a^2 + \frac{1}{a^2} = 23$

(ii) $\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = 23$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 = (23)^2$$

$$a^4 + \frac{1}{a^4} + 2 \times a^2 \times \frac{1}{a^2} = 529$$

$$a^4 + \frac{1}{a^4} + 2 = 529$$

$$a^4 + \frac{1}{a^4} = 529 - 2$$

अतः $a^4 + \frac{1}{a^4} = 527$

5. $a^2 + \frac{1}{a^2} = 83$

$\therefore \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = a^2 + \frac{1}{a^2} - 2 \times a \times \frac{1}{a}$
 $= a^2 + \frac{1}{a^2} - 2$

$$\begin{aligned}\therefore a - \frac{1}{a} &= \sqrt{a^2 + \frac{1}{a^2} - 2} \\ &= \sqrt{83 - 2} = \sqrt{81} = 9\end{aligned}$$

6. $a + b = 10, ab = 24,$

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$(10)^2 = a^2 + b^2 + 2 \times 24$$

$$100 = a^2 + b^2 + 48$$

$$100 - 48 = a^2 + b^2$$

$$52 = a^2 + b^2$$

अतः $a^2 + b^2 = 52$

7. $a + b = -6, ab = -16$

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$(-6)^2 = a^2 + b^2 + 2 \times (-16)$$

$$36 = a^2 + b^2 - 32$$

$$36 + 32 = a^2 + b^2$$

$$68 = a^2 + b^2$$

अतः $a^2 + b^2 = 68$

8. $a - b = 5, ab = 14$

$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

$$(5)^2 = a^2 + b^2 - 2 \times 14$$

$$25 = a^2 + b^2 - 28$$

$$25 + 28 = a^2 + b^2$$

$$53 = a^2 + b^2$$

अतः $a^2 + b^2 = 53$

9. (i) $\left(\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y\right)\left(\frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y\right)$

$$= \left(\frac{1}{2}x\right)^2 - \left(\frac{2}{3}y\right)^2$$

$$[\because (a + b)(a - b) = a^2 - b^2]$$

$$= \frac{x^2}{4} - \frac{4y^2}{9}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(ii)} \quad (2a-b-c)^2 &= (2a)^2 + (-b)^2 + (-c)^2 \\
 &\quad + 2 \times 2a \times (-b) + 2 \times (-b) \times (-c) + 2 \times (-c)(2a) \\
 &= 4a^2 + b^2 + c^2 - 4ab + 2bc - 4ca
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(iii)} \quad (a-2b+c)^2 &= a^2 + (-2b)^2 + c^2 \\
 &\quad + 2 \times a(-2b) + 2 \times (-2b) \times c + 2 \times c \times a \\
 &= a^2 + 4b^2 + c^2 - 4ab - 4bc + 2ca
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(iv)} \quad (-3a+b+c)^2 &= (-3a)^2 + (b)^2 + (c)^2 \\
 &\quad + 2 \times (-3a) \times b + 2 \times b \times c + 2 \times c \times (-3a) \\
 &= 9a^2 + b^2 + c^2 - 6ab + 2bc - 6ca
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(v)} \quad \left(x - \frac{1}{2}y + z\right)^2 &= x^2 + \left(\frac{-1y}{2}\right)^2 + z^2 + 2 \times x \times \left(\frac{-y}{2}\right) \\
 &\quad + 2 \times \left(\frac{-y}{2}\right)z + 2 \times z \times x \\
 &= x^2 + \frac{y^2}{4} + z^2 - xy - yz + 2zx
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(vi)} \quad \left(1 + a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 &= 1^2 + (a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2 \\
 &\quad + 2 \times 1 \times a^2 + 2 \times a^2 \times \frac{1}{a^2} + 2 \times \frac{1}{a^2} \times 1 \\
 &= 1 + a^4 + \frac{1}{a^4} + 2a^2 + 2 + \frac{2}{a^2} \\
 &\quad a^4 + \frac{1}{a^4} + 2a^2 + \frac{2}{a^2} + 3
 \end{aligned}$$

10. यदि $2x + \frac{1}{2x} = 4$ $\frac{1}{4} = \frac{17}{4}$

दोनों पक्षों का घन करने पर

$$\left(2x + \frac{1}{2x}\right)^3 = \left(\frac{17}{4}\right)^3$$

$$(2x)^3 + \left(\frac{1}{2x}\right)^3 + 3(2x) \times \left(\frac{1}{2x}\right) \left(2x + \frac{1}{2x}\right) = \frac{4913}{64}$$

$$[\because (a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)]$$

$$8x^3 + \frac{1}{8x^3} + 3 \times \left(2x + \frac{1}{2x}\right) = \frac{4913}{64}$$

$$8x^3 + \frac{1}{8x^3} + 3 \times \left(\frac{17}{4}\right) = \frac{4913}{64}$$

$$8x^3 + \frac{1}{8x^3} = \frac{4913}{64} - \frac{51}{4}$$

$$= \frac{4913 - 816}{64}$$

$$\text{अतः} \quad 8x^3 + \frac{1}{8x^3} = \frac{4097}{64} = 64 \frac{1}{64}$$

$$11. \text{ यदि } (a+b+c) = 10 \quad \dots(1)$$

$$\text{और } ab+bc+ca = 27 \quad \dots(2)$$

$$\therefore (a+b+c) = 10$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$(a+b+c)^2 = (10)^2$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca = 100$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca) = 100$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2 \times 27 = 100$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 54 = 100$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 100 - 54$$

$$\text{अतः} \quad a^2 + b^2 + c^2 = 46$$

$$12. \quad (i) (2x+3)^3 = (2x)^3 + (3)^3 + 3(2x) \times 3(2x+3)$$

$$= 8x^3 + 27 + 18x(2x+3)$$

$$= 8x^3 + 27 + 36x^2 + 54x$$

$$= 8x^3 + 36x^2 + 54x + 27$$

$$(ii) (5a-3b)^3 = (5a)^3 + (-3b)^3 + 3 \times (5a) \times (-3b)(5a-3b)$$

$$= 125a^3 - 27b^3 - 45ab(5a-3b)$$

$$= 125a^3 - 27b^3 - 225a^2b + 135ab^2$$

$$\begin{aligned}
 \text{(iii)} \quad \left(x^2 + \frac{y^2}{2}\right)^3 &= (x^2)^3 + \left(\frac{y^2}{2}\right)^3 + 3 \times x^2 \times \frac{y^2}{2} \left(x^2 + \frac{y^2}{2}\right) \\
 &= x^6 + \frac{y^6}{8} + \frac{3}{2} x^2 y^2 \left(x^2 + \frac{y^2}{2}\right) \\
 &= x^6 + \frac{y^6}{8} + \frac{3}{2} x^4 y^2 + \frac{3}{4} x^2 y^4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(iv)} \quad \left(4m - \frac{1}{3n}\right)^3 &= (4m)^3 + \left(-\frac{1}{3n}\right)^3 + 3 \times 4m \times \left(-\frac{1}{3n}\right) \times \left(4m - \frac{1}{3n}\right) \\
 &= 64m^3 - \frac{1}{27n^3} - \frac{4m}{n} \left(4m - \frac{1}{3n}\right) \\
 &= 64m^3 - \frac{1}{27n^3} - \frac{16m^2}{n} + \frac{4m}{3n^2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(v)} \quad \left(2b - \frac{a}{3}\right)^3 &= (2b)^3 + \left(-\frac{a}{3}\right)^3 + 3 \times (2b) \left(-\frac{a}{3}\right) \left(2b - \frac{a}{3}\right) \\
 &= 8b^3 - \frac{a^3}{27} - 2ab \left(2b - \frac{a}{3}\right) \\
 &= 8b^3 - \frac{a^3}{27} - 4ab^2 + \frac{2}{3} a^2 b
 \end{aligned}$$

13. दिया है, $x - \frac{1}{x} = 5$

दोनों पक्षों का घन करने पर

$$\begin{aligned}
 \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 &= (5)^3 \\
 x^3 - \frac{1}{x^3} - 3 \times x \times \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right) &= 125 \\
 x^3 - \frac{1}{x^3} - 3 \left(x - \frac{1}{x}\right) &= 125 \\
 x^3 - \frac{1}{x^3} - 3 \times 5 &= 125
 \end{aligned}$$

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = 125 + 15$$

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = 140$$

$$\begin{aligned} 14. \quad (i) \quad (51)^3 &= (50+1)^3 \\ &= (50)^3 + (1)^3 + 3 \times 50 \times 1(50+1) \\ &= 125000 + 1 + 150 \times 51 \\ &= 1250 + 1 + 7650 = 132651 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (ii) \quad (199)^3 &= (200-1)^3 \\ &= (200)^3 - (1)^3 - 3 \times 200 \times 1(200-1) \\ &= 8000000 - 1 - 600(200-1) \\ &= 8000000 - 1 - 120000 + 600 \\ &= 7880599 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (iii) \quad (9.9)^3 &= (10-0.1)^3 \\ &= (10)^3 - (0.1)^3 - 3 \times 10 \times 0.1 \times (10-0.1) \\ &= 1000 - 0.001 - 3 \times (10-0.1) \\ &= 1000 - 0.001 - 30 + 0.3 \\ &= 970.3 - 0.001 = 970.299 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (iv) \quad (100.1)^3 &= (100 + 0.1)^3 \\ &= (100)^3 + (0.1)^3 + 3 \times 100 \times 0.1 (100 + 0.1) \\ &= 1000000 + 0.001 + 30 (100 + 0.1) \\ &= 1000000 + 0.001 + 3000 + 3 \\ &= 1003003.001 \end{aligned}$$

$$15. \text{ दिया है, } 2x + \frac{1}{2x} = \frac{17}{4}$$

दोनों पक्ष का घन करने पर

$$\begin{aligned} \left(2x + \frac{1}{2x}\right)^3 &= \left(\frac{17}{4}\right)^3 \\ (2x)^3 + \left(\frac{1}{2x}\right)^3 + 3 \times (2x) \times \left(\frac{1}{2x}\right) \left(2x + \frac{1}{2x}\right) &= \frac{4913}{64} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
8x^3 + \frac{1}{8x^3} + 3 \times \frac{17}{4} &= \frac{4913}{64} \\
8x^3 + \frac{1}{8x^3} &= \frac{4913}{64} - \frac{51}{4} \\
&= \frac{4913 - 816}{64} = \frac{4097}{64} \\
&= 64 \frac{1}{64}
\end{aligned}$$

प्रश्नावली 6.2

1. (i) $(x-5)(x-9)$

सर्वसमिका $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

इसमें, $a = -5$, $b = -9$ रखने पर

$$\begin{aligned}
(x-5)(x-9) &= x^2 + (-5-9)x + (-5) \times (-9) \\
&= x^2 - 14x + 45
\end{aligned}$$

(ii) $(x^2-3)(x^2+4)$

सर्वसमिका $(X+a)(X+b) = X^2 + (a+b)X + ab$

इसमें, $X = x^2$, $a = -3$, $b = 4$ रखने पर

$$\begin{aligned}
(x^2-3)(x^2+4) &= (x^2)^2 + (-3+4)x^2 + (-3) \times 4 \\
&= x^4 + x^2 - 12 \\
&= x^4 + x^2 - 12
\end{aligned}$$

(iii) $\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{3}{2}\right)$

सर्वसमिका $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

इसमें $a = -\frac{1}{2}$, $b = -\frac{3}{2}$ रखने पर

$$\begin{aligned}
\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{3}{2}\right) &= x^2 + \left[\left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{3}{2}\right)\right]x + \left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{3}{2}\right) \\
&= x^2 + \left[\frac{-1-3}{2}\right]x + \frac{3}{4} \\
&= x^2 + (-2)x + \frac{3}{4} \\
&= x^2 - 2x + \frac{3}{4}
\end{aligned}$$

$$(iv) (x+4)(x+6)$$

$$\text{सर्वसमिका } (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$\text{इसमें } a=4, b=6 \text{ रखने पर}$$

$$\begin{aligned}(x+4)(x+6) &= x^2 + (4+6)x + 4 \times 6 \\ &= x^2 + 10x + 24\end{aligned}$$

$$(v) \left(x + \frac{4}{5}\right) \left(x - \frac{3}{2}\right)$$

$$\text{सर्वसमिका } (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$\text{इसमें } a = \frac{4}{5}, b = -\frac{3}{2} \text{ रखने पर}$$

$$\begin{aligned}\left(x + \frac{4}{5}\right) \left(x - \frac{3}{2}\right) &= x^2 + \left[\left(\frac{4}{5}\right) + \left(-\frac{3}{2}\right)\right]x + \left(\frac{4}{5}\right) \times \left(-\frac{3}{2}\right) \\ &= x^2 + \left(\frac{8-15}{10}\right)x - \frac{6}{5} \\ &= x^2 + \left(\frac{-7}{10}\right)x - \frac{6}{5} = x^2 - \frac{7}{10}x - \frac{6}{5}\end{aligned}$$

$$(vi) \left(x + \frac{7}{3}\right) \left(x - \frac{4}{3}\right)$$

$$\text{सर्वसमिका } (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$\text{इसमें } a = \frac{7}{3}, b = -\frac{4}{3} \text{ रखने पर}$$

$$\begin{aligned}\left(x + \frac{7}{3}\right) \left(x - \frac{4}{3}\right) &= x^2 + \left(\frac{7}{3} - \frac{4}{3}\right)x + \left(\frac{7}{3}\right) \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) \\ &= x^2 + \left(\frac{7-4}{3}\right)x + \left(\frac{-28}{9}\right) \\ &= x^2 + x - \frac{28}{9}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2. \quad (i) \quad &(a-2b)(a^2+4ab+b^2) - (a+2b)(a^2-4ab+b^2) \\ &= a^3 + 4a^2b + ab^2 - 2a^2b - 8ab^2 - 2b^3 \\ &\quad - [a^3 - 4a^2b + ab^2 + 2a^2b - 8ab^2 + 2b^3] \\ &= a^3 + 2a^2b - 7ab^2 - 2b^3 - [a^3 - 2a^2b - 7ab^2 + 2b^3]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= a^3 + 2a^2b - 7ab^2 - 2b^3 - a^3 + 2a^2b + 7ab^2 - 2b^3 \\
&= 4a^2b - 4b^3 = 4b(a^2 - b^2) = 4b(a+b)(a-b) \\
\text{(ii)} \quad &(2x+3)(4x^2-12x+9) - (2x-3)(4x^2+12x+9) \\
&= (8x^3 - 24x^2 + 18x + 12x^2 - 36x + 27) \\
&\quad - (8x^3 + 24x^2 + 18x - 12x^2 - 36x - 27) \\
&= (8x^3 - 12x^2 - 18x + 27) - (8x^3 + 12x^2 - 18x - 27) \\
&= 8x^3 - 12x^2 - 18x + 27 - 8x^3 - 12x^2 + 18x + 27 \\
&= -24x^2 + 54 \\
&= 54 - 24x^2 = 6(9 - 4x^2) = 6(3 + 2x)(3 - 2x) \\
\text{(iii)} \quad &(2x+5)(4x^2-20x+25) - (2x-5)(4x^2+20x+5) \\
&= (8x^3 - 40x^2 + 50x + 20x^2 - 100x + 125) \\
&\quad - (8x^3 + 40x^2 + 10x - 20x^2 - 100x - 25) \\
&= (8x^3 - 20x^2 - 50x + 125) - (8x^3 + 20x^2 - 90x - 25) \\
&= 8x^3 - 20x^2 - 50x + 125 - 8x^3 - 20x^2 + 90x + 25 \\
&= -40x^2 + 40x + 150 = -10(2x+3)(2x-5) \\
\text{(iv)} \quad &(x-1)(x^2+2x+1) - (x+1)(x^2-2x+1) \\
&= (x^3 + 2x^2 + x - x^2 - 2x - 1) - (x^3 - 2x^2 + x + x^2 - 2x + 1) \\
&= (x^3 + x^2 - x - 1) - (x^3 - x^2 - x + 1) \\
&= x^3 + x^2 - x - 1 - x^3 + x^2 + x - 1 = 2x^2 - 2 = 2(x^2 - 1) \\
&= 2(x+1)(x-1)
\end{aligned}$$

3. दिया है; $M + N + Q = 9$... (1)

$M^2 + N^2 + Q^2 = 35$... (2)

$M^3 + N^3 + Q^3 - 3MNQ = ?$

$\therefore (M + N + Q)^2 = M^2 + N^2 + Q^2 + 2(MN + NQ + QM)$

$(9)^2 = 35 + 2(MN + NQ + QM)$

$81 - 35 = 2(MN + NQ + QM)$

$\frac{46}{2} = MN + NQ + QM$

$23 = MN + NQ + QM$

$\therefore MN + NQ + QM = 23$

अब सूत्र: $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

$$\begin{aligned}
&= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) \\
M^3+N^3+Q^3-3MNQ \\
&= (M+N+Q)(M^2+N^2+Q^2-MN-NQ-QM) \\
&= 9 \times [35 - (MN+NQ+QM)] \\
&= 9 \times [35-23] = 9 \times 12 = 108
\end{aligned}$$

4. दिया है, $a+b+c=9$... (1)

$$ab+bc+ca=26 \quad \dots (2)$$

$$\begin{aligned}
\therefore (a+b+c)^2 &= a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca) \\
(9)^2 &= a^2+b^2+c^2+2 \times 26 \\
81-52 &= a^2+b^2+c^2 \\
29 &= a^2+b^2+c^2
\end{aligned}$$

अब सूत्र : $a^3+b^3+c^3-3abc$

$$\begin{aligned}
&= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) \\
&= 9 \times [(29-(ab+bc+ca))] \\
&= 9 \times [29-26] = 9 \times 3 = 27
\end{aligned}$$

5. दिया है : $p+q+r=0$

$$3pqr=27$$

सूत्र : यदि $p+q+r=0$

तो $p^3+q^3+r^3=3pqr=27$

6. (i) $(18)^3 - (10)^3 - (6)^3 = (18-10)(18^2+10^2+18 \times 10) - 6^3$

सूत्र : $[a^3-b^3 = (a-b)(a^2+b^2+ab)]$

$$\begin{aligned}
&= 8(324+100+180) - 216 \\
&= 8 \times 604 - 216 = 4832 - 216 = 4616
\end{aligned}$$

(ii) $(15)^3 - (5)^3 + (10)^3 = (15-5)(15^2+5^2+15 \times 5) + 10^3$

$$\begin{aligned}
&= 10(225+25+75) + 1000 \\
&= 10 \times 325 + 1000 \\
&= 3250 + 1000 = 4,250
\end{aligned}$$

(iii) $(56)^3 + (35)^3 - (60)^3 = (56+35)(56^2+35^2-56 \times 35) - (60)^3$

$$\begin{aligned}
&= 91(3136+1225-1960) - (60)^3 \\
&= 91 \times 2401 - 216000 \\
&= 218491 - 216000 = 2491
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(iv)} \quad & (-35)^3 - (8)^3 + (31)^3 = (31)^3 - (8)^3 + (-35)^3 \\
 & = (31-8)(31^2 + 8^2 + 31 \times 8) + (-35)^3 \\
 \text{[सूत्र : } a^3 - b^3 &= (a-b)(a^2 + b^2 + ab)] \\
 & = 23 \times (961 + 64 + 248) + (-42875) \\
 & = 23 \times 1273 - 42875 \\
 & = 29279 - 42875 \\
 & = -13596
 \end{aligned}$$



युगपत समीकरण

प्रश्नावली 7.1

$$\begin{aligned}
 1. \quad & \text{(i)} \quad 2x + y = 6 \quad \dots\text{(i)} \\
 & \quad \quad x - y = 3 \quad \dots\text{(ii)}
 \end{aligned}$$

समी० (ii) से, $x = y + 3$

x का मान समी० (i) में रखने पर,

$$2(y + 3) + y = 6$$

$$2y + 6 + y = 6$$

$$3y = 6 - 6 = 0$$

$$y = \frac{0}{3} = 0$$

y का मान समी० (ii) में रखने पर

$$x - 0 = 3$$

$$\Rightarrow \quad \quad \quad x = 3$$

अतः $x = 3, y = 0$

$$(ii) \quad \quad \quad 4x - 3y = 8 \quad \dots\text{(i)}$$

$$6x - y = \frac{29}{3} \quad \dots\text{(ii)}$$

समी० (ii) से, $y = 6x - \frac{29}{3}$

y का मान समी० (i) में रखने पर,

$$4x - 3 \times \left(6x - \frac{29}{3} \right) = 8$$

$$4x - 18x + 29 = 8$$

$$-14x = 8 - 29$$

$$-14x = -21$$

$$x = \frac{-21}{-14} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}$$

x का मान समी० (ii) में रखने पर

$$6 \times \frac{3}{2} - y = \frac{29}{3}$$

$$9 - y = \frac{29}{3}$$

$$9 - \frac{29}{3} = y$$

$$\frac{-2}{3} = y$$

$$\therefore y = \frac{-2}{3}$$

$$\text{अतः } x = \frac{3}{2}, y = \frac{-2}{3}$$

$$(iii) \quad 5x - 3y = 9$$

...(i)

$$2x - y = 4$$

...(ii)

समी० (ii) से,

$$y = 2x - 4$$

y का मान समी० (i) में रखने पर,

$$5x - 3 \times (2x - 4) = 9$$

$$5x - 6x + 12 = 9$$

$$-x = 9 - 12 = -3$$

$$\therefore x = 3$$

x का मान समी० (ii) में रखने पर,

$$2 \times 3 - y = 4$$

$$6 - 4 = y$$

$$2 = y$$

$$\therefore y = 2$$

अतः $x = 3, y = 2$

$$(iv) \quad 2x + y = 7 \quad \dots(i)$$

$$y - 3 = 0 \quad \dots(ii)$$

समी० (ii) से, $y = 3$

y का मान समी० (i) रखने पर,

$$2x + 3 = 7 \quad \Rightarrow \quad 2x = 7 - 3$$

$$\Rightarrow 2x = 4 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{4}{2} = 2$$

अतः $x = 2, y = 3$

$$(v) \quad 17x + 10y = 118 \quad \dots(i)$$

$$15x - 6y = 30 \quad \dots(ii)$$

समी० (ii) से, $15x - 30 = 6y$

$$\frac{1}{6}(15x - 30) = y$$

$$\frac{5}{2}x - 5 = y$$

y का मान समी० (i) में रखने पर,

$$17x + 10\left(\frac{5}{2}x - 5\right) = 118$$

$$17x + 25x - 50 = 118$$

$$42x = 118 + 50 = 168$$

$$x = \frac{168}{42} = 4$$

x का मान समी० (i) में रखने पर,

$$17 \times 4 + 10y = 118$$

$$68 + 10y = 118$$

$$10y = 118 - 68 = 50$$

$$y = \frac{50}{10} = 5$$

अतः $x = 4$, $y = 5$

$$(vi) \quad 3x + 4y = 24 \quad \dots(i)$$

$$20x - 11y = 47 \quad \dots(ii)$$

समी० (ii) से, $20x - 47 = 11y$

$$\text{या,} \quad y = \frac{1}{11}(20x - 47)$$

y का मान समी० (i) में रखने पर,

$$3x + 4 \times \frac{1}{11}(20x - 47) = 24$$

$$3x + \frac{80}{11}x - \frac{188}{11} = 24$$

$$3x + \frac{80}{11}x = 24 + \frac{188}{11}$$

$$\frac{113x}{11} = \frac{264 + 188}{11}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{113x}{11} = \frac{452}{11}$$

$$x = \frac{452}{11} \times \frac{11}{113} = 4$$

x का मान समी० (i) में रखने पर,

$$3 \times 4 + 4y = 24$$

$$12 + 4y = 24$$

$$4y = 24 - 12$$

$$y = \frac{12}{4} = 3$$

अतः $x = 4$, $y = 3$

$$(vii) \quad 17x + 12y = 63 \quad \dots(i)$$

$$13x - 3y = 36 \quad \dots(ii)$$

समी० (ii) से, $13x - 36 = 3y$

$$\frac{1}{3}(13x - 36) = y$$

y का मान समी० (i) में रखने पर,

$$17x + 12\left[\frac{1}{3}(13x - 36)\right] = 63$$

$$17x + 52x - 144 = 63$$

$$17x + 52x = 63 + 144$$

$$69x = 207$$

$$x = \frac{207}{69} = 3$$

x का मान समी० (ii) में रखने पर,

$$13 \times 3 - 3y = 36 \quad \Rightarrow \quad 39 - 3y = 36$$

$$\Rightarrow \quad 39 - 36 = 3y \quad \Rightarrow \quad 3 = 3y$$

$$\Rightarrow \quad y = \frac{3}{3} = 1$$

अतः $x = 3, y = 1$

$$(viii) \quad 2x + 3y = 11 \quad \dots(i)$$

$$2x - y = -1 \quad \dots(ii)$$

समी० (ii) से, $2x + 1 = y$

y का मान समी० (i) में रखने पर,

$$2x + 3(2x + 1) = 11$$

$$2x + 6x + 3 = 11$$

$$8x = 11 - 3 = 8$$

$$x = \frac{8}{8} = 1$$

x का मान समी० (ii) में रखने पर,

$$2 \times 1 - y = -1 \quad \Rightarrow \quad 2 + 1 = y$$

$$\Rightarrow \quad 3 = y \quad \Rightarrow \quad y = 3$$

अतः $x = 1, y = 3$

$$2. \quad (i) \quad 3x + 2y = 14 \quad \dots(i)$$

$$-x + 4y = 7 \quad \dots(ii)$$

समी० (ii) में 3 से गुणा करने पर,

$$-3x + 12y = 21$$

...(iii)

समी० (i) व (iii) को जोड़ने पर

$$3x + 2y = 14$$

$$\underline{-3x + 12y = 21}$$

$$14y = 35$$

$$y = \frac{35}{14} = \frac{5}{2}$$

$$y = \frac{5}{2}$$

समी० (ii) में y का मान रखने पर

$$-x + 4 \times \left(\frac{5}{2}\right) = 7$$

$$-x + 10 = 7$$

$$-x = 7 - 10 = -3$$

$$x = 3$$

$$\text{अतः } x = 3, y = \frac{5}{2}$$

$$(ii) \quad 2x - 3y = 1.3$$

...(i)

$$y - x = 0.5$$

...(ii)

समी० (ii) में 3 से गुणा करने पर,

$$3y - 3x = 1.5$$

...(iii)

समी० (i) व (iii) को जोड़ने पर

$$2x - 3y = 1.3$$

$$\underline{3y - 3x = 1.5}$$

$$-x = 2.8$$

$$x = -2.8$$

x का मान समी० (ii) में रखने पर

$$y - (-2.8) = 0.5$$

$$y + 2.8 = 0.5$$

$$y = 0.5 - 2.8$$

$$y = -2.3$$

$$\text{अतः } x = -2.8, y = -2.3$$

$$(iii) \quad 19x - 17y = 55 \quad \dots(i)$$

$$17x - 19y = 53 \quad \dots(ii)$$

समी० (i) में 19 से गुणा करने पर

$$361x - 323y = 1045 \quad \dots(iii)$$

समी० (ii) में 17 से गुणा करने पर,

$$289x - 323y = 901 \quad \dots(iv)$$

समी० (iii) में से, समी० (iv) घटाने पर

$$361x - 323y = 1045$$

$$289x - 323y = 901$$

$$\begin{array}{r} - \quad + \quad - \\ \hline \end{array}$$

$$72x = 144$$

$$x = \frac{144}{72} = 2$$

x का मान समी० (i) में रखने पर

$$19 \times 2 - 17y = 55$$

$$-17y = 55 - 38$$

$$-17y = 17$$

$$\Rightarrow y = \frac{17}{-17} = -1$$

$$\text{अतः } x = 2, y = -1$$

$$(iv) \quad 3x + 5y = 15 \quad \dots(i)$$

$$x - 5y = 17 \quad \dots(ii)$$

समी० (i) व (ii) को जोड़ने पर

$$3x + 5y = 15$$

$$\begin{array}{r} x - 5y = 17 \\ \hline \end{array}$$

$$4x = 32$$

$$x = \frac{32}{4} = 8$$

x का मान समी० (ii) में रखने पर

$$8 - 5y = 17$$

$$8-17=5y$$

$$-9=5y$$

$$\text{या, } y = \frac{-9}{5}$$

$$\text{अतः } x=8, y=\frac{-9}{5}$$

$$(v) \quad 4x+7y=20 \quad \dots(i)$$

$$21x-13y=21 \quad \dots(ii)$$

समी० (i) में 13 से गुणा करने पर,

$$52x+91y=260 \quad \dots(iii)$$

समी० (ii) में 7 से गुणा करने पर,

$$147x-91y=147 \quad \dots(iv)$$

समी० (iii) व (i) को जोड़ने पर

$$52x+91y=260$$

$$\underline{147x-91y=147}$$

$$199x=407$$

$$x=\frac{407}{199}$$

x का मान समी० (ii) में रखने पर

$$21 \times \left(\frac{407}{199} \right) - 13y = 21$$

$$\frac{21 \times 407}{199} - 21 = 13y$$

$$\frac{21 \times 407 - 21 \times 199}{199} = 13y$$

$$\frac{21 \times 208}{199} = 13y$$

$$y = \frac{21 \times 208}{199 \times 13} = \frac{336}{199}$$

$$\text{अतः } x = \frac{407}{199}, y = \frac{336}{199}$$

$$(vi) \quad 3x + 5y = -7 \quad \dots(i)$$

$$11x - 8y = 27 \quad \dots(ii)$$

समी० (i) में 8 से तथा समी० (ii) में 5 से गुणा करने पर,

$$24x + 40y = -56 \quad \dots(iii)$$

$$\underline{55x - 40y = 135} \quad \dots(iv)$$

जोड़ने पर,

$$79x = 79$$

$$x = \frac{79}{79} = 1$$

x का मान समी० (i) में रखने पर

$$3 \times 1 + 5y = -7$$

$$5y = -7 - 3 = -10$$

$$y = \frac{-10}{5} = -2$$

अतः $x = 1, y = -2$

$$3. \quad (i) \quad 3y - 4z = 1 \quad \dots(i)$$

$$5y - 4z = 2 \quad \dots(ii)$$

$$\underline{\quad \quad + \quad \quad - \quad \quad}$$

$$\text{घटाने पर,} \quad -2y = -1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}$$

y का मान समी० (i) में रखने पर,

$$3 \times \frac{1}{2} - 4z = 1$$

$$-4z = 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$z = \frac{-1}{-4 \times 2} = \frac{1}{8}$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}, z = \frac{1}{8}$$

उत्तर की जाँच : समी० (1) में $y = \frac{1}{2}, z = \frac{1}{8}$ रखने पर

$$3 \times \frac{1}{2} - 4 \times \frac{1}{8} = 1$$

$$\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$$

$$\frac{3-1}{2} = 1$$

$$\frac{2}{2} = 1$$

$$1 = 1$$

$$\text{L.H.S.} = \text{R.H.S.}$$

$$(ii) \quad x - y = 3 \quad \dots(i)$$

$$\frac{x}{2} - \frac{y}{2} = 6 \quad \dots(ii)$$

समी० (ii) से, $\frac{x-y}{2} = 6$

$$x - y = 12 \quad \dots(iii)$$

समी० (i) से समी० (iii) घटाने पर

$$x - y = 3$$

$$x - y = 12$$

$$\begin{array}{r} - \quad + \\ \hline 0 = -9 \end{array}$$

अतः समी० (i) व (ii) से x व y के मान ज्ञात नहीं किये जा सकते हैं।

$$4. \quad (i) \quad \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 10 \quad \dots(i)$$

$$\frac{x}{3} - \frac{y}{8} = 2 \quad \dots(ii)$$

समी० (i) में $\frac{1}{2}$ से गुणा करने पर,

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{8} = 5 \quad \dots(iii)$$

समी० (ii) एवं (iii) को जोड़ने पर

$$\frac{x}{3} - \frac{y}{8} = 2$$

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{8} = 5$$

$$\begin{array}{r} \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 2 + 5 \\ \hline \end{array}$$

जोड़ने पर,

$$\frac{4x+3x}{12} = 7$$

$$\frac{7x}{12} = 7$$

$$x = 12$$

x का मान समी० (i) में रखने पर,

$$\frac{12}{2} + \frac{y}{4} = 10$$

$$6 + \frac{y}{4} = 10$$

$$\frac{y}{4} = 10 - 6 = -4$$

$$y = -4 \times 4 = -16$$

अतः $x = 12$, $y = -16$

$$(ii) \quad \frac{x}{7} + \frac{y}{15} = 3 \quad \dots(i)$$

$$\frac{x}{2} - \frac{y}{5} = 4 \quad \dots(ii)$$

समी० (ii) को $\frac{1}{3}$ से गुणा करने पर,

$$\frac{x}{6} - \frac{y}{15} = \frac{4}{3} \quad \dots(iii)$$

समी० (i) व (iii) को जोड़ने पर,

$$\frac{x}{7} + \frac{y}{15} = 3$$

$$\frac{x}{6} - \frac{y}{15} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{x}{7} + \frac{x}{6} = 3 + \frac{4}{3}$$

$$\frac{6x + 7x}{42} = \frac{9 + 4}{3}$$

$$\frac{13x}{42} = \frac{13}{3}$$

$$x = \frac{13}{3} \times \frac{42}{13}$$

$$x = 14$$

x का मान समी० (i) में रखने पर,

$$\frac{14}{7} + \frac{y}{5} = 3$$

$$2 + \frac{y}{5} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{y}{5} = 3 - 2$$

$$\Rightarrow y = 1 \times 5$$

$$\Rightarrow y = 5$$

अतः $x = 14$, $y = 5$

प्रश्नावली 7.2

1. माना दो संख्याएँ x तथा y हैं।

$$\therefore \text{ प्रश्नानुसार, } x + y = 50 \quad \dots(i)$$

$$x - y = 20 \quad \dots(ii)$$

समी० (i) व (ii) को जोड़ने पर,

$$2x = 70$$

$$x = \frac{70}{2} = 35$$

x का मान समी० (i) में रखने पर,

$$35 + y = 50 \quad \Rightarrow \quad y = 50 - 35 = 15$$

$$\therefore x = 35, y = 15$$

अतः वे संख्याएँ 35 तथा 15 हैं।

2. माना पिता की वर्तमान आयु $= x$ वर्ष

तथा पुत्र की वर्तमान आयु $= y$ वर्ष

10 वर्ष पूर्व, पिता की आयु $= (x - 10)$ वर्ष

10 वर्ष पूर्व, पुत्र की आयु $= (y - 10)$ वर्ष

प्रथम शर्तानुसार, $x - 10 = 12(y - 10)$

$$x - 10 = 12y - 120$$

$$x - 12y = 10 - 120 = -110$$

$$x - 12y = -110$$

...(i)

10 वर्ष बाद, पिता की आयु $= (x + 10)$ वर्ष

10 वर्ष बाद, पुत्र की आयु $= (y + 10)$ वर्ष

द्वितीय शर्तानुसार, $(x + 10) = 2(y + 10)$

$$x + 10 = 2y + 20$$

$$x - 2y = 20 - 10$$

$$x - 2y = 10$$

...(ii)

समी० (i) से समी० (ii) घटाने पर,

$$x - 12y = -110$$

$$x - 2y = 10$$

$$\begin{array}{r} - \quad + \quad - \\ \hline \end{array}$$

$$-10y = -120$$

$$y = \frac{-120}{-10} = 12$$

$$\therefore y = 12$$

y का मान समी० (i) में रखने पर,

$$x - 12 \times 12 = -110$$

$$x - 144 = -110$$

$$x = 144 - 110$$

$$x = 34$$

अतः पिता की आयु $(x) = 34$ वर्ष, तथा

पुत्र की आयु $(y) = 12$ वर्ष है।

3. माना भिन्न का हर $= x$

तब भिन्न का अंश $= x - 3$

तब,
$$\text{भिन्न} = \frac{x-3}{x}$$

अब प्रश्नानुसार,
$$\frac{(x-3)+2}{x-3} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{x-3+2}{x-3} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{x-1}{x-3} = \frac{3}{2}$$

$$2(x-1) = 3(x-3)$$

$$2x-2 = 3x-9$$

$$9-2 = 3x-2x$$

$$7 = x$$

∴

$$x = 7$$

भिन्न का हर = 7

तथा भिन्न का अंश = $7-3=4$

अतः अभीष्ट भिन्न = $\frac{4}{7}$

4. माना अश्वनी तथा राहुल की मासिक आय क्रमशः $4x$ तथा $3x$ है।
तथा उनका व्यय क्रमशः $3y$ तथा $2y$ है।

प्रश्नानुसार,

बचत = आय-व्यय

$$8000 = 4x - 3y \text{ (अश्वनी के लिए)}$$

या,

$$4x - 3y = 8000$$

...(i)

तथा

$$8000 = 3x - 2y \text{ (राहुल के लिए)}$$

या,

$$3x - 2y = 8000$$

...(ii)

समी० (ii) से, $y = \left(\frac{3x-8000}{2} \right)$ का मान समी० (i) में रखने पर

$$4x - 3 \left(\frac{3x-8000}{2} \right) = 8000$$

$$\frac{8x - 9x + 24000}{2} = 8000$$

$$-x + 24000 = 2 \times 8000$$

$$24000 - 16000 = x$$

$$8000 = x$$

अतः दोनों की मासिक आय क्रमशः

$$₹ (4 \times 8000); ₹ (3 \times 8000) = ₹ 32000, ₹ 24000$$

5.

माना पिता की वर्तमान आयु = x वर्ष

पुत्र की वर्तमान आयु = y वर्ष

$$\text{प्रथम शर्तानुसार, } x = 3y + 3 \quad \dots(i)$$

3 वर्ष बाद, पिता की आयु $= (x + 3)$ वर्ष

पुत्र की आयु $= (y + 3)$ वर्ष

द्वितीय शर्तानुसार, $x + 3 = 2(y + 3) + 10$

$$\text{या, } x + 3 = 2y + 6 + 10$$

$$x = 2y + 16 - 3$$

$$x = 2y + 13 \quad \dots(ii)$$

समी० (i) से x का मान समी० (ii) में रखने पर

$$3y + 3 = 2y + 13$$

$$\Rightarrow 3y - 2y = 13 - 3$$

$$y = 10$$

y का मान समी० (i) में रखने पर

$$x = 3 \times 10 + 3 = 33$$

अतः अश्वनी की मासिक आय $= ₹ (4 \times 8000) = ₹ 32,000$ तथा राहुल की मासिक आय $= ₹ (3 \times 800) = ₹ 24000$.

6. माना 1 आइसक्रीम की लागत $= ₹ x$

तथा 1 चॉकलेट की लागत $= ₹ y$

$$\text{प्रथम शर्तानुसार, } 5x + 7y = 79 \quad \dots(i)$$

$$\text{द्वितीय शर्तानुसार, } 7x + 5y = 77 \quad \dots(ii)$$

समी० (i) को 5 से तथा समी० (ii) को 7 से गुणा करके घटाने पर,

$$25x + 35y = 395$$

$$49x + 35y = 539$$

$$\begin{array}{r} - \\ - \\ - \\ \hline \end{array}$$

$$-24x = -144$$

$$x = \frac{-144}{-24} = 6$$

x का मान समी० (i) में रखने पर

$$5 \times 6 + 7y = 79$$

$$7y = 79 - 30$$

$$7y = 49$$

$$y = \frac{49}{7} = 7$$

अतः 1 आइसक्रीम की लागत = ₹ 6

तथा 2 चॉकलेट की लागत = ₹ $2 \times 7 = ₹ 14$

∴ 1 आइसक्रीम तथा 2 चॉकलेट की कुल कीमत = ₹ 6 + ₹ 14 = ₹ 20

7. माना भिन्न का अंश x तथा हर y है।

तब
$$\text{भिन्न} = \frac{x}{y}$$

प्रथम शर्तानुसार,
$$\frac{x+3}{y+3} = \frac{4}{5}$$

$$5(x+3) = 4(y+3)$$

$$5x+15 = 4y+12$$

$$5x-4y = 12-15$$

$$5x-4y = -3$$

...(i)

द्वितीय शर्तानुसार
$$\frac{x-1}{y-1} = \frac{2}{3}$$

$$3(x-1) = 2(y-1)$$

$$3x-3 = 2y-2$$

$$3x-2y = 3-2 = 1$$

$$3x-2y = 1$$

...(ii)

समी० (ii) में 2 से गुणा करके, समी० (i) में से घटाने पर

$$5x-4y = -3$$

$$6x-4y = 2$$

$$\begin{array}{r} - \\ + \\ - \\ \hline -x = -5 \end{array}$$

$$\Rightarrow x = 5$$

x का मान समी० (i) में रखने पर

$$5 \times 5 - 4y = -3 \quad \Rightarrow \quad 25 + 3 = 4y$$

$$\Rightarrow 28 = 4y$$

$$\Rightarrow \frac{28}{4} = y$$

$\Rightarrow$

$$y = 7$$

$$\text{अतः अभीष्ट भिन्न} = \frac{x}{y} = \frac{5}{7}$$

8. माना

आयत की चौड़ाई $= x$ सेमी०

तो आयत की लम्बाई $= (x + 3)$ सेमी०

आयत का परिमाप $= 18$ सेमी०

आयत का परिमाप $= 2$ (ल० + चौ०)

$$18 = 2(x + 3 + x)$$

$\Rightarrow$

$$9 = 2x + 3$$

$\Rightarrow$

$$9 - 3 = 2x$$

$\Rightarrow$

$$6 = 2x$$

$\Rightarrow$

$$3 = x$$

$\Rightarrow$

$$x = 3$$

अतः आयत की लम्बाई $= 3 + 3 = 6$ सेमी०

आयत की चौड़ाई $= 3$ सेमी०

9. माना

आयताकार भूमि की ल० $= l$ मी०

तथा आयताकार भूमि की चौ० $= b$ मी०

तो क्षेत्रफल $(A) = l \times b$

परन्तु प्रथम शर्तानुसार,

$$(l + 3)(b - 3) = A - 24$$

$$lb - 3l + 3b - 9 = lb - 24 \quad [\because A = lb]$$

$$3b - 3l = 9 - 24 = -15$$

$$3b - 3l = -15$$

...(i)

द्वितीय शर्तानुसार, $(l + 3)(b - 2) = A - 1$

$$lb - 2l + 3b - 6 = lb - 1 \quad [\because A = lb]$$

$$3b - 2l = 6 - 1 = 5$$

$$3b - 2l = 5$$

...(ii)

समी० (i) में से समी० (ii) को घटाने पर,

$$3b - 3l - (3b - 2l) = -15 - 5$$

$$3b - 3l - 3b + 2l = -20$$

$$-l = -20 \Rightarrow l = 20$$

l का मान समी० (i) में रखने पर

$$3b - 3 \times 20 = -15 \Rightarrow 3b = 60 - 15 = 45$$

$$b = \frac{45}{3} = 15 \Rightarrow b = 15$$

अतः भूमि की लम्बाई (l) = 20 मीटर तथा

भूमि की चौड़ाई (b) = 15 मीटर

10. माना ₹ 1 के सिक्कों की संख्या = x

तथा 50 पैसे के सिक्कों की संख्या = y

प्रथम शर्तानुसार, $x + y = 1900 \dots (i)$

द्वितीय शर्तानुसार, $x + \frac{y}{2} = 1400 \dots (ii) \left[\because 50 \text{ पैसे} = ₹ \frac{1}{2} \right]$

समी० (i) में से समी० (ii) घटाने पर,

$$x + y = 1900$$

$$x + \frac{y}{2} = 1400$$

$$\begin{array}{r} - \quad - \quad - \\ y - \frac{y}{2} = 500 \end{array}$$

$$\frac{y}{2} = 500$$

$$y = 500 \times 2 = 1000$$

y का मान समी० (i) में रखने पर

$$x + 1000 = 1900$$

$$x = 1900 - 1000$$

$$x = 900$$

अतः, ₹ 1 के सिक्कों की संख्या = 900

तथा 50 पैसे के सिक्कों की संख्या = 1000

11. माना ईकाई का अंक = x

तथा दहाई का अंक = y

तब संख्या = $10y + x$

$$\text{प्रथम शर्तानुसार, } x = y + 4 \quad \dots(i)$$

$$\text{अंक बदलने पर बनी नयी संख्या} = 10x + y$$

$$\text{द्वितीय शर्तानुसार, } 10x + y = 2(10y + x) - 1$$

$$10x + y = 20y + 2x - 1$$

$$10x - 2x = 20y - y - 1$$

$$8x = 19y - 1$$

$$\dots(ii)$$

$$\text{समी० (i) से, } x \text{ का मान समी० (ii) में रखने पर,}$$

$$8(y + 4) = 19y - 1$$

$$8y + 32 = 19y - 1$$

$$32 + 1 = 19y - 8y$$

$$33 = 11y$$

$$y = \frac{33}{11} = 3$$

$$y \text{ का मान समी० (i) में रखने पर,}$$

$$x = 3 + 4 = 7$$

$$x = 7$$

$$\text{अतः संख्या} = 10 \times 3 + 7 = 37$$

12.

$$\text{माना छोटा कोण} = x$$

$$\text{तो बड़ा कोण} = (90 - x)$$

$$\text{शर्तानुसार, } x = \frac{3}{5}(90 - x) + 10$$

$$x = 54 - \frac{3x}{5} + 10$$

$$x + \frac{3x}{5} = 64$$

$$\frac{8x}{5} = 64$$

$$x = \frac{64 \times 5}{8} = 40^\circ$$

$$\text{तब, छोटा कोण } x = 40$$

$$\text{तथा बड़ा कोण} = (90^\circ - 40^\circ) = 50^\circ$$

$$\text{अतः अभीष्ट कोण} = 40^\circ, 50^\circ$$



वर्ग समीकरण

प्रश्नावली 8

1. (i) $x^2 = 18$

$$x = \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \pm 3\sqrt{2}$$

जाँच- $(3\sqrt{2})^2 = 18$

$$(3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}) = 18$$

$$9 \times 2 = 18$$

$$18 = 18$$

तथा $(-3\sqrt{2})^2 = 18$

$$-3\sqrt{2} \times -3\sqrt{2} = 18$$

$$9 \times 2 = 18$$

$$18 = 18$$

(ii) $x^2 - 25 = 0$

$$\Rightarrow x^2 = 25$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{25} = \pm 5$$

जाँच- $(5)^2 - 25 = 0$

$$25 - 25 = 0$$

$$0 = 0$$

तथा $(-5)^2 - 25 = 0$

$$25 - 25 = 0$$

$$0 = 0$$

(iii) $\frac{x}{2} - \frac{2}{x} = 0$

$$\Rightarrow$$

$$\frac{x}{2} = \frac{2}{x}$$

$$\Rightarrow x^2 = 4$$

$$\Rightarrow$$

$$x = \sqrt{4} = \pm 2$$

जाँच- $(2)^2 = 4$

$$4 = 4$$

तथा $(-2)^2 = 4$

$$4 = 4$$

(iv) $16x^2 - 25 = 0$

$$\Rightarrow$$

$$16x^2 = 25$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{25}{16}$$

$$\Rightarrow$$

$$x = \sqrt{\frac{25}{16}} = \pm \frac{5}{4}$$

जाँच- $16\left(\frac{5}{4}\right)^2 - 25 = 0$

तथा $16\left(\frac{-5}{4}\right)^2 - 25 = 0$

$$16\left(\frac{25}{16}\right) - 25 = 0$$

$$25 - 25 = 0$$

$$0 = 0$$

$$16\left(\frac{25}{16}\right) - 25 = 0$$

$$25 - 25 = 0$$

$$0 = 0$$

$$\begin{array}{lll}
 \text{(v)} & Z^2 - 49 = 0 & \Rightarrow Z^2 = 49 \\
 \Rightarrow & Z = \sqrt{49} & \Rightarrow Z = \pm 7 \\
 \text{जाँच-} & (7)^2 - 49 = 0 & \text{तथा } (-7)^2 - 49 = 0 \\
 & 49 - 49 = 0 & 49 - 49 = 0 \\
 \Rightarrow & 0 = 0 & 0 = 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{(vi)} \quad 0.04x^2 - 0.25 = 0 \\
 0.04x^2 = 0.25 \\
 x^2 = \frac{0.25}{0.04} = \frac{25}{4} \\
 x = \sqrt{\frac{25}{4}} = \pm \frac{5}{2}
 \end{array}$$

$$\text{जाँच-} \quad 0.04\left(\frac{5}{2}\right)^2 - 0.25 = 0$$

$$\begin{array}{l}
 0.04 \times 6.25 - 0.25 = 0 \\
 0.25 - 0.25 = 0
 \end{array}$$

$$\Rightarrow 0 = 0$$

$$\text{तथा} \quad 0.04\left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 0.25 = 0$$

$$\begin{array}{l}
 0.04 \times 6.25 - 0.25 = 0 \\
 0.25 - 0.25 = 0
 \end{array}$$

$$\Rightarrow 0 = 0$$

$$\text{(vii)} \quad -ax^2 + c = 0$$

$$c = ax^2$$

$$\frac{c}{a} = x^2$$

$$\Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{c}{a}}$$

$$\text{जाँच-} \quad -a\left(\sqrt{\frac{c}{a}}\right)^2 + c = 0 \quad \text{तथा} \quad -a\left(-\sqrt{\frac{c}{a}}\right)^2 + c = 0$$

$$-a \times \left(\frac{c}{a}\right) + c = 0 \quad \text{तथा} \quad -a \times \left(\frac{c}{a}\right) + c = 0$$

$$\begin{aligned}-c + c &= 0 \\ 0 &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}-c + c &= 0 \\ 0 &= 0\end{aligned}$$

$$(viii) \quad 2x^2 - 18 = 0$$

$$2x^2 = 18$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{18}{2} = 9$$

$$x = \sqrt{9} = \pm 3$$

$$\text{जाँच- } 2 \times (3)^2 - 18 = 0$$

$$2 \times 9 - 18 = 0$$

$$18 - 18 = 0$$

$$0 = 0$$

$$\text{तथा } 2 \times (-3)^2 - 18 = 0$$

$$2 \times 9 - 18 = 0$$

$$18 - 18 = 0$$

$$0 = 0$$

$$(ix) \quad \frac{x^2}{4} = 9$$

$$\Rightarrow x^2 = 36$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{36}$$

$$\Rightarrow x = \pm 6$$

$$\text{जाँच- } \frac{(6)^2}{4} = 9$$

$$\text{तथा } \frac{(-6)^2}{4} = 9$$

$$\frac{36}{4} = 9$$

$$\frac{36}{4} = 9$$

$$\Rightarrow 9 = 9$$

$$9 = 9$$

$$(x) \quad x^2 - 256 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 = 256$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{256} = \pm 16$$

$$\text{जाँच- } (16)^2 - 256 = 0$$

$$\text{तथा } (-16)^2 - 256 = 0$$

$$256 - 256 = 0$$

$$256 - 256 = 0$$

$$0 = 0$$

$$0 = 0$$

$$2. \quad (i) \quad x^2 + 18x + 32 = 0$$

$$(ii) \quad x^2 - 9x + 14 = 0$$

$$x^2 + 16x + 2x + 32 = 0$$

$$x^2 - 7x - 2x + 14 = 0$$

$$x(x+16) + 2(x+16) = 0$$

$$x(x-7) - 2(x-7) = 0$$

$$(x+16)(x+2) = 0$$

$$(x-7)(x-2) = 0$$

$$\text{If } x+16=0$$

$$\text{If } x-7=0$$

$$\therefore x = -16$$

$$\therefore x = 7$$

$$\text{If } x+2=0$$

$$\text{If } x-2=0$$

$$\therefore x = -2$$

$$\therefore x = 2$$

$$(iii) \quad x^2 + 11x + 30 = 0$$

$$x^2 + 5x + 6x + 30 = 0$$

$$x(x+5) + 6(x+5) = 0$$

$$(x+5)(x+6) = 0$$

$$\text{यदि } x+5=0$$

$$\therefore x = -5$$

$$\text{यदि } x+6=0$$

$$\therefore x = -6$$

$$(iv) \quad 3x^2 + 10x - 25 = 0$$

$$3x^2 + 15x - 5x - 25 = 0$$

$$3x(x+5) - 5(x+5) = 0$$

$$(x+5)(3x-5) = 0$$

$$\text{यदि } (x+5) = 0$$

$$\therefore x = -5$$

$$\text{यदि } (3x-5) = 0$$

$$3x = 5$$

$$\therefore x = \frac{5}{3}$$

$$(v) \quad 15x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$15x^2 + 12x - 10x - 8 = 0$$

$$3x(5x+4) - 2(5x+4) = 0$$

$$\text{यदि } (5x+4)(3x-2) = 0$$

$$\text{यदि } 5x+4=0 \Rightarrow x = \frac{-4}{5}$$

$$3x-2=0 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$(vi) \quad 6 - 35x - 6x^2 = 0$$

$$6 - 36x + x - 6x^2 = 0$$

$$6(1-6x) + x(1-6x) = 0$$

$$\text{यदि } (1-6x)(6+x) = 0$$

$$\text{यदि } 1-6x=0 \Rightarrow x = \frac{1}{6}$$

$$6+x=0 \Rightarrow x = -6$$

$$(vii) \quad x^2 - 2x + \frac{7}{16} = 0$$

$$16x^2 - 32x + 7 = 0$$

$$16x^2 - 4x - 28x + 7 = 0$$

$$4x(4x-1) - 7(4x-1) = 0$$

$$(4x-1)(4x-7) = 0$$

$$\text{यदि } (4x-1) = 0 \Rightarrow 4x = 1$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{4}$$

$$\text{यदि } (4x-7) = 0$$

$$\Rightarrow 4x = 7$$

$$\Rightarrow x = \frac{7}{4}$$

$$(viii) \quad x^2 - 11x - 80 = 0$$

$$x^2 - 16x + 5x - 80 = 0$$

$$x(x-16) + 5(x-16) = 0$$

$$(x-16)(x+5) = 0$$

$$\text{यदि } (x-16)=0 \quad \Rightarrow \quad x=16$$

$$\text{यदि } (x+5)=0 \quad \Rightarrow \quad x=-5$$

$$3. \quad (i) \quad 16x^2 - 48x + 36 = 0$$

$$(4x)^2 - 2 \times (4x) \times 6 + (6)^2 = 0$$

$$(4x-6)^2 = 0$$

$$4x-6=0$$

$$x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$(ii) \quad 2x^2 - 12x + 18 = 0$$

दोनों ओर 2 से भाग देने पर

$$\frac{2x^2}{2} - \frac{12x}{2} + \frac{18}{2} = \frac{0}{2}$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(x)^2 - 2 \times (x) \times 3 + (3)^2 = 0$$

$$(x-3)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad x-3=0$$

$$\Rightarrow \quad x=3$$

$$(iii) \quad 20x^2 - 20x + 5 = 0$$

दोनों तरफ 5 से भाग करने पर

$$4x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$(2x)^2 - 2 \times (2x) \times 1 + (1)^2 = 0$$

$$(2x-1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad 2x-1=0$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{1}{2}$$

$$(iv) \quad 4x^2 + 12xy + 9y^2 = 0$$

$$(2x)^2 + 2 \times (2x)(3y) + (3y)^2 = 0$$

$$(2x+3y)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad 2x+3y=0$$

$$\Rightarrow \quad 2x = -3y$$

$$\Rightarrow \quad \frac{x}{y} = \frac{-3}{2}$$

$$4. \quad (i) \quad 30x^2 + 7x - 15 = 0$$

$$30x^2 + 25x - 18x - 15 = 0$$

$$5x(6x + 5) - 3(6x + 5) = 0$$

$$(6x + 5)(5x - 3) = 0$$

$$6x + 5 = 0 \quad \text{तथा} \quad 5x - 3 = 0$$

$$x = \frac{-5}{6} \quad x = \frac{3}{5}$$

$$\text{अतः } x = \frac{-5}{6}, \frac{3}{5}$$

$$(ii) \quad 9x^2 - 22x + 8 = 0$$

$$9x^2 - 18x - 4x + 8 = 0$$

$$9x(x - 2) - 4(x - 2) = 0$$

$$(x - 2)(9x - 4) = 0$$

$$x - 2 = 0 \quad \text{तथा} \quad 9x - 4 = 0$$

$$x = 2 \quad \text{तथा} \quad x = \frac{4}{9}$$

$$\text{अतः } x = 2, \frac{4}{9}$$

$$(iii) \quad x^2 - 4 + \frac{4}{x^2} = 0$$

$$\frac{x^4 - 4x^2 + 4}{x^2} = 0$$

$$x^4 - 4x^2 + 4 = 0$$

$$x^4 - 2x^2 - 2x^2 + 4 = 0$$

$$x^2(x^2 - 2) - 2(x^2 - 2) = 0$$

$$(x^2 - 2)(x^2 - 2) = 0$$

$$(x^2 - 2)^2 = 0$$

$$x^2 - 2 = 0$$

$$x^2 = 2$$

$$x = \pm \sqrt{2}$$

$$(iv) \quad 5x^3 - 30x^2 + 45x = 0$$

$$5x(x^2 - 6x + 9) = 0$$

$$\begin{aligned}
 5x[x^2 - 3x - 3x + 9] &= 0 \\
 5x[x(x-3) - 3(x-3)] &= 0 \\
 5x(x-3)(x-3) &= 0 \\
 (x-3)^2 = 0 &\quad \text{तथा} \quad 5x = 0 \\
 x-3 = 0 &\quad \quad \quad x = \frac{0}{5} = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x &= 3 \\
 \text{अतः } x &= 3, 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(v)} \quad 12x^2 + 25x + 12 &= 0 \\
 12x^2 + 16x + 9x + 12 &= 0 \\
 4x(3x+4) + 3(3x+4) &= 0 \\
 (3x+4)(4x+3) &= 0
 \end{aligned}$$

$$\text{यदि } 3x + 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{-4}{3}$$

$$\text{यदि } 4x + 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{-3}{4}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(vi)} \quad x^2 - 4x - 2\frac{1}{4} &= 0 \\
 x^2 - 4x - \frac{9}{4} &= 0 \\
 x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{9}{2}x - \frac{9}{4} &= 0 \\
 x\left(x + \frac{1}{2}\right) - \frac{9}{2}\left(x + \frac{1}{2}\right) &= 0 \\
 \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{9}{2}\right) &= 0
 \end{aligned}$$

$$\text{यदि } x + \frac{1}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-1}{2}$$

$$\text{यदि } x - \frac{9}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{9}{2}$$

$$\text{अतः } x = \frac{9}{2}, -\frac{1}{2}$$

$$(vii) x^2 - 23x + 132 = 0$$

$$x^2 - 12x - 11x + 132 = 0$$

$$x(x-12) - 11(x-12) = 0$$

$$(x-12)(x-11) = 0$$

$$\text{यदि, } x-12=0 \Rightarrow x=12$$

$$\text{यदि, } x-11=0 \Rightarrow x=11$$

$$(viii) 24x^2 - 65x + 21 = 0$$

$$24x^2 - 56x - 9x + 21 = 0$$

$$8x(3x-7) - 3(3x-7) = 0$$

$$(3x-7)(8x-3) = 0$$

$$\text{यदि, } 3x-7=0 \Rightarrow x=\frac{7}{3}$$

$$\text{यदि, } 8x-3=0 \Rightarrow x=\frac{3}{8}$$

$$\text{अतः } x = \frac{7}{3}, \frac{3}{8}$$

$$5. (i) \frac{1}{x-2} + \frac{2}{x-1} = \frac{6}{x}$$

$$\frac{x-1+2(x-2)}{(x-2)(x-1)} = \frac{6}{x}$$

$$\frac{x-1+2x-4}{x^2-x-2x+2} = \frac{6}{x}$$

$$(3x-5)x = 6(x^2-3x+2)$$

$$3x^2 - 5x = 6x^2 - 18x + 12$$

$$6x^2 - 18x + 12 - 3x^2 + 5x = 0$$

$$3x^2 - 13x + 12 = 0$$

$$3x^2 - 9x - 4x + 12 = 0$$

$$3x(x-3) - 4(x-3) = 0$$

$$(x-3)(3x-4) = 0$$

$$\text{यदि, } x-3=0 \Rightarrow x=3$$

$$\text{यदि, } 3x-4=0 \Rightarrow x=\frac{4}{3}$$

$$\text{अतः } x = 3, \frac{4}{3}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad \frac{x+4}{x+5} - \frac{x}{x+1} &= \frac{1}{8} \\ \frac{(x+4)(x+1) - x \times (x+5)}{(x+5)(x+1)} &= \frac{1}{8} \\ \frac{x^2 + x + 4x + 4 - x^2 - 5x}{x^2 + x + 5x + 5} &= \frac{1}{8} \\ \frac{4}{x^2 + 6x + 5} &= \frac{1}{8} \\ x^2 + 6x + 5 &= 32 \\ x^2 + 6x - 27 &= 0 \\ x^2 + 9x - 3x - 27 &= 0 \\ x(x+9) - 3(x+9) &= 0 \\ (x+9)(x-3) &= 0 \\ x+9=0 &\quad \text{तथा} \quad x-3=0 \\ x=-9 &\quad \quad \quad x=3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(iii)} \quad \frac{x-2}{x+2} + \frac{x+2}{x-2} &= \frac{5}{2} \\ \frac{(x-2)^2 + (x+2)^2}{(x+2)(x-2)} &= \frac{5}{2} \\ \frac{x^2 + 4 - 4x + x^2 + 4 + 4x}{x^2 - 4} &= \frac{5}{2} \\ \frac{2x^2 + 8}{x^2 - 4} &= \frac{5}{2} \\ 2 \times (2x^2 + 8) &= 5(x^2 - 4) \\ 4x^2 + 16 &= 5x^2 - 20 \\ 16 + 20 &= 5x^2 - 4x^2 \\ 36 &= x^2 \\ x &= \sqrt{36} = \pm 6 \end{aligned}$$

$$\text{अतः } x = \pm 6$$



समानुपात और व्युत्क्रमानुपात

प्रश्नावली 9.1

1.

p	80	60	40	20
q	160	120	80	40
$M = \frac{p}{q}$	$\frac{80}{160} = \frac{1}{2}$	$\frac{60}{120} = \frac{1}{2}$	$\frac{40}{80} = \frac{1}{2}$	$\frac{20}{40} = \frac{1}{2}$

2. अनुलोम समानुपाती सारणी से I और II कॉलम से : $6 : 16 :: 9 : x$

$$\Rightarrow \frac{6}{16} = \frac{9}{x} \quad \Rightarrow 6x = 9 \times 16 \quad \Rightarrow x = \frac{9 \times 16}{6} = 24$$

I और III कॉलम से : $6 : 16 :: y : 48$

$$\Rightarrow \frac{6}{16} = \frac{y}{48} \quad \Rightarrow 16y = 6 \times 48 \quad \Rightarrow y = \frac{6 \times 48}{16} = 18$$

I और IV कॉलम से :

$$6 : 16 :: z : 36$$

$$\Rightarrow \frac{6}{16} = \frac{z}{36} \quad \Rightarrow 16z = 6 \times 36 \quad \Rightarrow z = \frac{6 \times 36}{16} = 13.5$$

I और V कॉलम से :

$$6 : 16 :: 3 : w$$

$$\Rightarrow \frac{6}{16} = \frac{3}{w} \quad \Rightarrow 6w = 3 \times 16 \quad \Rightarrow w = \frac{3 \times 16}{6} = 8$$

3. समय (मिनट) पहले से कम हुआ है, अतः शब्द भी कम टाईप होगे। अतः यह अनुलोम समानुपात है।

माना 6 मिनट में वह x शब्द टाईप करेगी।

समय (मिनट)	शब्द
30	540
6 ↓	x ↓

अर्थात् $30 : 6 :: 540 : x$

$$30x = 6 \times 540$$

$$x = \frac{6 \times 540}{30} = 108$$

अतः 6 मिनट में आराधना 108 शब्द टाईप करेगी।

4. यहाँ दूध की खपत प्रतिमाह पहले से अधिक हुई है: अतः मरीजों की संख्या भी अधिक होगी। अतः यह अनुलोम समानुपात है।

माना बढ़े हुए दूध की खपत, x मरीजों के लिए पर्याप्त होगी।

दूध की खपत (लीटर प्रतिमाह)	मरीजों की संख्या
1350	60
1710 ↓	x ↓

अर्थात् $1350 : 1710 :: 60 : x$

$$1350 \times x = 60 \times 1710$$

$$x = \frac{60 \times 1710}{1350} = 76$$

अतः 1710 लीटर हुए दूध की खपत, 76 मरीजों के लिए पर्याप्त होगी।

5. अनुलोम समानुपात से,

छड़ की लम्बाई (मी०)	वजन (किग्रा)
13	23.4
6 ↓	x ↓

अर्थात् $13 : 6 :: 23.4 : x$

$$\Rightarrow 13 \times x = 23.4 \times 6$$

$$\Rightarrow x = \frac{23.4 \times 6}{13} = 10.8$$

अतः समान मोटाई की 6 मी० छड़ का वजन 10.8 किग्रा होगा।

6. 4 गेंद = 3 कलम $\Rightarrow 4B = 3p$

$$\Rightarrow 1P = \frac{4}{3}B$$

$$\begin{aligned}
 \therefore 6 \text{ गेंद} + 6 \text{ कलम} &= 6B + 6P \\
 &= 6B + 6 \times \left(\frac{4}{3} B \right) = 6B + 8B \\
 &= 14B = 14 \text{ गेंद}
 \end{aligned}$$

अब माना 6 गेंद + 6 कलमों (अर्थात् 14 गेंदों) का मूल्य ₹ x है।

$$\begin{array}{ccc}
 \therefore & \text{गेंदों की संख्या} & \text{मूल्य (₹)} \\
 & \begin{array}{c} 4 \\ \downarrow \\ 14 \end{array} & \begin{array}{c} 12 \\ \downarrow \\ x \end{array}
 \end{array}$$

अर्थात् $4 : 14 :: 12 : x$

$$\begin{aligned}
 4x &= 14 \times 12 \\
 x &= \frac{14 \times 12}{4} = 42
 \end{aligned}$$

अतः 6 गेंदों तथा 6 कलमों का कुल मूल्य ₹ 42 है।

7. अनुलोम समानुपात से

$$\begin{array}{ccc}
 & \text{छड़ का द्रव्यमान (ग्राम)} & \text{छड़ की लम्बाई (सेमी.)} \\
 & \begin{array}{c} 180 \\ \downarrow \\ 105 \end{array} & \begin{array}{c} 15 \\ \downarrow \\ x \end{array}
 \end{array}$$

अर्थात् $180 : 105 :: 15 : x$

$$\begin{aligned}
 180 \times x &= 105 \times 15 \\
 x &= \frac{105 \times 15}{180} = 8.75
 \end{aligned}$$

अतः 105 ग्राम द्रव्यमान वाली छड़ की लम्बाई 8.75 सेमी होगी।

8. अनुलोम समानुपात से, माना 10 कलमों का मूल्य ₹ x होगा।

$$\begin{array}{ccc}
 & \text{कलमों की संख्या} & \text{मूल्य ₹} \\
 & \begin{array}{c} 6 \\ \downarrow \\ 10 \end{array} & \begin{array}{c} 24 \\ \downarrow \\ x \end{array}
 \end{array}$$

अर्थात् $6 : 10 :: 24 : x$

$$\begin{aligned}
 6x &= 24 \times 10 \\
 x &= \frac{24 \times 10}{6} = 40
 \end{aligned}$$

अतः 10 कलमों का मूल्य ₹ 40 है।

9. अनुलोम समानुपात से,
माना ब्याज ₹ I_2 होगा।

मूलधन (धरोहर)	↓	ब्याज	↓
3000		750	
3600	↓	I_2	↓

अर्थात् $3000 : 3600 :: 750 : I_2$

$$3000 \times I_2 = 3600 \times 750$$

$$I_2 = \frac{3600 \times 750}{3000} = ₹ 900$$

अतः ₹ 3600 की धरोहर पर ₹ 900 ब्याज मिलेगा।

10. अनुलोम समानुपात से, ज्यादा पन्नों को छापने में ज्यादा समय लगेगा।

पन्नों की संख्या लगा समय (मिनट में)

200

5

2000

x

अर्थात् $200 : 2000 :: 5 : x$

$$200 \times x = 2000 \times 5 \Rightarrow x = \frac{2000 \times 5}{200} = 50$$

अतः 2×10^3 पन्नों को छापने में 50 मिनट लगेगी।

प्रश्नावली 9.2

1. चूँकि V और P व्युत्क्रमानुपाती है

अतः $2 \times a = 48 \times b$

$$a = \frac{48b}{2} = 24b$$

...(1)

साथ ही, $48 \times b = 60 \times \frac{3}{2}$

$$b = \frac{60}{48} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{8}$$

∴

$$b = \frac{15}{8}$$

समी० (1) से, $a = 24 \times \frac{15}{8} = 45$

$$\therefore a = 45$$

$$\text{और, } 60 \times \frac{3}{2} = c \times 1$$

$$30 \times 3 = c$$

$$90 = c$$

$$\therefore c = 90$$

$$\text{पुनः, } c \times 1 = 100 \times d$$

$$90 \times 1 = 100 \times d$$

$$\frac{90}{100} = d$$

$$0.9 = d$$

$$\therefore d = 0.9$$

2. मजदूरों तथा दिनों की संख्या में प्रतिलोम समानुपात है। मान लिया उसी काम को 15 मजदूर x दिनों में करेंगे।

मजदूरों की संख्या	↓	दिनों की संख्या	↑
36		25	
15	↓	x	↑

$$\text{अतः } 36 : 15 :: x : 25$$

$$\text{या } 36 \times 25 = 15 \times x$$

$$\text{या } x = \frac{36 \times 25}{15} = 60$$

अतः 15 मजदूर उस काम को 60 दिनों में करेंगे।

3. यहाँ मजदूरों की संख्या तथा दिनों की संख्या में प्रतिलोम समानुपात है। मान लिया 21 मजदूर उसे x दिनों में बनाएंगे।

मजदूरों की संख्या	↓	दिनों की संख्या	↑
6		7	
21	↓	x	↑

$$\text{अतः } 6 : 21 :: x : 7$$

$$\text{या } 21 \times x = 6 \times 7$$

$$x = \frac{42}{21} = 2$$

अतः 21 मजदूर उस काम को 2 दिनों में बनाएंगे।

	$\begin{array}{c} 3 \\ 10 \end{array} \downarrow$	$\begin{array}{c} 20 \\ x \end{array} \uparrow$
अतः	$3 : 10 :: x : 20$	
या,	$10 \times x = 3 \times 20$	
	$x = \frac{3 \times 20}{10}$	
	$x = 6$	

अतः 6 कुशल श्रमिक तथा श्रमिक उसी काम को 6 दिनों में करेंगे।

7. माना बीना को x घण्टे प्रतिदिन अतिरिक्त घण्टे काम करना होगा।

दिन		घण्टे
$\begin{array}{c} 15 \\ 10 \end{array} \downarrow$		$\begin{array}{c} 4 \\ x \end{array} \uparrow$
अतः	$15 : 10 :: x : 4$	
या,	$10 \times x = 15 \times 4$	
	$x = \frac{60}{10} = 6$	

अतः बीना को 6 घण्टे प्रतिदिन या 2 घण्टे अतिरिक्त घण्टे काम करना होगा।

8. माना भोजन 600 ग्राम प्रति सिपाही के हिसाब से x दिनों के लिए पर्याप्त होगा।

भोजन की मात्रा (ग्राम)		दिनों की संख्या
$\begin{array}{c} 700 \\ 600 \end{array} \downarrow$		$\begin{array}{c} 42 \\ x \end{array} \uparrow$
अतः	$700 : 600 :: x : 42$	
या,	$600 \times x = 700 \times 42$	
	$x = \frac{700 \times 42}{600} = 49$	

अतः 600 ग्राम प्रति सिपाही के हिसाब से भोजन 49 दिनों के लिए पर्याप्त होगा।

9. माना, तरणताल को $5\frac{1}{3}$ घण्टे में भरने के लिए x पंपों की आवश्यकता होगी।

तरणताल भरने में लगा समय(घण्टे)		पंपों की संख्या
$\begin{array}{c} 8 \\ 5\frac{1}{3} = \frac{16}{3} \end{array} \downarrow$		$\begin{array}{c} 4 \\ x \end{array} \uparrow$

$$\text{अतः } 8 : \frac{16}{3} :: x : 4$$

$$\text{या, } \frac{16}{3} \times x = 8 \times 4$$

$$x = \frac{8 \times 4 \times 3}{16} = 6$$

अतः $5\frac{1}{3}$ घण्टों में तरणताल को भरने के लिए 6 पंपों की आवश्यकता होगी।

10. यहाँ बुनाई के घण्टे तथा दिनों में प्रतिलोम समानुपात है। माना प्रतिदिन उसे x घण्टा बुनना होगा।

दिन
8
6
↓

बुनाई के घण्टे ↑
4
 x

$$\text{अतः } 8 : 6 :: x : 4$$

$$\text{या, } 6 \times x = 8 \times 4$$

$$x = \frac{8 \times 4}{6} = \frac{16}{3}$$

$$x = 5\frac{1}{3} \text{ घण्टे} = 5 \text{ घण्टे } 20 \text{ मिनट}$$

अतः 6 दिन में स्वेटर पूरा करने के लिए प्रतिदिन उसे 5 घण्टे 20 मिनट बुनना होगा।

प्रश्नावली 9.3

1. मनदीप का 1 दिन का काम $= \frac{1}{4}$

सुखविन्दर का 1 दिन का काम $= \frac{1}{6}$

$\therefore$ दोनों का मिलकर 1 दिन का काम $= \frac{1}{4} + \frac{1}{6}$

$$= \frac{6+4}{24} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$$

दोनों मिलकर उसी कार्य को करेंगे $\frac{1}{5} = \frac{12}{5}$ दिनों में

अर्थात् दोनों मिलकर उस कार्य को $2\frac{2}{5}$ दिन में कर सकते हैं।

2. धर्मवीर का 1 दिन का काम $= \frac{1}{10}$

राजीव का 1 दिन का काम $= \frac{1}{15}$

$$\therefore \text{दोनों का मिलकर 1 दिन का काम} = \frac{1}{10} + \frac{1}{15}$$

$$= \frac{15+10}{150} = \frac{25}{150} = \frac{1}{6}$$

अतः दोनों मिलकर उसी कार्य को $\frac{1}{\frac{1}{6}} = 6$ दिन में पूरा कर लेंगे।

3. X का 1 दिन का काम $= \frac{1}{10}$

$(X+Y)$ का 1 दिन का काम $= \frac{1}{6}$

$$\therefore Y \text{ का 1 दिन का काम} = \frac{1}{6} - \frac{1}{10}$$

$$= \frac{10-6}{60} = \frac{4}{60}$$

$$= \frac{1}{15}$$

अतः Y अकेला उस काम को 15 दिन में कर सकता है।

चूँकि Y अकेला 1 काम को 15 दिनों में करता है

तो Y का 1 दिन का काम $= \frac{1}{15}$

$$\therefore Y \text{ का 3 दिन का काम} = 3 \times \frac{1}{15} = \frac{1}{5}$$

अतः
$$\text{शेष काम} = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

4. $(M+N)$ का 1 दिन का कार्य $= \frac{1}{12}$

$(N+P)$ का 1 दिन का कार्य $= \frac{1}{15}$

$(P+M)$ का 1 दिन में का कार्य $= \frac{1}{20}$

तीनों को जोड़ने पर, $2(M+N+P)$ का 1 दिन का काम

$$= \frac{1}{12} + \frac{1}{15} + \frac{1}{20}$$

$$= \frac{5+4+3}{60} = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$$

$\therefore (M+N+P)$ का 1 दिन का काम $= \frac{1}{5 \times 2} = \frac{1}{10}$

अतः तीनों एक साथ मिलकर उस कार्य को 10 दिनों में कर लेंगे।

$\therefore (M+N)$ का 1 दिन का काम $= \frac{1}{12}$

$\therefore P$ का 1 दिन का काम $= \frac{1}{10} - \frac{1}{12} = \frac{12-10}{120}$

$$= \frac{2}{120} = \frac{1}{60}$$

अतः P अकेला उस काम को 60 दिन में कर लेगा।

इसी प्रकार, M का 1 दिन का काम $= \frac{1}{10} - \frac{1}{15}$

$$= \frac{15-10}{150}$$

$$= \frac{5}{150} = \frac{1}{30}$$

अतः M अकेला उस काम को 30 दिन में करेगा।

तथा N का 1 दिन का काम $= \frac{1}{10} - \frac{1}{20}$

$$= \frac{2-1}{20} = \frac{1}{20}$$

अतः N अकेला उस काम को 20 दिन में कर लेगा।

5. मीनाक्षी 2 दिन में काम करती है $= \frac{1}{5}$ भाग

∴ मीनाक्षी 1 दिन में काम करेगी $= \frac{1}{2 \times 5} = \frac{1}{10}$ भाग

सुजाता 8 दिनों में काम करती है $= \frac{2}{3}$ भाग

सुजाता 1 दिन में काम करेगी $= \frac{2}{3 \times 8} = \frac{1}{12}$ भाग

दोनों का 1 दिन का काम $= \frac{1}{10} + \frac{1}{12} = \frac{6+5}{60} = \frac{11}{60}$

अतः दोनों उस काम को $\frac{1}{\left(\frac{11}{60}\right)} = \frac{60}{11}$ या $5\frac{5}{11}$

दिनों में पूरा कर लेंगी।

6. गीता का 1 घण्टे का काम $= \frac{1}{4}$

सुलेखा का 1 घण्टे का काम $= \frac{1}{6}$

∴ दोनों का 1 घण्टे का काम $= \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{3+2}{12}$
 $= \frac{5}{12}$

अतः दोनों को एक घड़ा बनाने में $\frac{1}{\left(\frac{5}{12}\right)} = \frac{12}{5}$ या $2\frac{2}{5}$ घण्टे लगेंगे।

तथा, दोनों को 15 घड़े बनाने में समय लगेगा $= 15 \times \frac{12}{5} = 36$ घण्टे

7. सुनीता का 1 दिन का कार्य $= \frac{1}{15}$ भाग

उसकी ननद आभा का 1 दिन का कार्य $= \frac{1}{10}$ भाग

$$\begin{aligned} (\text{सुनीता} + \text{ननद}) \text{ का 1 दिन का कार्य} &= \frac{1}{15} + \frac{1}{10} \\ &= \frac{4+6}{60} = \frac{10}{60} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

$$\therefore (\text{सुनीता} + \text{ननद}) \text{ का 2 दिन का कार्य} = 2 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \text{शेष कार्य} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

चूँकि, सुनीता $\frac{1}{15}$ भाग काम करती है = 1 दिन में

सुनीता 1 भाग काम करती है = 15 दिन में

$$\therefore \text{सुनीता } \frac{2}{3} \text{ भाग काम करेंगी} = \frac{2}{3} \times 15 = 10 \text{ दिन में}$$

अतः सुनीता अकेली 10 दिनों में साड़ी की बाकी कढ़ाई का कार्य पूरा कर लेगी।

8. पहला नल 1 मिनट में पानी भरता है $= \frac{1}{20}$ भाग

दूसरा नल 1 मिनट में पानी भरता है $= \frac{1}{12}$ भाग

$\therefore$ दोनों नल 1 मिनट में पानी भरते हैं

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{20} + \frac{1}{12} \\ &= \frac{3+5}{60} = \frac{8}{60} = \frac{2}{15} \text{ भाग} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{दोनों नल टैंक को } \frac{1}{\left(\frac{2}{15}\right)} = \frac{15}{2} \text{ मिनट}$$

अर्थात् $7\frac{1}{2}$ मिनट में भरेंगे।

9. $(A+B)$ का 1 दिन का पॉलिश का काम $= \frac{1}{25}$ भाग

$$A \text{ का 15 दिन का पॉलिश का काम} = \frac{1}{3} \text{ भाग}$$

$$A \text{ का 1 दिन का पॉलिश का काम} = \frac{1}{3 \times 15} \text{ भाग}$$

$$\therefore A \text{ का 1 दिन का पॉलिश का काम} = \frac{1}{45} \text{ भाग}$$

अतः B का 1 दिन का पॉलिश का काम

$$= (A + B) \text{ का 1 दिन का पॉलिश का काम}$$

$$- A \text{ का 1 दिन का पॉलिश का काम} = \frac{1}{25} - \frac{1}{45} = \frac{9-5}{225} = \frac{4}{225}$$

$$\therefore B \text{ अकेला } \frac{225}{4} = 56\frac{1}{4} \text{ दिनों में पॉलिश का काम कर लेगा।}$$

10. प्रियंका का 1 दिन का काम $= \frac{1}{6}$ भाग

$$\text{नेहा का 1 दिन का काम} = \frac{1}{10} \text{ भाग}$$

$$\text{सोनम का 1 दिन का काम} = \frac{1}{15} \text{ भाग}$$

$$(\text{प्रियंका} + \text{नेहा}) \text{ का 1 दिन का काम} = \frac{1}{6} + \frac{1}{10} = \frac{10+6}{60} = \frac{16}{60}$$

$$(\text{प्रियंका} + \text{नेहा}) \text{ का 3 दिन का काम} = \frac{3 \times 16}{60} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$$

$$\therefore \text{शेष काम} = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$$

अब शेष काम (पेन्टिंग) को सोनम पूरा करेगी।

$$\text{चूँकि सोनम } \frac{1}{15} \text{ भाग पूरा करती है} = 1 \text{ दिन में}$$

$$\Rightarrow \text{सोनम } 1 \text{ भाग पूरा करती है} = 15 \text{ दिन में}$$

$$\text{अतः सोनम } \frac{1}{5} \text{ भाग पूरा करती है} = 15 \times \frac{1}{5} = 3 \text{ दिन में}$$

अतः सोनाम 3 दिन में शेष पेन्टिंग पूरी करेगी।

प्रश्नावली 9.4

1. (i) $36 \text{ किमी/घण्टा} = 36 \times \frac{5}{18} \text{ मी०/सेकण्ड}$

$$\left[\because 1 \text{ किमी/घण्टा} = \frac{5}{18} \text{ मी/सेकण्ड} \right]$$

$$= 2 \times 5 = 10 \text{ मी/सेकण्ड}$$

(ii) $63 \text{ मी/सेकण्ड} = 63 \times \frac{18}{5} \text{ किमी/घण्टा} = \frac{1134}{5} = 226\frac{4}{5} \text{ किमी/घण्टा}$
 $= 226.8 \text{ किमी/घण्टा}$

(iii) $125 \text{ किमी/घण्टा} = 125 \times \frac{5}{18} \text{ मी/सेकण्ड} = 34.72 \text{ मी/सेकण्ड}$

(iv) $20 \text{ मी/सेकण्ड} = 20 \times \frac{18}{5} \text{ किमी०/घण्टा} = 4 \times 18 = 72 \text{ किमी/घण्टा}$

2. कार की चाल (गति) = 72 किमी/घण्टा, समय = 1 सेकण्ड

$$\therefore \text{दूरी} = \text{चाल} \times \text{समय}$$

$$= (72 \text{ किमी/घण्टा}) \times (1 \text{ सेकण्ड})$$

$$= \left(72 \times \frac{5}{18} \text{ मी/सेकण्ड} \right) \times (1 \text{ सेकण्ड}) = 20 \text{ मी०}$$

अतः कार एक सेकण्ड में 20 मीटर चलेगी।

3. समय = 5 घण्टे, दूरी = 31 किमी०

$$\therefore \text{गति (चाल)} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} = \frac{31}{5} \text{ किमी/घण्टा}$$

$$= \frac{31}{5} \times \frac{5}{18} \text{ मी/सेकण्ड} = \frac{31}{18} \text{ मी/सेकण्ड}$$

4. दूरी = 10.2 किमी, समय = 3 घण्टे

$$\text{चाल} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} = \frac{10.2}{3} \text{ किमी/घण्टा}$$

$$= 3.4 \text{ किमी/घण्टा।}$$

अब, चाल = 3.4 किमी/घण्टा, समय = 5 घण्टे, दूरी = ?

$$\text{दूरी} = \text{चाल} \times \text{समय} = 3.4 \times 5 = 17 \text{ किमी}$$

अतः वह 5 घण्टे में कुल 17 किमी दूरी

5. माना राजेश के ऑफिस से घर की दूरी = d किमी है।

सूत्र: समय = $\frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$ से

$$\left(t + \frac{5}{60}\right) = \frac{d}{4} \quad \dots(1)$$

$$\left(t - \frac{10}{60}\right) = \frac{d}{5} \quad \dots(2)$$

समी० (1) व (2) से,

$$4\left(t + \frac{5}{60}\right) = 5\left(t - \frac{10}{60}\right)$$

$$4t + \frac{20}{60} = 5t - \frac{50}{60}$$

$$\frac{20}{60} + \frac{50}{60} = 5t - 4t$$

$$\frac{20+50}{60} = t$$

$$\frac{7}{6} = t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{7}{6} \text{ घण्टा}$$

t का यह मान समी (1) में रखने पर

$$\frac{7}{6} + \frac{5}{60} = \frac{d}{4}$$

$$\frac{70+5}{60} = \frac{d}{4}$$

$$\frac{75}{60} = \frac{d}{4}$$

$$\frac{75}{60} \times 4 = d$$

$$5 = d$$

$$d = 5 \text{ किमी०}$$

अतः राजेश के घर से ऑफिस की दूरी 5 किमी०।

6. रेलगाड़ी द्वारा तय कुल दूरी (d) = $(125 + 175)$ मीटर
= 300 मीटर

समान दिशा में दौड़ने पर दोनों गाड़ियों की सापेक्ष चाल (S)

$$= (40 - 22) \text{ किमी/घण्टा}$$

$$= 18 \text{ किमी/घण्टा}$$

$$= 18 \times \frac{5}{18} \text{ मीटर/सेकण्ड}$$

$$= 5 \text{ मीटर/सेकण्ड}$$

∴ एक दूसरे को पूर्णतः पार करने में लगा समय

$$= \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} = \frac{300}{5} = 60 \text{ सेकण्ड} = 1 \text{ मिनट}$$

एक मिनट के बाद वे दोनों ट्रेनें एक दूसरे को पार कर लेंगी।

7. रेलगाड़ी की लम्बाई (d) = चाल $\times$ खम्बे को पार करने में लगा समय

$$= (54 \text{ किमी/घण्टा}) \times (11 \text{ सेकण्ड})$$

$$= 54 \times \frac{5}{18} \times 11 = 165 \text{ मीटर}$$

अब 240 मी० लम्बे प्लेटफार्म को पार करने में लगा समय (t) = $\frac{\text{कुल दूरी}}{\text{चाल}}$

$$= \frac{(165 + 240) \text{ मीटर}}{\left(54 \times \frac{5}{18}\right) \text{ मीटर/सेकण्ड}}$$

$$= \frac{405}{15} \text{ सेकण्ड}$$

$$= 27 \text{ सेकण्ड}$$

अतः 240 मीटर लम्बे प्लेटफॉर्म को रेलगाड़ी 27 सेकण्ड में पार कर लेगी।

8. रेलगाड़ी की लम्बाई = 150 मीटर

रेलगाड़ी की चाल = 54 किमी/घण्टा

$$= 54 \times \frac{5}{18} \text{ मीटर/सेकण्ड}$$

$$= 15 \text{ मीटर/सेकण्ड}$$

अतः टेलीग्राफ पोस्ट को पार करने में लगा समय

$$= \frac{\text{रेलगाड़ी की लम्बाई (दूरी)}}{\text{रेलगाड़ी की चाल}}$$

$$= \frac{150}{15} = 10 \text{ सेकण्ड}$$

$$= \frac{150}{15} = 10 \text{ सेकण्ड}$$

अतः 10 सेकण्ड में वह रेलगाड़ी टेलीग्राफ पोस्ट को पार कर लेगी।

9. चूँकि दोनों एक्सप्रेस गाड़ियाँ एक ही दिशा में चल रहीं हैं।

$$\begin{aligned} \text{अतः} \quad \text{उनकी सापेक्ष चाल} &= S_1 - S_2 \\ &= (50 - 45) \text{ किमी/घण्टा} \\ &= 5 \text{ किमी/घण्टा} \\ &= 5 \times \frac{5}{18} \text{ मीटर/सेकण्ड} \\ &= \frac{25}{18} \text{ मीटर/सेकण्ड} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{दोनों गाड़ियों द्वारा तय की गई कुल दूरी} &= 310 \text{ मीटर} + 360 \text{ मीटर} \\ &= 670 \text{ मीटर} \end{aligned}$$

∴ एक दूसरे को पार करने में लगा

$$\text{समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} = \frac{670}{\left(\frac{25}{18}\right)} \text{ सेकण्ड} = \frac{670 \times 18}{25} = \frac{12060}{25} \text{ सेकण्ड}$$

$$= 482.4 \text{ सेकण्ड} \cong 482 \text{ सेकण्ड} \cong 8 \text{ मिनट } 2 \text{ सेकण्ड}$$

अतः दोनों रेलगाड़ियाँ एक दूसरे को 8 मिनट 2 सेकण्ड में पार कर लेंगी।

10. चूँकि दोनों रेलगाड़ियाँ एक-दूसरे की विपरीत दिशा में आ रही हैं।

$$\begin{aligned} \text{अतः उनकी सापेक्ष चाल} &= S_1 + S_2 \\ &= (50 + 40) \text{ किमी/घण्टा} \\ &= 90 \text{ किमी/घण्टा} = 90 \times \frac{5}{18} \text{ मी०/सेकण्ड} \\ &= 25 \text{ मी/सेकण्ड} \end{aligned}$$

दोनों गाड़ियों द्वारा तय की गई कुल

$$\text{दूरी} = 320 \text{ मी०} + 430 \text{ मी०} = 750 \text{ मीटर}$$

∴ एक दूसरे को पार करने में लगा

$$\text{समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} = \frac{750}{25} \text{ सेकण्ड} = 30 \text{ सेकण्ड}$$

अतः दोनों रेलगाड़ियाँ एक दूसरे को 30 सेकण्ड में पार कर लेंगी।

प्रश्नावली 10.1

1. (i) $5\frac{1}{4} = \left(\frac{21}{4} \times 100\right)\% = 525\%$

(ii) $\frac{1}{4} = \left(\frac{1}{4} \times 100\right)\% = 25\%$

(iii) $\frac{2}{5} = \left(\frac{2}{5} \times 100\right)\% = 40\%$

(iv) $21:80 = \left(\frac{21}{80} \times 100\right)\% = 26.25\%$

(v) $1\frac{11}{16} = \left(\frac{27}{16} \times 100\right)\% = 168.75\%$

2. (i) $56\% = \frac{56}{100} = 0.56$

(ii) $89\% = \frac{89}{100} = 0.89$

(iii) $34\% = \frac{34}{100} = 0.34$

(iv) $73.5\% = \frac{73.5}{10}\% = \frac{735}{10 \times 100} = 0.735$

3. (i) 500 मी० का $16.5\% = \frac{500 \times 16.5}{100}$

$= 5 \times 16.5 = 82.5$ मी०

(ii) 80 सेमी० का $135\% = \frac{80 \times 135}{100} = 108$ सेमी०

(iii) ₹ 1200 का $12\% = \frac{1200 \times 12}{100} = ₹ 144$

(iv) 480 का $40\% = 480 \times \frac{40}{100} = 192$

4. (i) x का $0.5\% = 3$

$$x \times \frac{0.5}{100} = 3$$

$$x \times \frac{05}{100 \times 10} = 3$$

$$x = \frac{3 \times 100 \times 10}{5} = 600$$

(ii) x का $\frac{1}{3}\% = 21$

$$x \times \frac{1}{3 \times 100} = 21$$

$$x = 300 \times 21 = 6300$$

(iii) x का $7.6\% = 95$

$$x \times \frac{76}{100 \times 10} = 95$$

$$x = \frac{95 \times 1000}{76} = 1250$$

(iv) x का $5\% = 6$

$$x \times \frac{5}{100} = 6$$

$$x = \frac{6 \times 100}{5} = 120$$

5. माना कम्प्यूटर की कुल कीमत = ₹ x

$$\therefore x \text{ का } 96\% = ₹ 10464$$

$$x \times \frac{96}{100} = ₹ 10464$$

$$x = \frac{10464 \times 100}{96}$$

$$x = 109 \times 100 = 10900$$

अतः कम्प्यूटर की कुल कीमत = ₹ 10900

6. शशांक द्वारा अर्द्ध-वार्षिक परीक्षा में प्राप्त अंक

$$= 1000 \text{ का } 90\% = \frac{1000 \times 90}{100}$$

$$= 900$$

$$\text{और वार्षिक परीक्षा में प्राप्त अंक} = 1200 \text{ का } 84\% = \frac{1200 \times 84}{100}$$

$$= 1008$$

$$\text{दोनों परीक्षाओं में प्राप्त कुल अंक} = 900 + 1008 = 1908$$

$$\text{दोनों परीक्षाओं के कुल अंक} = 1000 + 1200 = 2200$$

$$\therefore \text{दोनों परीक्षाओं में मिलाकर प्राप्त प्रतिशत अंक} = \frac{\text{प्राप्त अंक}}{\text{कुल अंक}} \times 100$$

$$= \frac{1908}{2200} \times 100 = 86.72\%$$

7. माना चुनाव में डाले गए वैध मतों की कुल संख्या = x

$$\therefore x \text{ का } 40\% + 2000 = x \text{ का } 60\%$$

$$x \times \frac{40}{100} + 2000 = x \times \frac{60}{100}$$

$$2000 = x \times \frac{60}{100} - x \times \frac{40}{100} = x \times \left[\frac{60-40}{100} \right]$$

$$2000 = x \times \frac{20}{100}$$

$$x = \frac{2000 \times 100}{20}$$

$$x = 10000$$

अतः चुनाव में डाले गए वैध मतों की कुल संख्या 10,000 है।

8. त्रुटि प्रतिशत = $\frac{\text{मानों में अन्तर}}{\text{मूल राशी}} \times 100$

$$= \frac{\left(12\frac{1}{2} - 12\right)}{12\frac{1}{2}} \times 100 = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{25}{2}\right)} \times 100 = \frac{100}{25} = 4\%$$

9. मशीन का 3 वर्ष बाद मूल्य = $12000 \times \left(1 - \frac{10}{100}\right)^3$

$$= 12000 \times \left(\frac{90}{100}\right)^3$$

$$= \frac{12000 \times 90 \times 90 \times 90}{100 \times 100 \times 100} = ₹ 8748$$

अतः 3 वर्ष बाद मशीन का मूल्य ₹ 8,748 होगा।

10. माना रेलगाड़ी में सवारियों की प्रा० संख्या = x

मेरठ में उतरने वाले यात्रीयों का प्रतिशत = 40%

अतः मेरठ में उतरने के बाद, शेष बचे यात्रीयों की संख्या = $x - x \times \frac{40}{100}$

$$= \frac{60x}{100}$$

प्रश्नानुसार, हापुड़ में कुल यात्रियों की संख्या $= \frac{60x}{100}$

हापुड़ में उतरने वाले यात्रियों का प्रतिशत $= 75\%$

तब, हापुड़ में उतरने के बाद शेष बचे यात्रियों की संख्या $= \frac{60x}{100} - \frac{60x}{100} \times \frac{75}{100}$

दिया है; हापुड़ में उतरने के बाद, शेष बचे यात्रियों की संख्या $= 12000$

$$\therefore \frac{60x}{100} - \frac{60x}{100} \times \frac{75}{100} = 12000$$

$$\frac{60x}{100} \left(1 - \frac{75}{100} \right) = 12000$$

$$\frac{60}{100} x \times \frac{25}{100} = 12000$$

$$x = \frac{12000 \times 400}{60} = 80000$$

अतः रेलगाड़ी में यात्रियों की प्रारम्भिक संख्या 80,000 थी।

11. चॉक में कैल्सियम की मात्रा $= 10\%$

चॉक में कार्बन की मात्रा $= 3\%$

चॉक में ऑक्सीजन की मात्रा $= 12\%$

$$\therefore 250 \text{ ग्राम चॉक में कैल्सियम की मात्रा} = \frac{250 \times 10}{100} = 25 \text{ ग्राम}$$

$$250 \text{ ग्राम चॉक में कार्बन की मात्रा} = 250 \times \frac{3}{100} = 7.5 \text{ ग्राम}$$

$$250 \text{ ग्राम चॉक में ऑक्सीजन की मात्रा} = 250 \times \frac{12}{100} = 30 \text{ ग्राम}$$

12. माना भू-खण्ड का वास्तविक दाम $= ₹ x$

$$\therefore x + x \text{ का } 20\% = ₹ 150000$$

$$x + x \times \frac{20}{100} = 150000$$

$$\frac{120}{100} x = 150000$$

$$x = \frac{150000 \times 100}{120}$$

∴

$$x = ₹ 1,25,000$$

अतः भू-खण्ड का वास्तविक दाम = ₹ 1,25,000 है।

13. माना महेश की मासिक आय = ₹ x

$$\text{महेश की मासिक बचत} = x \text{ का } 20\% = x \times \frac{20}{100} = ₹ \frac{x}{5}$$

∴

मासिक खर्च = आय - बचत

$$x - \frac{x}{5} = \frac{4x}{5}$$

प्रश्नानुसार,

$$x - [x \text{ का } 80\% + (x \text{ का } 80\%) \text{ का } 20\%] = 200$$

$$x - \left[x \times \frac{80}{100} + x \times \frac{80}{100} \times \frac{20}{100} \right] = 200$$

$$x - \left(\frac{80x}{100} + \frac{16x}{100} \right) = 200$$

$$x - \left(\frac{80x + 16x}{100} \right) = 200$$

$$x - \left(\frac{96x}{100} \right) = 200$$

$$\frac{100x - 96x}{100} = 200$$

$$4x = 200 \times 100$$

$$x = \frac{200 \times 100}{4}$$

$$x = 5000$$

अतः महेश की मासिक आय ₹ 5000 है।

14. बाग में कुल पेड़ = 1600

आम के पेड़ = 18%

नीबू के पेड़ = 10.5%

अमरूद के पेड़ = 30.5%

$$\text{शेष सन्तरे} = 100 - (18 + 10.5 + 30.5) = 100 - 59 = 41\%$$

अब, आम के पेड़ों की संख्या = 1600 का 18%

$$= 1600 \times \frac{18}{100} = 288$$

नीबू के पेड़ों की संख्या = 1600 का 10.5%

$$= 1600 \times \frac{10.5}{100} = \frac{16 \times 105}{10} = 168$$

अमरूद के पेड़ों की संख्या = 1600 का 30.5%

$$= 1600 \times \frac{30.5}{100} = \frac{16 \times 305}{10} = 488$$

और सन्तरो के पेड़ों की संख्या = 1600 का 41%

$$= \frac{1600 \times 41}{100} = 16 \times 41 = 656$$

15. नगर में पुरुष की संख्या = 22,800

महिलाएँ की संख्या = 17,200

कुल संख्या = 22800 + 17200 = 40,000

पुरुषों की संख्या में वृद्धि = 20%

महिलाओं की संख्या में वृद्धि = 15%

पुरुषों की संख्या में वृद्धि के बाद कुल संख्या = 22800 + 22800 $\times \frac{20}{100}$

$$= 22800 + 4560$$

$$= 27360$$

और महिलाओं की संख्या में वृद्धि के बाद कुल संख्या

$$= 17200 + 17200 \times \frac{15}{100} = 19780$$

अब वृद्धि के बाद नगर की कुल जनसंख्या = 27360 + 19780 = 47140

जनसंख्या में वृद्धि = 47140 - 40,000 = 7140

∴ प्रतिशत वृद्धि = $\frac{\text{वृद्धि}}{\text{मूल संख्या}} \times 100$

$$= \frac{7140}{40000} \times 100 = 17.85\%$$

अतः नगर की कुल जनसंख्या में 17.85% वृद्धि हुई।

प्रश्नावली 10.2

1. (i) क्रय मूल्य = ₹ 500, लाभ = 13%

$$\therefore \text{विक्रय मूल्य} = \frac{(100 + \text{लाभ } \%)}{100} \times \text{क्रय मूल्य}$$

$$= \frac{(100 + 13)}{100} \times 500 = \frac{113}{100} \times 500 = 113 \times 5 = ₹ 565$$
- (ii) क्रय मूल्य = ₹ 5600, हानि = 4%

$$\therefore \text{विक्रय मूल्य} = \frac{(100 - \text{हानि } \%)}{100} \times \text{क्रय मूल्य}$$

$$= \frac{(100 - 4)}{100} \times 5600 = 96 \times 56 = ₹ 5376$$
2. (i) विक्रय मूल्य = ₹ 545, लाभ = 9%

$$\therefore \text{क्रय मूल्य} = \frac{\text{विक्रय मूल्य} \times 100}{(100 + \text{लाभ } \%)}$$

$$= \frac{545 \times 100}{(100 + 9)} = \frac{545 \times 100}{109} = 5 \times 100 = ₹ 500$$
- (ii) विक्रय मूल्य = ₹ 873, हानि = 3%

$$\therefore \text{क्रय मूल्य} = \frac{\text{विक्रय मूल्य} \times 100}{(100 - \text{हानि } \%)}$$

$$= \frac{873 \times 100}{100 - 3} = \frac{873 \times 100}{97} = 9 \times 100 = ₹ 900$$
3. T.V का क्रय मूल्य = ₹ 2100
 मरम्मत में खर्च = ₹ 900
 T.V का कुल क्रय मूल्य = ₹ 2100 + ₹ 900
 = ₹ 3000, लाभ = 10%

$$\text{विक्रय मूल्य} = \frac{(100 + \text{लाभ } \%)}{100} \times \text{क्रय मूल्य}$$

$$= \left(\frac{100 + 10}{100} \right) \times 3000 = \frac{110}{100} \times 3000$$

$$= ₹ 3300$$

अतः 10% लीमी के लिए टी०वी० का मूल्य कुल ₹ 3300 होगा।

$$4. \quad 12 \text{ टॉफियों का क्रय मूल्य} = ₹ 10$$

$$1 \text{ टॉफी का क्रय मूल्य} = ₹ \frac{10}{12}$$

$$10 \text{ टॉफियों का विक्रय मूल्य} = ₹ 12$$

$$1 \text{ टॉफी का विक्रय मूल्य} = ₹ \frac{12}{10}$$

स्पष्ट है कि यहाँ विक्रय मूल्य > क्रय मूल्य

$$\begin{aligned} \therefore \quad \text{लाभ} &= \text{विक्रय मूल्य} - \text{क्रय मूल्य} \\ &= \frac{12}{10} - \frac{10}{12} = \frac{12 \times 12 - 10 \times 10}{120} \\ &= \frac{144 - 100}{120} = \frac{44}{120} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \quad \text{लाभ \%} &= \frac{\text{लाभ}}{\text{क्रय मूल्य}} \times 100 = \frac{\left(\frac{44}{120}\right)}{\left(\frac{10}{12}\right)} \times 100 \\ &= \frac{44 \times 12}{120 \times 10} \times 100 = 44\% \end{aligned}$$

अतः राम को कुल 44% लाभ होगा।

$$5. \quad 20 \text{ पुस्तकों का क्रय मूल्य} = 15 \text{ पुस्तकों का विक्रय मूल्य}$$

माना 1 पुस्तक का क्रय मूल्य = ₹ 1, तो 20 पुस्तकों का क्रय मूल्य = ₹ 20

तथा 15 पुस्तकों का क्रय मूल्य = ₹ 15

$$\therefore \quad 15 \text{ पुस्तकों का विक्रय मूल्य} = ₹ 20$$

$$\begin{aligned} \therefore \quad \text{लाभ} &= 15 \text{ पुस्तकों का विक्रय मूल्य} - 15 \text{ पुस्तकों का क्रय मूल्य} \\ &= ₹ 20 - ₹ 15 \Rightarrow ₹ 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{अतः लाभ\%} &= \frac{\text{लाभ}}{\text{क्रय मूल्य}} \times 100 = \frac{₹ 5}{₹ 15} \times 100 \\ &= \frac{100}{3} = 33\frac{1}{3} \% \end{aligned}$$

$$6. \quad 17 \text{ पंखों का क्रय मूल्य} = ₹ 460 \times 17 = ₹ 7820$$

$$\text{परिवहन तथा पैकिंग पर खर्च} = ₹ 40 + 20 \times 17 = ₹ 380$$

$$\text{पंखों का कुल क्रय मूल्य} = ₹ 7820 + ₹ 380 = ₹ 8200$$

$$17 \text{ पंखों का विक्रय मूल्य} = ₹ 550 \times 17 = ₹ 9350$$

∴

$$\text{लाभ} = \text{विक्रय मूल्य} - \text{क्रयमूल्य}$$

$$= ₹ 9350 - ₹ 8200 = ₹ 1150$$

अतः

$$\text{लाभ\%} = \frac{\text{लाभ}}{\text{क्रय मूल्य}} \times 100 = \frac{₹ 1150}{₹ 8200} \times 100$$

$$= \frac{1150}{82} = \frac{575}{41} = 14 \frac{1}{41} \%$$

7. छूट = 8%, लाभ = 15%,

$$\text{अंकित मूल्य} = ₹ 5000$$

$$\text{विक्रय मूल्य} = \text{अंकित मूल्य} \left(1 - \frac{\text{छूट}}{100}\right)$$

$$= 5000 \left(1 - \frac{8}{100}\right) = \frac{5000 \times 92}{100} = ₹ 4600$$

$$\begin{aligned} \text{अब} \quad \text{क्रय मूल्य} &= \frac{\text{विक्रय मूल्य} \times 100}{(100 + \text{लाभ \%})} \\ &= \frac{4600 \times 100}{(100 + 15)} = \frac{4600 \times 100}{115} = ₹ 4000 \end{aligned}$$

अतः वस्तु का क्रय मूल्य ₹ 4000 है।

8. माना अनिल ने मोबाइल ₹ x में खरीदा था।

$$\text{तो अनिल के लिए, मोबाइल का विक्रय-मूल्य} = ₹ \left(x + \frac{x \times 20}{100}\right) = ₹ \frac{120}{100}x$$

अब अनिल का विक्रय मूल्य, सुनील के लिए क्रय मूल्य होगा।

$$\therefore \text{सुनील के लिए, मोबाइल का क्रय मूल्य} = ₹ \frac{120}{100}x$$

$$\text{सुनील के लिए, मोबाइल का विक्रय मूल्य} = \frac{120}{100}x + \frac{120x}{100} \times \frac{25}{100}$$

$$\left(\frac{120x}{100}\right) \left(1 + \frac{1}{4}\right)$$

$$= \left(\frac{120}{100}x\right) \times \left(\frac{5}{4}\right) = ₹ \left(\frac{600}{400}x\right)$$

परन्तु दिया है कि सुनील ने मोबाइल ₹ 2100 में बेचा।

$$\therefore \frac{600}{400}x = 2100$$

$$x = \frac{2100 \times 4}{6} = 1400$$

अतः अनिल ने उस मोबाइल को ₹ 1400 में खरीदा था।

9. 1 टीशर्ट का अंकित मूल्य = ₹ 324

$\therefore$ 1 टीशर्ट के दाम में 2 टीशर्ट दी जाती है

अर्थात् 2 टीशर्ट का विक्रय मूल्य = 1 टीशर्ट का अंकित मूल्य = ₹ 324

इस प्रकार 1 टीशर्ट का विक्रय मूल्य = ₹ $\frac{324}{2}$ = ₹ 162

$$\text{तब 1 टीशर्ट का क्रय मूल्य} = \frac{\text{विक्रय मूल्य} \times 100}{100 + \text{लाभ \%}} = \frac{162 \times 100}{100 + 8}$$

$$= \frac{162 \times 100}{108} = 150$$

अतः 1 टीशर्ट का क्रय मूल्य = ₹ 150 है।

10.

पहले बैट का क्रय मूल्य = ₹ 5600, लाभ = 15%

दूसरे बैट का क्रय मूल्य = ₹ 2400, हानि = 5%

$$\text{पहले बैट का विक्रय मूल्य} = \left(\frac{100 + \text{लाभ \%}}{100} \right) \times \text{क्रय-मूल्य}$$

$$= \left(\frac{100 + 15}{100} \right) \times 5600 = ₹ 6440$$

$$\text{दूसरे बैट का विक्रय मूल्य} = \left(\frac{100 - \text{हानि \%}}{100} \right) \times \text{क्रय-मूल्य}$$

$$= \left(\frac{100 - 5}{100} \right) \times 2400$$

$$= \frac{95}{100} \times 2400 = ₹ 2280$$

$$\text{दोनों बैटों का कुल क्रय-मूल्य} = ₹ 5600 + ₹ 2400$$

$$= ₹ 8000$$

$$\text{दोनों बैटों का कुल विक्रय मूल्य} = ₹ 6440 + ₹ 2280 = ₹ 8720$$

∴

$$\begin{aligned}\text{लाभ} &= \text{कुल विक्रय मूल्य} - \text{कुल क्रय मूल्य} \\ &= ₹ (8720 - 8000) = ₹ 720\end{aligned}$$

तथा

$$\text{लाभ \%} = \frac{\text{लाभ} \times 100}{\text{क्रय मूल्य}} = \frac{720}{8000} \times 100 = 9\%$$

अतः रहमान को पूरे लेन देन का कुल 9% लाभ होगा।

11

चक्रवृद्धि ब्याज

प्रश्नावली 11.1

1. पहले वर्ष का मूलधन = ₹ 500

$$\text{पहले वर्ष का ब्याज} = \frac{₹ 500 \times 5}{100} = ₹ 25$$

$$\text{पहले वर्ष के अन्त में मिश्रधन} = ₹ 500 + ₹ 25 = ₹ 525$$

- ∴ दूसरे का मूलधन = ₹ 525

$$\text{दूसरे वर्ष का ब्याज} = \frac{₹ 525 \times 5}{100} = ₹ 26.25$$

$$\text{अतः कुल चक्रवृद्धि ब्याज} = ₹ 25 + ₹ 26.25 = ₹ 51.25$$

2. पहले वर्ष का मूलधन = ₹ 2500

$$\text{पहले वर्ष का ब्याज} = \frac{₹ 2500 \times 4}{100} = ₹ 100$$

$$\begin{aligned}\text{पहले वर्ष के अन्त में मिश्रधन} &= ₹ 2500 + ₹ 100 \\ &= ₹ 2600\end{aligned}$$

- ∴ दूसरे वर्ष का मूलधन = ₹ 2600

$$\text{दूसरे वर्ष का ब्याज} = \frac{₹ 2600 \times 4}{100} = ₹ 104$$

$$\text{अतः कुल चक्रवृद्धि ब्याज} = ₹ 100 + ₹ 104 = ₹ 204$$

3. पहले वर्ष का मूलधन = ₹ 9000

$$\text{पहले वर्ष का ब्याज} = \frac{₹ 9000 \times 6}{100} = ₹ 540$$

$$\text{पहले वर्ष के अन्त में मिश्रधन} = ₹ 9000 + ₹ 540 = ₹ 9,540$$

∴ दूसरे वर्ष का मूलधन = ₹ 9,540

$$\begin{aligned}\text{दूसरे वर्ष का ब्याज} &= \frac{\text{₹ } 9,540 \times 6}{100} \\ &= \text{₹ } 572.40\end{aligned}$$

अतः कुल मिश्रधन = ₹ 540 + ₹ 572.40 = ₹ 1,112.40

4. पहले वर्ष का मूलधन = ₹ 4000

$$\text{पहले वर्ष का ब्याज} = \frac{\text{₹ } 4000 \times 10}{100} = \text{₹ } 400$$

पहले वर्ष के अन्त में मिश्रधन = ₹ 4000 + ₹ 400 = ₹ 4,400

∴ दूसरे वर्ष का मूलधन = ₹ 4,400

$$\text{दूसरे वर्ष का ब्याज} = \frac{\text{₹ } 4,400 \times 10}{100} = \text{₹ } 440$$

दूसरे वर्ष के अन्त में मिश्रधन = ₹ 4,400 + ₹ 440
= ₹ 4,840

∴ तीसरे वर्ष का मूलधन = ₹ 4,840

$$\text{तीसरे वर्ष का ब्याज} = \frac{\text{₹ } 4,840 \times 10}{100} = \text{₹ } 484$$

अतः कुल मिश्रधन = ₹ 400 + ₹ 440 + ₹ 484
= ₹ 1324

$$\begin{aligned}\text{तथा ₹ 4000 का 3 वर्ष का साधारण ब्याज} &= \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100} \\ &= \frac{\text{₹ } 4000 \times 10 \times 3}{100} \\ &= \text{₹ } 1200\end{aligned}$$

∴ चक्रवृद्धि ब्याज तथा साधारण ब्याज में अन्तर = ₹ 1324 – ₹ 1200
= ₹ 124

5. पहले वर्ष का मूलधन = ₹ 1500

$$\text{पहले वर्ष का ब्याज} = \frac{\text{₹ } 1500 \times 4}{100} = \text{₹ } 60$$

पहले वर्ष के अन्त में मिश्रधन = ₹ 1500 + ₹ 60
= ₹ 1560

∴ दूसरे वर्ष का मूलधन = ₹ 1560

$$\text{दूसरे वर्ष का ब्याज} = \frac{\text{₹ } 1560 \times 4}{100} = \text{₹ } 62.40$$

$$\text{तब, कुल चक्रवृद्धि ब्याज} = \text{₹ } 0 + \text{₹ } 62.40 = \text{₹ } 122.40$$

अतः मोहन को 2 वर्ष बाद कुल ₹ 122.40 ब्याज मिला।

एकिक नियम :

$$6. \quad \therefore \text{₹ } 100 \text{ का वर्ष का ब्याज} = \text{₹ } 10$$

$$\therefore \text{₹ } 1 \text{ का } 1 \text{ वर्ष का ब्याज} = \frac{\text{₹ } 10}{100} = \text{₹ } \frac{1}{10}$$

$$\therefore \text{₹ } 1 \text{ का वर्ष का मिश्रधन} = \text{₹ } \left(1 + \frac{1}{10}\right) = \frac{\text{₹ } 11}{10}$$

$$\therefore \text{₹ } 1 \text{ का } 3 \text{ वर्ष का चक्रवृद्धि मिश्रधन} = \text{₹ } \left(\frac{11}{10}\right)^3$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{₹ } 800 \text{ का } 3 \text{ वर्ष का मिश्रधन} &= \text{₹ } \left(\frac{11}{10}\right)^3 \times 800 \\ &= \text{₹ } \frac{11}{10} \times \frac{11}{10} \times \frac{11}{10} \times 800 \\ &= \text{₹ } \frac{1331}{1000} \times 800 = \text{₹ } 1,064.80 \end{aligned}$$

$$\text{अतः चक्रवृद्धि ब्याज} = \text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} - \text{मूलधन}$$

$$\text{₹ } 1,064.80 - \text{₹ } 800 = \text{₹ } 264.80$$

$$7. \quad \therefore \text{₹ } 100 \text{ का } 1 \text{ वर्ष का ब्याज} = \text{₹ } 5$$

$$\therefore \text{₹ } 1 \text{ का } 1 \text{ वर्ष का ब्याज} = \frac{\text{₹ } 5}{100} = \text{₹ } \frac{1}{20}$$

$$\therefore \text{₹ } 1 \text{ का } 1 \text{ वर्ष का मिश्रधन} = \text{₹ } \left(1 + \frac{1}{20}\right) = \text{₹ } \frac{21}{20}$$

$$\therefore \text{₹ } 1 \text{ का } 2 \text{ वर्ष का मिश्रधन} = \text{₹ } \left(\frac{21}{20}\right)^2$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{₹ } 400 \text{ का } 2 \text{ वर्ष का मिश्रधन} &= \text{₹ } \left(\frac{21}{20}\right)^2 \times 400 \\ &= \text{₹ } \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} \times 400 \\ &= \text{₹ } 441 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{अतः चक्रवृद्धि ब्याज} &= \text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} - \text{मूलधन} \\ &= ₹ 441 - ₹ 400 = ₹ 41\end{aligned}$$

$$8. \therefore ₹ 100 \text{ का } 1 \text{ वर्ष का ब्याज} = ₹ 10$$

$$\therefore ₹ 1 \text{ का } 1 \text{ वर्ष का ब्याज} = ₹ \frac{10}{100} = ₹ \frac{1}{10}$$

$$\therefore ₹ 1 \text{ का } 1 \text{ वर्ष का मिश्रण} = ₹ \left(1 + \frac{1}{10}\right) = ₹ \frac{11}{10}$$

$$\therefore ₹ 1 \text{ का } 4 \text{ वर्ष का मिश्रधन} = ₹ \left(\frac{11}{10}\right)^4$$

$$\therefore ₹ 3000 \text{ का } 4 \text{ वर्ष का मिश्रधन} = ₹ \left(\frac{11}{10}\right)^3 \times 3000$$

$$= ₹ \frac{11}{10} \times \frac{11}{10} \times \frac{11}{10} \times \frac{11}{10} \times 300$$

$$= ₹ \frac{14641}{10} \times 3 = ₹ 4,392.30$$

$$\begin{aligned}\text{चक्रवृद्धि ब्याज} &= \text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} - \text{मूलधन} \\ &= ₹ 4,392.30 - ₹ 3,000 \\ &= ₹ 1,392.30\end{aligned}$$

अतः कुल चक्रवृद्धि ब्याज ₹ 1,392.30 तथा कुल मिश्रधन ₹ 4,392.30 है।

$$9. \therefore ₹ 100 \text{ का } 1 \text{ वर्ष का ब्याज} = ₹ 4$$

$$\therefore ₹ 1 \text{ का } 1 \text{ वर्ष का ब्याज} = ₹ \frac{4}{100} = ₹ \frac{1}{25}$$

$$\therefore ₹ 1 \text{ का } 1 \text{ वर्ष का मिश्रधन} = ₹ \left(1 + \frac{1}{25}\right) = ₹ \frac{26}{25}$$

$$\therefore ₹ 1 \text{ का } 2 \text{ वर्ष का मिश्रधन} = ₹ \left(\frac{26}{25}\right)^2$$

$$\therefore ₹ 2500 \text{ का } 2 \text{ वर्ष का मिश्रधन} = ₹ \left(\frac{26}{25}\right)^2 \times 2500$$

$$= ₹ \frac{26}{25} \times \frac{26}{25} \times 2500$$

$$= ₹ 676 \times 4 = ₹ 2,704$$

अतः मुकेश को 2 वर्ष बाद कुल ₹ 2,704 मिले।

$$10. \quad \therefore \text{₹ 100 का 1 वर्ष का ब्याज} = \text{₹ } 2.5 = \text{₹ } \frac{5}{2}$$

$$\therefore \text{₹ 1 का 1 वर्ष का ब्याज} = \text{₹ } \frac{2}{2 \times 100} = \text{₹ } \frac{5}{200} = \text{₹ } \frac{1}{40}$$

$$\therefore \text{₹ 1 का 1 वर्ष का मिश्रधन} = \text{₹ } \left(1 + \frac{1}{40}\right)k = \text{₹ } \frac{41}{40}$$

$$\therefore \text{₹ 1 का 2 वर्ष का मिश्रधन} = \text{₹ } \left(\frac{41}{40}\right)^2$$

$$\therefore \text{₹ 1,60,000 का 2 वर्ष का मिश्रधन}$$

$$= \text{₹ } \left(\frac{41}{40}\right)^2 \times 1,60,000$$

$$= \text{₹ } \frac{41}{40} \times \frac{41}{40} \times 1,60,000$$

$$= \frac{\text{₹ } 1681}{1600} \times 1,60,000$$

$$= \text{₹ } 1681 \times 100 = \text{₹ } 1,68,100$$

चक्रवृद्धि ब्याज = चक्रवृद्धि मिश्रधन – मूलधन

$$= \text{₹ } 1,68,100 - \text{₹ } 1,60,000 = \text{₹ } 8,100$$

अतः सुप्रिया को कुल ₹ 1,68,100 भुगतान करने पड़े तथा ₹ 8,100 ब्याज के देने पड़े।

प्रश्नावली 11.2

1. (i) $P = \text{₹ } 5000$, $R = 10\%$, $n = 3$ वर्ष

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$$

$$= \text{₹ } 5000 \left(1 + \frac{10}{100}\right)^3$$

$$= \text{₹ } 5000 \times \left(\frac{110}{100}\right)^3$$

$$= ₹ 5000 \times \frac{110 \times 110 \times 110}{100 \times 100 \times 100}$$

$$= 5 \times 11 \times 11 \times 11 = ₹ 6655$$

$$\therefore \text{C.I.} = A - P = ₹ 6655 - ₹ 5000 \\ = ₹ 1655$$

$$(ii) P = ₹ 8000, R = 5\%, n = 2 \text{ वर्ष}$$

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$= ₹ 8000 \left(1 + \frac{5}{100} \right)^2$$

$$= 8000 \times \left(\frac{105}{100} \right)^2$$

$$= \frac{8000 \times 105 \times 105}{100 \times 100}$$

$$= \frac{88200}{10} = ₹ 8820$$

$$\therefore \text{C.I.} = A - P \\ = ₹ 8820 - ₹ 8000 \\ = ₹ 820$$

$$(iii) P = ₹ 600, R = 5\frac{1}{2}\% = \frac{11}{2}\%, n = 2 \text{ वर्ष}$$

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$= 600 \times \left(1 + \frac{11}{2 \times 100} \right)^2$$

$$= 600 \times \left(\frac{211}{200} \right)^2 = \frac{600 \times 211 \times 211}{200 \times 200}$$

$$= ₹ 667.815$$

$$\therefore \text{C.I.} = A - P = ₹ 667.815 - ₹ 600 \\ = ₹ 67.815$$

2. $A = ₹ 5678.40$, $r = 8\%$, $t = 1$ वर्ष

चूँकि ब्याज छमाही लगाया जाता है।

$$\therefore \frac{r}{2} = \frac{8}{2} = 4\% \text{ प्रति छमाही}$$

$$2t = 2 \times 1 = 2 \text{ छमाही}$$

$$A = P \left(1 + \frac{(r/2)}{100} \right)^{2t}$$

$$5678.40 = P \left(1 + \frac{4}{100} \right)^2$$

$$5678.40 = P \times \left(\frac{104}{100} \right)^2$$

$$P = \frac{5678.40 \times 100 \times 100}{104 \times 104} = ₹ 5250$$

अतः वह रकम (P) = ₹ 5250 है।

3. $P = ₹ 2400$, $r = 10\%$

$$t = 2 \text{ वर्ष } 4 \text{ माह} = 2 \text{ वर्ष } + \frac{4}{12} \text{ वर्ष}$$

$$= \left(2 + \frac{1}{3} \right) \text{ वर्ष} = \frac{7}{3} \text{ वर्ष} = 2 \frac{1}{3} \text{ वर्ष}$$

$$\therefore A = P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^2 \times \left(1 + \frac{\frac{1}{3} \times r}{100} \right)$$

$$= 2400 \left(1 + \frac{10}{100} \right)^2 \times \left(1 + \frac{\frac{1}{3} \times 10}{100} \right)$$

$$= 2400 \times \left(\frac{11}{10} \right)^2 \times \left(\frac{31}{30} \right)$$

$$= \frac{2400 \times 121 \times 31}{100 \times 30} = \frac{90024}{30}$$

$$= ₹ 3000.80$$

$$\therefore \text{C.I.} = A - P$$

$$= ₹ 3000.80 - ₹ 2400$$

$$= ₹ 600.80$$

अतः कुल चक्रवृद्धि ब्याज ₹ 600.80 होगा।

$$4. P = ₹ 15625$$

$$r = 16\%, \text{ समय } (t) = 9 \text{ माह}$$

चूँकि ब्याज प्रति तिमाही लगाया जाता है।

$$\therefore r = \frac{16}{4}\% = 4\% \text{ प्रति तिमाही}$$

$$\text{और समय } (t) = 9 \div 3 = 3 \text{ तिमाही}$$

$$\begin{aligned} \text{अतः मिश्रधन } (A) &= P \left[1 + \frac{(r/4)}{100} \right]^{4t} \\ &= 15625 \left[1 + \frac{4}{100} \right]^3 = 15625 \times \left(\frac{26}{25} \right)^3 \\ &= \frac{15625 \times 26 \times 26 \times 26}{25 \times 25 \times 25} \\ &= 26 \times 26 \times 26 \\ &= ₹ 17576 \end{aligned}$$

अतः ₹ 15,625, 3 वर्ष में कुल ₹ 17576 हो जाएँगे।

$$5. P = ₹ 31250, A = ₹ 35152$$

$$\text{तथा } n = 1\frac{1}{2} \text{ वर्ष}$$

चूँकि ब्याज प्रति छमाही संयोजित किया जाता है

$$\therefore t = 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2} \text{ वर्ष} = 3 \text{ छमाही}$$

$$\begin{aligned} A &= P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^n \\ ₹ 35152 &= ₹ 31250 \times \left(1 + \frac{r}{100} \right)^3 \end{aligned}$$

$$\frac{\text{₹ } 35152}{\text{₹ } 31250} = \left(1 + \frac{r}{100}\right)^3$$

$$\left(\frac{26}{25}\right)^3 = \left(1 + \frac{r}{100}\right)^3$$

तुलना करने पर—

$$\frac{26}{25} = 1 + \frac{r}{100}$$

$$\frac{r}{100} = \frac{26}{25} - 1$$

$$\frac{r}{100} = \frac{26 - 25}{25} = \frac{1}{25}$$

$$r = \frac{1}{25} \times 100 = 4\%$$

$r = 4\%$ प्रति छमाही $= 8\%$ प्रति वर्ष

अतः वार्षिक ब्याज दर 8% प्रति वर्ष होगी।

6. $A = \text{₹ } 1852.20$, $P = \text{₹ } 1600$, $r = 5\%$, $t = ?$

$$A = P \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \text{ से}$$

$$1852.20 = 1600 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^t$$

$$\frac{1852.20}{1600} = \left(\frac{21}{20}\right)^t$$

$$\frac{185220}{1600 \times 10} = \left(\frac{21}{20}\right)^t$$

$$\frac{9261}{8000} = \left(\frac{21}{20}\right)^t$$

$$\left(\frac{21}{20}\right)^3 = \left(\frac{21}{20}\right)^t$$

$$\therefore t = 3$$

अतः 3 वर्ष में ₹ 1600 की धनराशि ₹ 1852.20 हो जाएगी।

7. $P = ₹ 10,000$, $t = 4$ वर्ष, $r = 10\%$

जब ब्याज प्रति छमाही देय हो

तो $t = 4 \times 2 = 8$ छमाही, $r = \frac{10}{2} = 5\%$

$$\begin{aligned}\therefore \text{C.I.} &= P \left[\left(1 + \frac{r}{100} \right)^t - 1 \right] \\ &= 10,000 \left[\left(1 + \frac{5}{100} \right)^8 - 1 \right] \\ &= 10,000 \left[\left(\frac{21}{20} \right)^8 - 1 \right] \\ &= 10,000 [(1.05)^8 - 1] \\ &= 10000 \times [1.4775 - 1] \\ &= 10000 \times [0.4775] \\ &= ₹ 4775\end{aligned}$$

जब ब्याज वार्षिक देय हो:

$$\begin{aligned}\therefore \text{C.I.} &= P \left[\left(1 + \frac{r}{100} \right)^t - 1 \right] \\ &= 10,000 \left[\left(1 + \frac{10}{100} \right)^4 - 1 \right] \\ &= 10000 \left[\left(\frac{11}{10} \right)^4 - 1 \right] \\ &= 10000 [(1.1)^4 - 1] \\ &= 10000 [1.4641 - 1] \\ &= 10000 \times [0.4641] \\ &= ₹ 4641\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{अभीष्ट अन्तर} &= ₹ 4775 - ₹ 4641 \\ &= ₹ 134\end{aligned}$$

8. C.I. = ₹ 6781.25, $r = ?$

$P = ₹ 16000$, $t = 3$ वर्ष

$$\text{C.I.} = P \left[\left(1 + \frac{r}{100} \right)^t - 1 \right]$$

$$6781.25 = 16000 \left[\left(1 + \frac{r}{100} \right)^3 - 1 \right]$$

$$\frac{6781.25}{16000 \times 100} = \left(1 + \frac{r}{100} \right)^3 - 1$$

$$\frac{217}{512} = \left(1 + \frac{r}{100} \right)^3 - 1$$

$$\frac{217}{512} + 1 = \left(1 + \frac{r}{100} \right)^3$$

$$\frac{729}{512} = \left(1 + \frac{r}{100} \right)^3$$

$$\left(\frac{9}{8} \right)^3 = \left(1 + \frac{r}{100} \right)^3$$

दोनों तरफ आधारों की तुलना करने पर

$$\therefore \frac{9}{8} = 1 + \frac{r}{100}$$

$$\frac{9}{8} - 1 = \frac{r}{100}$$

$$\frac{1}{8} = \frac{r}{100}$$

$$\frac{100}{8} = r$$

$$12.5 = r$$

$$\therefore r = 12.5\%$$

अतः वार्षिक ब्याज दर 12.5% है।

9. माना मूलधन = P

$$A_1 = ₹ 650, t_1 = 1 \text{ वर्ष}$$

$$A_2 = ₹ 676, t_2 = 2 \text{ वर्ष}, r = ?$$

$$\text{सूत्र: } A = P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^t \text{ से}$$

$$650 = P \left(1 + \frac{r}{100} \right) \quad \dots(1)$$

$$\text{पुनः सूत्र: } A = P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^t \text{ से}$$

$$676 = P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^2 \quad \dots(2)$$

समी० (2) को समी० (1) से भाग देने पर

$$\frac{676}{650} = \frac{P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^2}{P \left(1 + \frac{r}{100} \right)}$$

$$1.04 = 1 + \frac{r}{100}$$

$$1.04 - 1 = \frac{r}{100}$$

$$0.04 = \frac{r}{100}$$

$$0.04 \times 100 = r$$

$$4 = r$$

$$\therefore r = 4\%$$

अब r का यह मान समी० (1) में रखने पर,

$$650 = P \left(1 + \frac{4}{100} \right)$$

$$650 = P \left(\frac{104}{100} \right)$$

$$\therefore P = \frac{650 \times 100}{104} = ₹ 625$$

अतः मूलधन = ₹ 625 तथा $t = 2$ वर्ष

10. माना धन = P , $r = 15\%$, $t = 2$ वर्ष

$$\text{तब, S.I.} = \frac{Pr t}{100} = \frac{P \times 15 \times 2}{100}$$

$$\text{S.I.} = \frac{30P}{100} \quad \dots(1)$$

$$\begin{aligned} \text{तथा, C.I.} &= P \left[\left(1 + \frac{r}{100} \right)^t - 1 \right] \\ &= P \left[\left(1 + \frac{15}{100} \right)^2 - 1 \right] \\ &= P \left[\left(\frac{115}{100} \right)^2 - 1 \right] \\ &= P \left[\frac{13,225 - 10,000}{10,000} \right] \end{aligned}$$

$$\text{C.I.} = P \left[\frac{3225}{10,000} \right] \quad \dots(2)$$

$$\therefore d = \text{C.I.} - \text{P.I.} = ₹ 144$$

$$\begin{aligned} \therefore ₹ 144 &= \frac{3225}{10,000} P - \frac{30P}{100} \\ &= \frac{3225P - 3000P}{10,000} = \frac{225}{10,000} P \end{aligned}$$

$$P = \frac{₹ 144 \times 10,000}{225} = ₹ \frac{16 \times 10,000}{25}$$

$$P = ₹ 6400$$

अतः अभीष्ट मूलधन (P) = ₹ 6400

11. माना मूलधन = P तथा ब्याज की दर = $r\%$

$$A_1 = ₹ 2100, t_1 = 1 \text{ वर्ष}$$

$$A_2 = ₹ 2205, t_2 = 2 \text{ वर्ष}$$

$$\text{सूत्र: } A = P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^t \text{ से}$$

$$2100 = P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^1 \quad \dots(1)$$

$$\text{पुनः} \quad 2205 = P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^2 \quad \dots(2)$$

समी० (2) को समी० (1) से भाग देने पर,

$$\frac{2205}{2100} = \frac{P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^2}{P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^1}$$

$$1.05 = 1 + \frac{r}{100}$$

$$1.05 - 1 = \frac{r}{100}$$

$$0.05 = \frac{r}{100}$$

$$r = 0.05 \times 100 = 5$$

∴ ब्याज की दर (r) = 5%

r का मान समी० (1) में रखने पर,

$$2100 = P \left(1 + \frac{5}{100} \right)^1$$

$$2100 = P \left(\frac{105}{100} \right)$$

$$P = \frac{2100 \times 100}{105} = 2000$$

अतः वह मूलधन (P) = ₹ 2000 तथा ब्याज की दर (r) = 5%

12. $P = ₹ 20,000$, $t = 3$ वर्ष

$$r_1 = 5\%, r_2 = 6\%, r_3 = 8\%$$

3 वर्षों के अन्त में प्राप्त धन राशि (A)

$$\begin{aligned}
&= P \left[\left(1 + \frac{r_1}{100} \right) \left(1 + \frac{r_2}{100} \right) \left(1 + \frac{r_3}{100} \right) \right] \\
&= 20,000 \left[\left(1 + \frac{5}{100} \right) \left(1 + \frac{6}{100} \right) \left(1 + \frac{8}{100} \right) \right] \\
&= 20,000 \times \frac{105}{100} \times \frac{106}{100} \times \frac{108}{100} \\
&= \frac{2 \times 105 \times 106 \times 108}{100} = \frac{2404080}{100} \\
&= ₹ 24040.80
\end{aligned}$$

अतः तीन वर्षों के बाद कुल ₹ 24040.80 की धनराशि प्राप्त होगी।

इकाई-4 : सांख्यिकी

12

आँकड़ों का प्रबन्धन

प्रश्नावली 12

- (i) **आँकड़े**—ये एक विशेष प्रकार के विश्लेषण से सम्बद्ध आँकिक तथ्यों का संग्रहण है।

(ii) **प्रसार**—प्रेक्षणों के उच्चतम तथा न्यूनतम मानों में अन्तर आँकड़ों (अथवा प्रेक्षणों) का प्रसार कहलाता है।

(iii) **आवृत्ति**—आँकड़ों में कोई विशेष प्रेक्षण जितनी बार आता है। वह उसकी आवृत्ति कहलाती है।
- समान्तर माध्य—आँकड़ों का समान्तर माध्य उनका औसत होता है। इसकी गणना निम्न प्रकार करते हैं।

$$\text{समान्तर माध्य} = \frac{\text{समस्त प्रेक्षणों का योग}}{\text{प्रेक्षणों की कुल संख्या}}$$

- संख्याएँ हैं = 20, 25, 40, 50, 55, 60, 70, 32

प्रेक्षणों की संख्या = 8

प्रेक्षणों का योग = 20 + 25 + 40 + 50 + 55 + 60 + 70 + 32 = 352

$$\text{माध्य} = \frac{\text{प्रेक्षणों का योग}}{\text{प्रेक्षणों की कुल संख्या}} = \frac{352}{8} = 44$$

4. प्रथम 10 प्राकृतिक संख्याएँ—1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

$$\therefore \text{प्रेक्षणों की संख्या} = 10$$

$$\text{प्रेक्षणों का योग} = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$$

$$\therefore \text{माध्य} = \frac{\text{प्रेक्षणों का योग}}{\text{प्रेक्षणों की कुल संख्या}} = \frac{55}{10} = 5.5$$

5. प्रथम 10 विषम संख्याएँ 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19

$$\therefore \text{प्रेक्षणों की संख्या} = 10$$

$$\text{प्रेक्षणों का योग} = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 = 100$$

$$\therefore \text{माध्य} = \frac{\text{प्रेक्षणों का योग}}{\text{प्रेक्षणों की कुल संख्या}} = \frac{100}{10} = 10$$

$$6. \therefore \text{समान्तर माध्य} = \frac{\text{प्रेक्षणों का योग}}{\text{प्रेक्षणों की कुल संख्या}}$$

$$\therefore 12 = \frac{25 + 10 + x + 8 + 5}{5}$$

$$12 \times 5 = 48 + x$$

$$60 - 48 = x$$

$$\Rightarrow x = 12$$

$$7. \therefore \text{समान्तर माध्य} = \frac{\text{प्रेक्षणों का योग}}{\text{प्रेक्षणों की कुल संख्या}}$$

$$\therefore 10 = \frac{6 + 8 + 15 + x + 7}{5}$$

$$10 \times 5 = 36 + x$$

$$50 - 36 = x$$

$$\Rightarrow x = 14$$

8.

ऊँचाई (सेमी में) (x)	लड़कों की संख्या (f)	गुणन $f(x)$
140	5	$140 \times 5 = 700$

145	6	$145 \times 6 = 870$
150	8	$150 \times 8 = 1200$
155	4	$155 \times 4 = 620$
160	1	$160 \times 1 = 160$
165	1	$165 \times 1 = 165$
	योग = 25	3715

मध्यमान ऊँचाई = $\frac{\text{प्रेक्षण तथा आवृत्ति के गुणनों का योग}}{\text{लड़कों की कुल संख्या}}$

$$= \frac{f(x)}{x}$$

$$= \frac{3715}{25} = 148.6 \text{ सेमी०}$$

9.

मजदूरी (₹) (x)	मजदूरों की संख्या (f)	गुणन ($f \times x$)
80	12	$8 \times 12 = 960$
90	10	$90 \times 10 = 900$
70	15	$70 \times 15 = 1050$
100	5	$100 \times 5 = 500$
75	8	$75 \times 8 = 600$
योग	50	4010

$$\text{मध्यमान मजदूरी} = \frac{\text{मजदूरी तथा मजदूरों की संख्या का गुणन } (fx)}{\text{मजदूरों की कुल संख्या}}$$

$$= \frac{4010}{50} = 80.20$$

10. आवृत्ति वितरण तालिका

भार किया	50	52	54	56	60
टैली चिन्ह					
बच्चों की संख्या	5	8	3	3	1

11. आवृत्ति तालिका

वर्ग अन्तराल	टैली	बच्चों की संख्या (आवृत्ति)
0-2		6
2-4		12
4-6		9
6-8		3

12.

ऊँचाई (सेमी)	टैली	छात्रों की संख्या
120-130		5
130-140		10
140-150		5
150-160		5

13. माना वर्ग-अन्तराल (10-20), (20-30), (30-40), (40-50)

पेट्रोल (ली०)	टैली चिन्ह	स्कूटरों की संख्या
10-20		3
20-30		8
30-40		8
40-50		1

14. (i)

$$\text{वर्ग-आकार} = 47.5 - 42.5 = 5.0$$

$$\begin{aligned}\text{प्रथम वर्ग की निम्न सीमा} &= 42.5 - \frac{5}{2} \\ &= 42.5 - 2.5 \\ &= 40\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{प्रथम वर्ग की उच्च सीमा} &= 42.5 + \frac{5}{2} \\ &= 42.5 + 2.5 = 45\end{aligned}$$

(ii) अतः प्रथम वर्ग अन्तराल (40-45) होगा।

इसी प्रकार, अन्य वर्ग-अन्तराल होंगे,

(40-45), (45-50), (50-56), (55-60) तथा (60-65)

15. वर्ग-आकार = $65 - 55 = 10$

$$\begin{aligned}\text{प्रथम वर्ग की निम्न सीमा} &= 55 - \frac{10}{2} \\ &= 55 - 5 \\ &= 50\end{aligned}$$

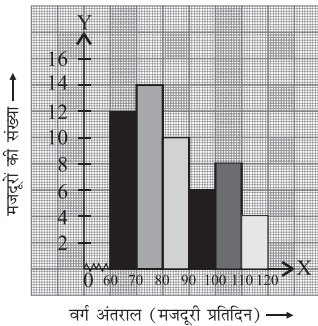
$$\begin{aligned}\text{प्रथम वर्ग की उच्च सीमा} &= 55 + \frac{10}{2} \\ &= 55 + 5 = 60\end{aligned}$$

अतः प्रथम वर्ग (50-60) होगा।

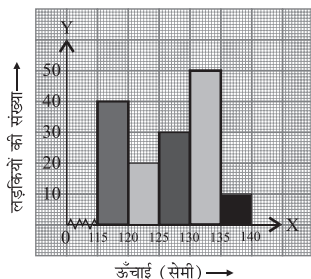
इसी प्रकार, अन्य वर्ग-सीमाएँ होंगे,

(50-60), (60-70), (70-80), (80-90), (90-100) तथा (100-110)

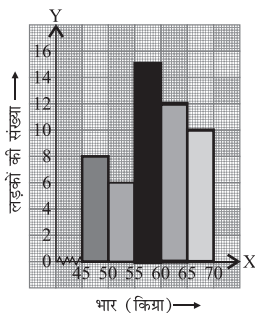
16.



17. चूँकि (130-135) ऊँचाई वालों वर्ग से सम्बद्ध आयत की ऊँचाई सबसे अधिक है, अतः समूह वर्ग (130-135) सर्वाधिक सामान्य है।
इसी प्रकार (135-140) वाला वर्ग से सम्बद्ध आयत की ऊँचाई सबसे कम है



18.



- (i) भार समूह (55-60) में लड़कों की संख्या अधिकतम (15) है।
(ii) लड़कों की कुल संख्या = $8 + 6 + 15 + 12 + 10 = 51$
(iii) लड़कों की कम-से-कम संख्या वाला भार समूह = (50-55)
(iv) वर्ग-आकार = $50 - 45 = 5$

$$\text{वर्ग-अंक} = \frac{45 + 50}{2} = \frac{95}{2} = 47.5, \quad \frac{50 + 55}{2} = 52.5,$$

$$\frac{55 + 60}{2} = 57.5, \quad \frac{60 + 65}{2} = 62.5 \text{ तथा } \frac{65 + 70}{2} = 67.5$$

13

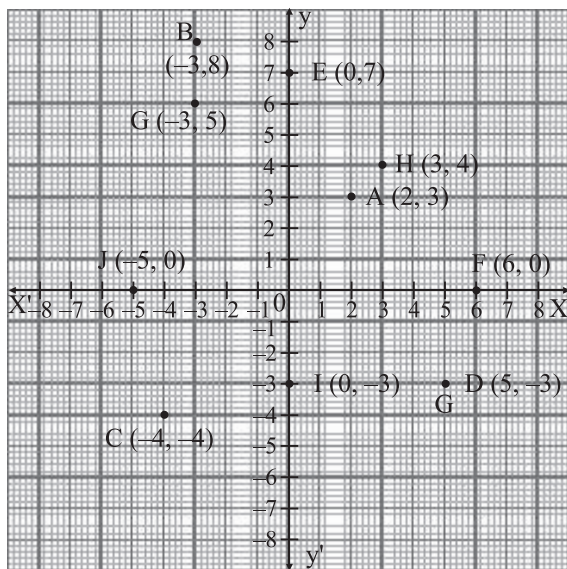
ग्राफों का परिचय

प्रश्नावली 13.1

1. X -अक्ष पर स्थित बिन्दु : (i) A, (iv) D, (v) E तथा (viii) H

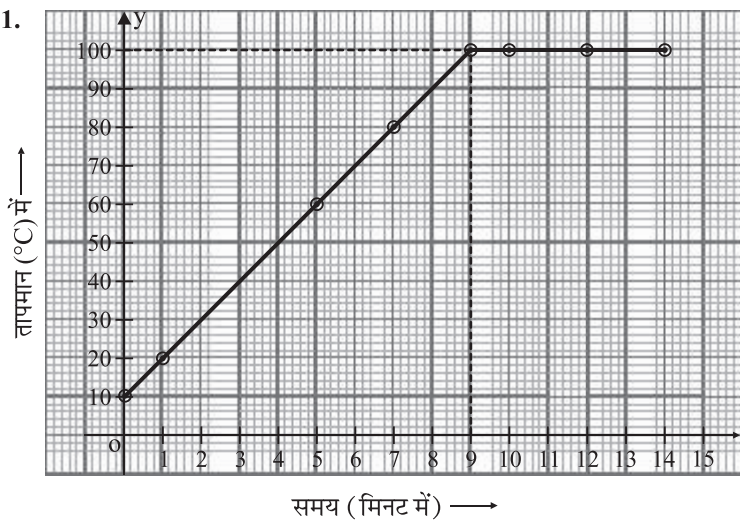
2. Y -अक्ष पर स्थित बिन्दु : (i) A, (ii) C, (iii) F तथा (viii) H
3. (i) बिन्दु (5, 8) का X -निर्देशांक = 5
(ii) बिन्दु (-2, 6) का X -निर्देशांक = -2
(iii) बिन्दु (9, 12) का X -निर्देशांक = 9
(iv) बिन्दु (0, -3) का X -निर्देशांक = 0
(v) बिन्दु (2, 0) का X -निर्देशांक = 2
(vi) बिन्दु (5, -3) का X -निर्देशांक = 5
(vii) बिन्दु (0, 3) का X -निर्देशांक = 0
(viii) बिन्दु (-2, 0) का X -निर्देशांक = -2
4. (i) बिन्दु (6, 9) का Y -निर्देशांक = 9
(ii) बिन्दु (-3, 7) का Y -निर्देशांक = 7
(iii) बिन्दु (3, -9) का Y -निर्देशांक = -9
(iv) बिन्दु (2, -4) का Y -निर्देशांक = -4
(v) बिन्दु (2, 0) का Y -निर्देशांक = 0
(vi) बिन्दु (5, -3) का Y -निर्देशांक = -3
(vii) बिन्दु (-3, 4) का Y -निर्देशांक = 4
(viii) बिन्दु (-5, 0) का Y -निर्देशांक = 0
5. (i) अभीष्ट निर्देशांक = (भुज, कोटि) = (3, -2)
(ii) अभीष्ट निर्देशांक = (भुज, कोटि) = (2, 0)
(iii) अभीष्ट निर्देशांक = (भुज, कोटि) = (0, -3)
(iv) अभीष्ट निर्देशांक = (भुज, कोटि) = (-4, -3)
(v) अभीष्ट निर्देशांक = (भुज, कोटि) = (-5, 3)
(vi) अभीष्ट निर्देशांक = (भुज, कोटि) = (4, 4)
6. (i) (-4, 8) = द्वितीय चतुर्थांश
(ii) (8, -3) = चतुर्थ चतुर्थांश
(iii) (-5, -8) = तृतीय चतुर्थांश
(iv) (2, 4) = प्रथम चतुर्थांश
7. (i) A (4, 1) (ii) B (-3, 3)
(iii) C (-4, -4) (iv) D (2, -3)
(v) E (0, 5) (vi) F (-3, 0)

8.



प्रश्नावली 13.2

1.



- (i) $t = 7$ मिनट पर पानी का तापमान 80°C है।
- (ii) 12 मिनट बाद पानी का तापमान 100°C है।
- (iii) 6 मिनट के बाद पानी का तापमान 70°C है।
- (iv) पानी गर्म करने के ठीक 9 मिनट बाद पानी का तापमान स्थिर हो जाता है, क्योंकि पानी का अधिकतम तापमान 100°C है।

2. (i) आधे घण्टे में चली गई दूरी = 10 किमी०

$$\begin{aligned}\text{अतः चाल} &= \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} = \frac{10}{\frac{1}{2}} \text{ किमी/घण्टा} \\ &= \frac{100}{5} = 20 \text{ किमी/घण्टा}\end{aligned}$$

- (ii) वह आधे घण्टे बाद 15 मिनट के लिए आराम करता है।

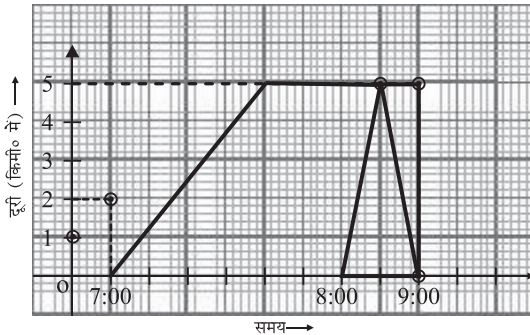
- (iii) अगले आधे घण्टे में तय की गई दूरी = 10 किमी०

- (iv) अगले $\frac{3}{4}$ घण्टे में तय की गई दूरी = 20 किमी०

$$\text{समय} = \frac{3}{4} \text{ घण्टे}$$

$$\begin{aligned}\text{तब औसत चाल} &= \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} = \frac{20}{\frac{3}{4}} \times 4 = \frac{80}{3} \text{ किमी/घण्टा} \\ &= 26\frac{2}{3} \text{ किमी/घण्टा}\end{aligned}$$

3.



- (i) वह बाजार 8 बजे प्रातः पहुँची।

(ii) वह बाजार (8:45) तक $\left(\frac{3}{4}\right)$ घण्टा ठंjer।

(iii) पैदल तय की गई दूरी = 5 किमी०

समय = 1 घण्टा

$$\text{तब पैदल चलने की चाल} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} = \frac{5}{1} = 5 \text{ किमी/घण्टा}$$

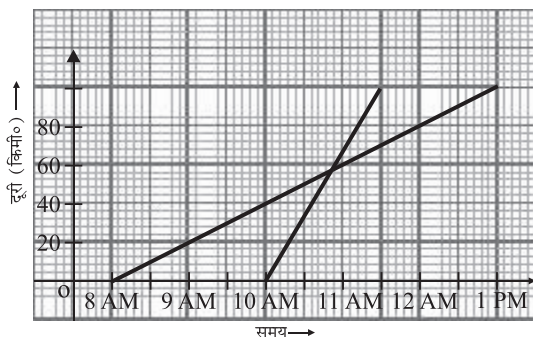
(iv) उसने बस से 5 किमी० दूरी तय की।

(v) बस द्वारा तय की गई दूरी = 5 किमी०

बस द्वारा लिया गया समय = 15 मिनट या $\frac{1}{4}$ घण्टा

$$\begin{aligned} \text{तब बस की चाल} &= \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} \\ &= \frac{5 \times 4}{1} = 20 \text{ किमी० प्रति घण्टा} \end{aligned}$$

4. (i) मोटर गाड़ी द्वारा तय दूरी = 80 किमी०



$$\text{समय} = (10:00 - 11:20) = 1\frac{1}{3} \text{ घण्टे} = \frac{4}{3} \text{ घण्टे}$$

$$\text{मोटर गाड़ी की औसत चाल} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$$

$$= \frac{80 \text{ किमी०}}{\left(\frac{4}{3}\right) \text{ घण्टे}} = \frac{80 \times 3}{4} = 60 \text{ किमी०/घण्टा}$$

- (ii) A कस्बे से वह दूरी 40 किमी० है,
जहाँ साइकिल सवार एवं मोटरगाड़ी वाला मिलते हैं।

14

प्रायिकता

प्रश्नावली 14

1. सम्भव परिणामों की कुल संख्या = 6

(i) सम संख्या 2, 4, 6 है।

अतः सम संख्याएँ आने के अनुकूल परिणाम = 3

∴ सम संख्या होने की प्रायिकता

$$= \frac{\text{सम संख्या आने के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

(ii) अभाज्य संख्याएँ 2, 3, 5

अभाज्य संख्याओं के अनुकूल परिणाम = 3

∴ अभाज्य संख्या होने की प्रायिकता

$$= \frac{\text{अभाज्य संख्याओं के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

(iii) अभाज्य संख्या नहीं है = 1, 4, 6

अर्थात् अनुकूल परिणाम = 3

∴ एक अभाज्य संख्या नहीं होने की प्रायिकता = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

(iv) 4 से बड़ी संख्याएँ = 5, 6

अर्थात् अनुकूल परिणाम = 2

∴ 4 से बड़ी एक संख्या आने की प्रायिकता = $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

(v) 4 से छोटी संख्याएँ = 1, 2, 3

अनुकूल परिणाम = 3

∴ 4 से छोटी संख्या होने की प्रायिकता = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

2. हरे रंग के त्रिज्या खण्ड = 3
नीले रंग के त्रिज्याखण्ड = 1
लाल रंग के त्रिज्याखण्ड = 1
कुल त्रिज्या खण्ड = 3 + 1 + 1 = 5

$$\therefore \text{नीले त्रिज्याखण्ड प्राप्त होने की प्रायिकता} = \frac{1}{5}$$

$$\therefore \text{नीले त्रिज्याखण्ड प्राप्त होने की प्रायिकता} = \frac{1}{5}$$

3. (i) $\therefore$ इक्कों की कुल संख्या = 4
गड्डी में पत्तों की कुल संख्या = 52

$\therefore$ एक इक्का प्राप्त करने की

$$\begin{aligned} \text{प्रायिकता} &= \frac{\text{इक्कों की कुल संख्या}}{\text{गड्डी में पत्तों की कुल संख्या}} \\ &= \frac{4}{52} = \frac{1}{13} \end{aligned}$$

3 प्राप्त करने के अनुकूल अवसर = 1

$$(ii) \therefore \text{अभीष्ट प्रायिकता} = \frac{1}{8}$$

(iii) $\therefore$ स्वर प्राप्त करने के अनुकूल अवसर (परिणाम) = 5

$$\therefore \text{अभीष्ट प्रायिकता} = \frac{5}{26}$$

(iv) विषम संख्याओं की संख्या = (1, 3, 5) = 3

$$\therefore \text{अभीष्ट प्रायिकता} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

(v) कुल गेंदे = 6 + 4 = 10

पीली गेंद = 4

$$\therefore 1 \text{ पीली गेंद निकालने की प्रायिकता} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

(vi) लाल पत्तों की कुल संख्या = 13 + 13 = 26

कुल पत्तों की संख्या = 52

$$\therefore \text{लाल पत्ता प्राप्त करने की प्रायिकता} = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$$

4. (i) असम्भव (ii) निश्चित (iii) बहुत सम्भावित
 (iv) सम सम्भावित (v) सम सम्भावित (vi) निश्चित
 (vii) सम सम्भावित (viii) अति सम्भावित
5. स्वयं कीजिए।

इकाई-5 : ज्यामितीय संरचनाएँ

15

आकृतियाँ समझना

प्रश्नावली 15.1

- (i) चतुर्भुज $PQRS$ में कुल चार भुजाएँ हैं।
 (ii) चतुर्भुज $PQRS$ में कुल चार अन्तः कोण हैं।
 (iii) सम्मुख कोणों के दो युग्म हैं।
 (iv) संलग्न भुजाओं के कुल चार जोड़े हैं।
 (v) बिन्दु E , चतुर्भुज $PQRS$ के अन्त क्षेत्र में है।
 (vi) बिन्दु A , चतुर्भुज $PQRS$ के बाह्य क्षेत्र में है।
- (i) सम्मुख (ii) सम्मुख (iii) चारों, चारों (iv) चारों
 (v) बराबर (vi) लम्बवत् तथा असमान लम्बाई के (vii) बराबर
- (i) सत्य (ii) असत्य (iii) सत्य (iv) असत्य
 (v) असत्य (vi) सत्य

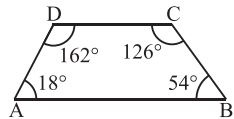
प्रश्नावली 15.2

- (i) माना चतुर्भुज $ABCD$ के कोण क्रमशः x , $3x$, $7x$ तथा $9x$ है।
 $\therefore \angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360$

$$x + 3x + 7x + 9x = 360$$

$$20x = 360$$

$$x = \frac{360}{20} = 18$$



∴

$$\angle A = x = 18^\circ$$

$$\angle B = 3x = 54^\circ$$

$$\angle C = 7x = 126^\circ$$

$$\angle D = 9x = 162^\circ$$

(ii) चूँकि

$$\angle A + \angle D = 180^\circ$$

तथा

$$\angle B + \angle C = 180^\circ$$

अर्थात्

$$\angle A + \angle D = 18^\circ + 162^\circ = 180^\circ$$

तथा

$$\angle B + \angle C = 54^\circ + 126^\circ = 180^\circ$$

अतः ABCD एक समलम्ब है।

(iii) चूँकि आमने सामने के कोण बराबर नहीं हैं,

$$\text{अर्थात् } \angle A + \angle B = 18^\circ + 54^\circ$$

$$= 72 \neq 180$$

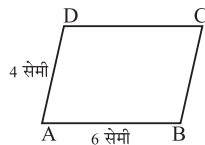
तथा इसी प्रकार, $\angle B + \angle C \neq \angle C + \angle D \neq \angle D + \angle A \neq 180$

अतः ABCD एक समान्तर चतुर्भुज नहीं है।

2. चूँकि समान्तर चतुर्भुज में आमने-सामने की भुजाएँ बराबर होती हैं।

$$\text{अतः } DC = AB = 6 \text{ सेमी०}$$

$$\text{तथा } BC = AD = 4 \text{ सेमी०}$$



3. नहीं, क्योंकि किसी भी चतुर्भुज के चारों कोणों का योग 360° होता है।

$$\text{यहाँ } \angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 110^\circ + 165^\circ + 55^\circ + 75^\circ = 405^\circ \neq 360^\circ$$

4. समान्तर चतुर्भुज का परिमाप $= 2(l + b) = 2(8 + 6) = 2 \times 14 = 28$ सेमी०

जहाँ l तथा b दो संलग्न भुजाएँ हैं।

5. दिया है। $\angle A : \angle B = 1 : 2$, $\angle B : \angle C = 2 : 3$, $\angle C : \angle D = 3 : 4$

$$\angle A : \angle D = \frac{A}{D} = \frac{A}{B} \times \frac{B}{C} \times \frac{C}{D} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

अब, चूँकि

$$\frac{C}{D} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow C = \frac{3}{4}D \quad \dots(i)$$

$$\frac{B}{C} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow B = \frac{2}{3}C$$

$$\Rightarrow B = \frac{2}{3} \times \left(\frac{3}{4}D \right)$$

[समी (i) से]

$$= \frac{1}{2}D \quad \dots(ii)$$

$$\text{तथा } \frac{A}{B} = \frac{1}{2} \Rightarrow A = \frac{1}{2}B$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}D \right) \quad [\text{समी० (ii) से}]$$

$$= \frac{1}{4}D \quad \dots(iii)$$

अब चतुर्भुज के अन्तः कोणों का योग 360° होता है।

$$\text{अतः } \angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$$

$$\frac{1}{4}D + \frac{1}{2}D + \frac{3}{4}D + D = 360^\circ$$

$$\frac{D + 2D + 3D + 4D}{4} = 360^\circ$$

$$10D = 360 \times 4$$

$$D = 144$$

$$\text{अतः } \angle A = \frac{1}{4}D = \frac{1}{4} \times 144 = 36^\circ$$

$$\angle B = \frac{1}{2}D = \frac{1}{2} \times 144 = 72^\circ$$

$$\angle C = \frac{3}{4}D = \frac{3}{4} \times 144 = 108^\circ$$

$$\text{तथा, } \angle D = 144^\circ$$

6. माना दो संलग्न भुजाये क्रमशः $3x$ तथा $5x$ हैं।

$$\text{तब } a : b = 3x : 5x$$

$$\therefore \text{परिमाप} = \text{चारों भुजाओं का योग}$$

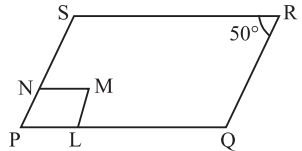
$$80 \text{ सेमी} = 2(a + b + a + b)$$

$$80 \text{ सेमी} = 2(a + b)$$

$$80 \text{ सेमी} = 2(3x + 5x)$$

$$80 \text{ सेमी} = 2 \times 8x$$

$$\therefore x = 5 \text{ सेमी}$$



अतः भुजाएँ हैं—

$$3 \times 5 = 15 \text{ सेमी० तथा } 5 \times 5 = 25 \text{ सेमी०}$$

7. चूँकि $PQRS$ एक समान्तर चतुर्भुज दिया है।

$$\text{अतः } \angle P = \angle R = 50^\circ \quad \dots(i)$$

$$\text{तथा } \angle S = \angle Q \quad \dots(ii)$$

इसी प्रकार, $PLMN$ एक समान्तर चतुर्भुज दिया है।

$$\text{अतः } \angle P = \angle M$$

$$\Rightarrow \angle M = 50^\circ \quad [\text{समी० (i) से}]$$

पुनः $PQ \parallel SR$ तथा QR एक तिर्यक रेखा है।

$$\text{अतः } \angle R + \angle Q = 180^\circ$$

(चूँकि तिर्यक रेखा के एक ही ओर बने कोणों का योग 180° होता है।)

$$50^\circ + \angle Q = 180^\circ$$

$$\angle Q = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

$$\text{पुनः } \angle S = \angle Q \text{ (समान्तर चतुर्भुज में आमने सामने के कोण बराबर होते हैं।)} \\ = 130^\circ$$

$$\text{अतः } \angle Q = 130^\circ, \angle P = 50^\circ, \angle M = 50^\circ, \text{ तथा } \angle S = 130^\circ$$

8. $PQRS$ एक समलम्ब है।

$$\therefore \angle R + \angle S = 180^\circ \quad \dots(i)$$

$$\text{तथा } \angle Q + \angle P = 180^\circ \quad \dots(ii)$$

समी० (i) से,

$$\angle R + \angle S = 180^\circ$$

$$50^\circ + \angle S = 180^\circ$$

$$\angle S = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

$$\therefore \angle S = 130^\circ$$

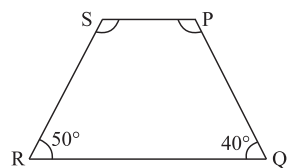
अब, समलम्ब $PQRS$ में,

$$\angle R + \angle Q + \angle P + \angle S = 360^\circ$$

$$50^\circ + 40^\circ + \angle P + 130^\circ = 360^\circ$$

$$\angle P = 360 - 220 = 140^\circ$$

$$\therefore \angle P = 140^\circ$$



9. चूँकि आयत के विकर्ण परस्पर बराबर होते हैं।
और परस्पर समद्विभाजित करते हैं

अतः $PO = OQ = OR = OS$

ΔPOQ में,

$PO = OQ$ तथा $\angle POQ = 50^\circ$

$$\Rightarrow \angle Q = \angle P \Rightarrow \angle P = a$$

$$\text{अतः } \angle P + \angle Q + \angle O = 180^\circ$$

$$a + a + 50^\circ = 180^\circ$$

$$2a = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

$$a = \frac{130}{2} = 65^\circ$$

$$a = 65^\circ$$

पुनः ΔPQR में, $\angle Q = 90^\circ$

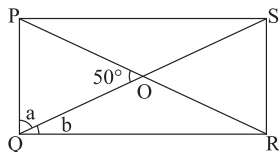
$$\therefore a + b = 90^\circ$$

$$65^\circ + b = 90^\circ$$

$$b = 90^\circ - 65^\circ$$

$$b = 25^\circ$$

अतः $a = 65^\circ$ तथा $b = 25^\circ$



16

वृत्त

प्रश्नावली 16.1

1. दिया है;

$$\angle AOB = \angle COD = 55^\circ$$

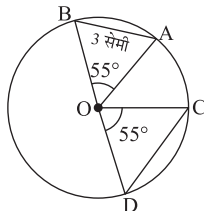
$$AB = 3 \text{ सेमी}$$

ΔAOB तथा ΔCOD में,

$$OA = OC \text{ (वृत्त की त्रिज्याएँ)}$$

$$OB = OD \text{ (वृत्त की त्रिज्याएँ)}$$

$$\angle AOB = \angle COD \text{ (प्रत्येक } 55^\circ)$$



∴ $\triangle AOB \cong \triangle COD$ (SAS से)

∴ $AB = CD$

$$3 = CD$$

अतः $CD = 3$ सेमी।

2. दिया है; $AB = CD$

$$\angle AOB = 60^\circ$$

$\triangle AOB$ तथा $\triangle COD$ में

$$AB = CD \text{ (दिया है)}$$

$$OA = OD \text{ (त्रिज्या } r)$$

$$OB = OD \text{ (त्रिज्या } r)$$

∴ $\triangle AOB \cong \triangle COD$

∴ $\angle COD = \angle AOB = 60^\circ$

अतः $\angle COD = 60^\circ$

3. हम जानते हैं कि वर्ग के चारों कोण बराबर होते हैं और प्रत्येक कोण 90° का होता है।

∴ $\angle P = \angle Q = \angle R = \angle S = 90^\circ$

पुनः वर्ग के विकर्ण PS तथा QR परस्पर समकोण पर काटते हैं

∴ $\angle QOS = \angle SOR = \angle ROP$
 $= \angle POQ = 90^\circ$

अतः वर्ग की भुजाएँ वृत्त के केन्द्र पर 90° का कोण बनाती है।

4. हम जानते हैं कि

$$\text{समबहुभुज की भुजाओं की संख्या} = \frac{360^\circ}{\text{अन्तः कोण की माप}} = \frac{360^\circ}{45^\circ} = 8 \text{ है।}$$

अतः समबहुभुज में भुजाओं की संख्या = 8

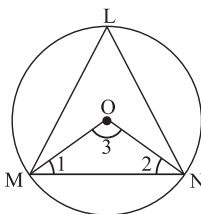
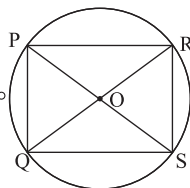
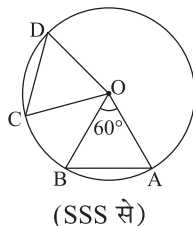
5. $\triangle MLN$ एक समबाहु त्रिभुज है।

अतः $MN = NL = LM$

⇒ $\angle M = \angle N = \angle L = 60^\circ$

अब $\angle 1 = \frac{\angle LMN}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$

$$\angle 2 = \frac{\angle MNL}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$



$\triangle MON$ में

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$$

$$30^\circ + 30^\circ + \angle 3 = 180^\circ$$

$$\angle 3 = 180 - 60 = 120^\circ$$

अतः $\angle MON = 20^\circ$ तथा $\angle MLN = 60^\circ$.

6. (i) चूँकि वृत्त के केन्द्र पर चाप द्वारा अन्तरित कोण वृत्त के शीर्ष भाग में अन्तरित कोण का दोगुना होता है।

$$\therefore \angle ABC = \frac{\angle AOC}{2} = \frac{70}{2}$$

अतः $x = 35^\circ$

- (ii) वृत्त के केन्द्र पर चाप द्वारा अन्तरित कोण वृत्त के शीर्ष भाग में अन्तरित कोण का दोगुना होता है।

$$\therefore 2\angle ABC = \angle AOC$$

$$2 \times 40 = x^\circ$$

$$80 = x^\circ$$

अतः $x^\circ = 80^\circ$

- (iii) $\angle AOC = 2 \times \angle ABC$

$$x^\circ = 2 \times 30^\circ$$

$\therefore$ केन्द्र पर बना कोण वृत्त के शीर्ष भाग पर बने कोण का दोगुना होता है।

$$\therefore x = 60^\circ$$

- (iv) $\angle AOC = 2 \times (\angle ABC)$

(केन्द्र पर बना कोण वृत्त के शीर्ष भाग पर बने कोण का दोगुना होता है।)

$$\therefore x^\circ = 2 \times 125^\circ = 250^\circ$$

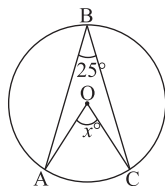
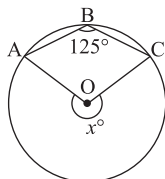
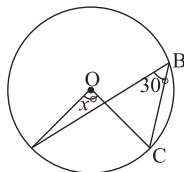
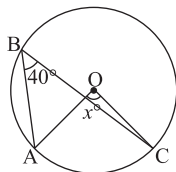
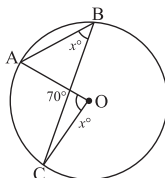
अतः $x = 250^\circ$

- (v) $\angle AOC = 2 \times (\angle ABC)$

(केन्द्र पर बना कोण वृत्त के शीर्ष भाग पर बने कोण का दोगुना होता है।)

$$\therefore x^\circ = 2 \times 25 = 50^\circ$$

अतः $x = 50^\circ$



$$(vi) \angle AOC = 2 \times (\angle ABC)$$

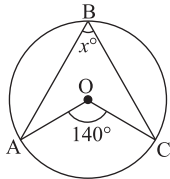
(केन्द्र पर बना कोण वृत्त के शीर्ष भाग पर बने कोण का दुगुना होता है।)

$$\therefore 140^\circ = 2 \times (x^\circ)$$

$$\frac{140^\circ}{2} = x^\circ$$

$$70 = x^\circ$$

$$\text{अतः } x = 70^\circ$$



$$7. \text{ दिया है; } \angle AOC = 110^\circ,$$

$$\angle AOB = 140^\circ$$

$$(i) \angle ACB = ?$$

(हम जानते हैं कि केन्द्र पर बना कोण वृत्त के शीर्ष पर बने कोण का दुगुना होता है।)

$$\therefore \angle BOA = 2 \times (\angle BCA)$$

$$140^\circ = 2 \times (\angle BCA)$$

$$\frac{140^\circ}{2} = \angle BCA$$

$$70^\circ = \angle BCA$$

$$[\because \angle BCA = \angle ACB]$$

$$\text{अतः } \angle ACB = 70^\circ$$

$$(ii) \angle ABC = ?$$

पुनः केन्द्र पर बना कोण वृत्त के शीर्ष भाग पर बने कोण का दुगुना होता है।

$$\angle AOC = 2 \times (\angle ABC)$$

$$110^\circ = 2 \times (\angle ABC)$$

$$\frac{110^\circ}{2} = \angle ABC$$

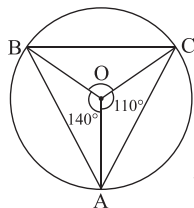
$$55^\circ = \angle ABC$$

$$\text{अतः } \angle ABC = 55^\circ$$

$$(iii) \angle BAC = ?$$

हम जानते हैं कि केन्द्र पर बने सभी कोणों का 360° होता है।

$$\therefore \angle AOC + \angle COB + \angle BOA = 360^\circ$$



योग

$$110^\circ + \angle COB + 140^\circ = 360^\circ$$

$$\angle COB = 360^\circ - 250^\circ$$

$$\therefore \angle COB = 110^\circ$$

$$\text{अब } \angle COB = 2 \times \angle BAC$$

$$110^\circ = 2 \times (\angle BAC)$$

$$\frac{110^\circ}{2} = \angle BAC$$

$$55^\circ = \angle BAC$$

$$\therefore \angle BAC = 55^\circ$$

$$(iv) \angle BOC = \angle COB = 110^\circ$$

भाग (iii) के अन्तर्गत देखें।

8. हम जानते हैं कि अर्द्धवृत्त में बना कोण समकोण होता है।

$$\therefore \angle BCA = 90^\circ$$

$$\text{और } \angle BDA = 90^\circ$$

$$\angle CAB = 30^\circ \text{ तथा } \angle ABD = 50^\circ \text{ (दिया है)}$$

ΔABD में,

$$\angle BAD + \angle ABD + \angle BDA = 180^\circ$$

$$\angle BAD + 50^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\angle BAD + 140^\circ = 180^\circ$$

$$\angle BAD = 180 - 140 = 40^\circ$$

$$\therefore \angle CAD = \angle CAB + \angle BAD = 30^\circ + 40^\circ = 70^\circ$$

पुनः ΔABC में,

$$\angle CAB + \angle ABC + \angle BCA = 180^\circ$$

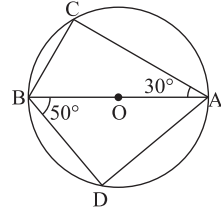
$$30^\circ + \angle ABC + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\angle ABC + 120^\circ = 180^\circ$$

$$\angle ABC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$\therefore \angle DBC = \angle DBA + \angle ABC$$

$$= 50^\circ + 60^\circ = 110^\circ$$



9. दिया है, $\angle ABC = 70^\circ$,

हम जानते हैं कि अर्द्धवृत्त में बना कोण समकोण होता है।

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ$$

अब $\triangle ABC$ में,

$$\angle ABC + \angle BCA + \angle CAB = 180^\circ$$

$$70^\circ + 90^\circ + \angle CAB = 180^\circ$$

$$\angle CAB = 180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$$

अतः

$$\angle CAB = 20^\circ$$

10. $\triangle XYZ$ में दिया है,

$$XY = XZ$$

$$\Rightarrow \angle XZY = \angle XYZ \quad \dots(i)$$

अब $\triangle XYZ$ में,

$$\angle X + \angle Y + \angle Z = 180^\circ$$

$$90^\circ + \angle Y + \angle Y = 180 \quad [\text{समी० (i) से}]$$

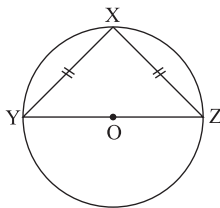
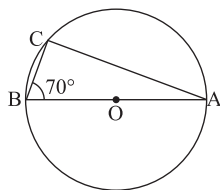
$$2\angle Y = 180^\circ - 90^\circ$$

$$2\angle Y = 90^\circ$$

$$\angle Y = \frac{90}{2} = 45^\circ$$

$\therefore$

$$\angle XYZ = 45^\circ$$



प्रश्नावली 16.2

1. दिया है; $\angle L = 110^\circ$,

हम जानते हैं कि चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण सम्पूरक होते हैं।

अतः

$$\angle L + \angle O = 180^\circ$$

$$110^\circ + \angle O = 180^\circ$$

$$\angle O = 180^\circ - 110^\circ$$

$$= 70^\circ$$

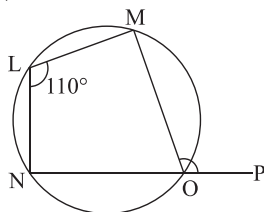
अब $\angle NOM + \angle MOP = 180^\circ$ (रेखीय युग्म)

$$70^\circ + \angle MOP = 180^\circ$$

$$\angle MOP = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

अतः

$$\angle MOP = 110^\circ$$



2. हम जानते हैं कि चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण सम्पूरक होते हैं।

$$\begin{aligned}\text{अतः} \quad \angle B + \angle D &= 180^\circ \\ 105^\circ + \angle D &= 180^\circ \\ \angle D &= 180^\circ - 105^\circ \\ \angle D &= 75^\circ\end{aligned}$$

अब, $\angle ADC + \angle CDE = 180^\circ$ (रेखीय भुजा)

$$\begin{aligned}75^\circ + \angle CDE &= 180^\circ \\ \angle CDE &= 180^\circ - 75^\circ \\ &= 105^\circ\end{aligned}$$

$$\text{अतः} \quad \angle CDE = 105^\circ$$

3. $\therefore$ चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण सम्पूरक होते हैं।

$$\begin{aligned}\text{अतः} \quad \angle A + \angle C &= 180^\circ \\ 75^\circ + \angle C &= 180^\circ \\ \angle C &= 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ\end{aligned}$$

इसी प्रकार, $\angle D + \angle B = 180^\circ$

$$\begin{aligned}80^\circ + \angle B &= 180^\circ \\ \angle B &= 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ\end{aligned}$$

अतः $\angle C = 75^\circ$ तथा $\angle B = 100^\circ$

4. $\angle B + \angle D = 180^\circ$ (चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण)

$$\begin{aligned}4x + 2x &= 180^\circ \\ 6x &= 180^\circ \\ x &= \frac{180^\circ}{6} = 30^\circ\end{aligned}$$

$$\text{अतः} \quad x = 30^\circ$$

5. दिया है; $\angle ADC = 140^\circ$

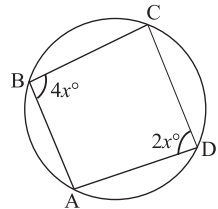
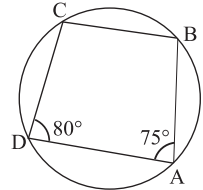
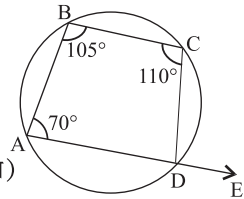
चूँकि $ABCD$ एक चक्रीय चतुर्भुज है

$\therefore \angle D + \angle B = 180^\circ$ (चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण)

$$140^\circ + \angle B = 180^\circ$$

$$\angle B = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

अब $\triangle ABC$ में



$$\angle BAC + \angle ACB + \angle CBA = 180^\circ$$

$$\angle BAC + 90^\circ + 40^\circ = 180^\circ$$

(अर्द्धवृत्त में बना कोण समकोण होता है)

$$\angle BAC + 130^\circ = 180^\circ$$

$$\angle BAC = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

अतः $\angle BAC = 50^\circ$

6. दिया है, $\angle PST = 120^\circ$

(i) $\angle PST + \angle PSR = 180^\circ$ (रेखीय युग्म से)

$$120^\circ + \angle PSR = 180^\circ$$

$$\angle PSR = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

अतः $\angle PSR = 60^\circ$

(ii) $\angle S + \angle Q = 180^\circ$ (चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण)

$$60^\circ + \angle Q = 180^\circ$$

$$\angle Q = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

अतः $\angle PQR = 120^\circ$

7. दिया है,

$$\angle DBC = 30^\circ, \angle BDC = 45^\circ$$

(i) $\triangle BCD$ में,

$$\angle D + \angle C + \angle B = 180^\circ$$

$$45^\circ + \angle C + 30^\circ = 180^\circ$$

$$\angle C = 180^\circ - 75^\circ$$

$$\angle C = 105^\circ$$

$\Rightarrow \angle BCD = 105^\circ$

(ii) अब, $\angle C + \angle A = 180^\circ$ (चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण)

$$105^\circ + \angle A = 180^\circ$$

$$\angle A = 180^\circ - 105^\circ$$

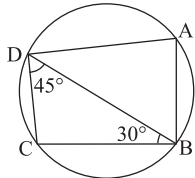
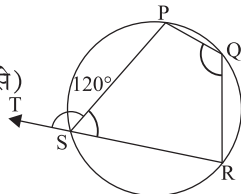
$$= 75^\circ$$

$$\angle A = 75^\circ$$

अतः $\angle BAD = 75^\circ$ तथा $\angle BCD = 105^\circ$

8. दिया है,

$$\angle BAC = 60^\circ, \angle ACB = 40^\circ, \angle DBC = 40^\circ$$



ΔABC में,

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$60^\circ + \angle B + 40^\circ = 180^\circ$$

$$\angle B = 180^\circ - 100^\circ$$

$$\angle B = 80^\circ$$

किन्तु

$$\angle B = \angle ABD + \angle CBD$$

$$80^\circ = \angle ABD + 40^\circ$$

$$80^\circ - 40^\circ = \angle ABD$$

$\Rightarrow$

$$\angle ABD = 40^\circ$$

अब

$$\angle B + \angle D = 180^\circ \text{ (चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण)}$$

$$\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$$

$$80^\circ + \angle ADC = 180^\circ$$

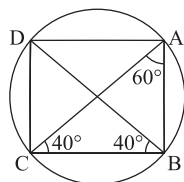
$$\angle ADC = 180^\circ - 80^\circ$$

$$= 100^\circ$$

$\therefore$

$$\angle ADC = 100^\circ$$

अतः $\angle ADC = 100^\circ$ तथा $\angle ABD = 40^\circ$



17

चतुर्भुजों की रचना

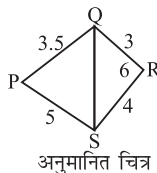
प्रश्नावली 17.1

1. $PQ = 3.5$ सेमी., $QR = 3$ सेमी., $RS = 4$ सेमी., $PS = 5$ सेमी. तथा $QS = 6$ सेमी.

सर्वप्रथम चतुर्भुज $PQRS$ का एक अनुमानित चित्र खींचते हैं।

रचना एवं रचना के चरण—

- विकर्ण से प्रारम्भ कर, सर्वप्रथम $QS = 6$ सेमी. खींचते हैं।
- Q को केन्द्र मानकर 3 सेमी. त्रिज्या का चाप खींचते हैं।
- S को केन्द्र मानकर, 4 सेमी. त्रिज्या के नए चाप से पहले चाप को R बिन्दु पर काटते हैं।



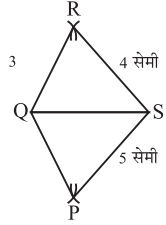
(iv) QR व RS को मिलाते हैं।

(v) पुनः दूसरी ओर Q को केन्द्र मानकर 3.5 सेमी० त्रिज्या का एक चाप खींचते हैं।

(vi) S को केन्द्र मानकर 5 सेमी० त्रिज्या लेकर पहले चाप को बिन्दु P पर काटते हैं।

(vii) PQ तथा PS को मिलाएँ।

अतः $PQRS$ अभीष्ट चतुर्भुज है।

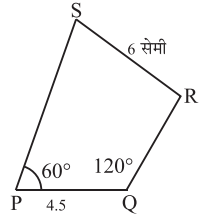


2. प्रश्न 1 की भाँति स्वयं करें।

3. प्रश्न 1 की भाँति स्वयं करें।

4. $PQ = 4.5$ सेमी०, $QR = 4.8$ सेमी०, $RS = 6$ सेमी०, $\angle P = 60^\circ$, $\angle Q = 120^\circ$

सर्वप्रथम चतुर्भुज $PQRS$ का एक अनुमानित चित्र बनाकर उसे नामांकित कर देते हैं।



रचना एवं रचना के चरण—

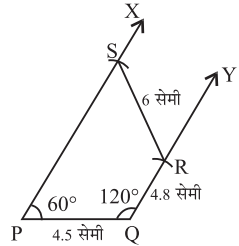
(i) $PQ = 4.5$ सेमी० का रेखाखण्ड खींचते हैं।

(ii) P पर $\angle QPX = 60^\circ$ बनाते हैं।

(iii) Q पर $\angle PQY = 120^\circ$ बनाते हैं।

(iv) Q को केन्द्र मानकर 4.8 सेमी त्रिज्या लेकर एक चाप QY को R पर काटते हैं।

(v) R को केन्द्र मानकर 6 सेमी त्रिज्या लेकर एक चाप PX पर लगाते हैं, जो PX को S पर काटता है।



(vi) RS को मिलाते हैं।

अतः $PQRS$ अभीष्ट चतुर्भुज है।

5. प्रश्न 4. की भाँति स्वयं करें।

6. प्रश्न 4. की भाँति स्वयं करें।

7. प्रश्न 4. की भाँति स्वयं करें।

8. दिया है; $AD = 4.5$ सेमी०, $CD = 5.5$ सेमी०

$\angle C = 80^\circ$, $\angle D = 70^\circ$, $\angle A = 100^\circ$

पहले चतुर्भुज $ABCD$ का एवं अनुमानित चित्र खींच लेते हैं।

रचना एवं रचना के चरण—

(i) सर्वप्रथम $AD = 4.5$ सेमी० का एक रेखाखण्ड खींचते हैं।

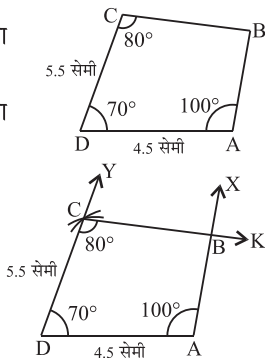
(ii) बिन्दु A पर $\angle DAX = 100^\circ$ बनाते हैं।

(iii) D को केन्द्र मानकर $\angle ADY = 70^\circ$ का कोण बनाते हैं।

(iv) D को केन्द्र मानकर 5.5 सेमी० त्रिज्या का एक चाप DY को बिन्दु C पर काटता है।

(v) अब C को केन्द्र मानकर $\angle DCK = 80^\circ$ का कोण बनाते हैं जो रेखाखण्ड AX को बिन्दु B पर काटता है।

अतः इस प्रकार निर्मित $ABCD$ ही अभीष्ट चतुर्भुज है।



9. प्रश्न 8. की भाँति स्वयं कीजिए।

10. प्रश्न 8. की भाँति स्वयं कीजिए।

प्रश्नावली 17.2

1. हम जानते हैं कि समांतर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ समान होती हैं,

अतः $SR = PQ = 4$ सेमी० और $SP = QR = 3$ सेमी०

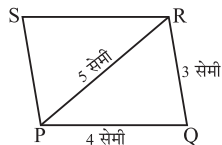
सर्वप्रथम समांतर चतुर्भुज $PQRS$ का अनुमानित चित्र खींचते हैं।

रचना एवं रचना के चरण—

(i) $PQ = 4$ सेमी० खींचते हैं।

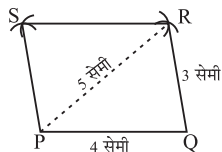
(ii) P को केन्द्र मानकर, 5 सेमी० की त्रिज्या का एक चाप खींचते हैं।

(iii) Q को केन्द्र मानकर 3 सेमी० की त्रिज्या का एक दूसरा चाप लगाइए जो पहले चाप को R पर काटता है।



(iv) P को केन्द्र मानकर पुनः 3 सेमी० त्रिज्या का एक चाप खींचते हैं।

(v) R को केन्द्र मानकर 4 सेमी० त्रिज्या का एक दूसरा चाप खींचते हैं, जो पहले चाप को S पर काटता है।



(vi) P से S को, S से R को व Q से R को मिलाइए।

$PQRS$ अभीष्ट चतुर्भुज है।

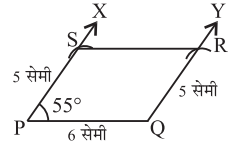
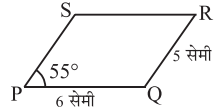
2. प्रश्न 1. की भाँति स्वयं कीजिए।

3. सर्वप्रथम समांतर चतुर्भुज $PQRS$ का अनुमानित चित्र खींचते हैं।

हम जानते हैं कि समान्तर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ समान होती हैं,
अतः $PQ = SR = 6$ सेमी तथा $QR = PS = 5$ सेमी०

रचना एवं रचना के चरण—

- $PQ = 6$ सेमी० का रेखाखण्ड खींचते हैं।
- P बिन्दु पर $\angle QPX = 55^\circ$ खींचते हैं।
- P को केन्द्र मानकर 5 सेमी० त्रिज्या का चाप लगाते हैं जो PX को बिन्दु S पर काटता है।
- बिन्दु Q पर $\angle PQY = 125^\circ$ बनाते हैं।
[$\because \angle P + \angle Q = 180^\circ$]
- Q को केन्द्र मानकर 5 सेमी० त्रिज्या का चाप खींचते हैं जो QY को R पर काटता है।
- RS को मिलाते हैं।

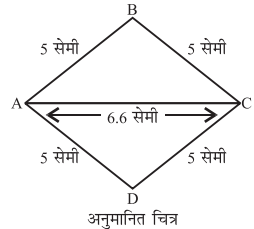


अतः इस प्रकार बना $PQRS$ ही अभीष्ट चतुर्भुज है।

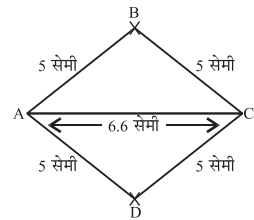
- प्रश्न 3. की भाँति स्वयं कीजिए।
- प्रश्न 1. की भाँति स्वयं कीजिए।
- सर्वप्रथम समचतुर्भुज $ABCD$ का एक अनुमानित चित्र खींच लेते हैं।

रचना एवं रचना के चरण—

- रेखाखण्ड $AC = 6.6$ सेमी० खींचते हैं।
- A को केन्द्र मानकर 5 सेमी० की त्रिज्या लेकर रेखाखण्ड AC के क्रमशः ऊपर व नीचे दो चाप लगाते हैं।
- C को केन्द्र मानकर 5 सेमी० की त्रिज्या लेकर रेखाखण्ड AC के क्रमशः ऊपर व नीचे दो चाप लगाते हैं जो पिछले चापों को क्रमशः B व D पर काटते हैं।



अनुमानित चित्र



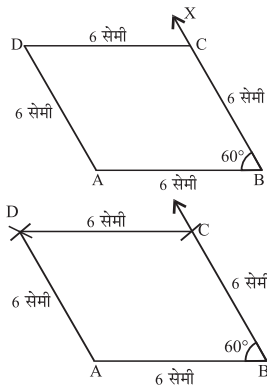
- AB, BC, AD तथा DC को मिलाते हैं।
अतः इस प्रकार $ABCD$ ही अभीष्ट समचतुर्भुज है।

- प्रश्न 6 की भाँति स्वयं कीजिए।
- पहले समचतुर्भुज $ABCD$ का अनुमानित चित्र खींचते हैं।

रचना एवं रचना के चरण—

- $AB = 6$ सेमी० का रेखाखण्ड खींचते हैं।

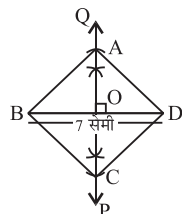
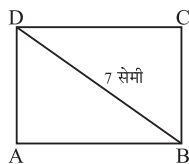
- (ii) बिन्दु B पर $\angle ABX = 60^\circ$ खींचते हैं।
 (iii) बिन्दु B को केन्द्र मानकर, 6 सेमी० की त्रिज्या लेकर एक चाप खींचते हैं जो BX को बिन्दु C पर काटता है।
 (iv) C बिन्दु को केन्द्र मानकर 6 सेमी० की त्रिज्या लेकर एक चाप खींचते हैं।
 (v) A को केन्द्र मानकर 6 सेमी० की त्रिज्या लेकर एक चाप खींचते हैं, जो पहले चाप को बिन्दु D पर काटता है।
 (vi) AD व CD को मिलाते हैं।
 इस प्रकार बना $ABCD$ ही अभीष्ट समचतुर्भुज है।



9. पहले वर्ग $ABCD$ का अनुमानित चित्र खींचते हैं।

रचना एवं रचना के चरण—

- (i) सर्वप्रथम $BD = 7$ सेमी० का रेखाखण्ड खींचते हैं।
 (ii) BD का लम्ब समद्विभाजक PQ खींचते हैं जो इसे O बिन्दु पर मिलता है।
 (iii) O को केन्द्र मानकर, OB (या OD) के बराबर त्रिज्या लेकर दो चाप लगाये जो लम्ब समद्विभाजक PQ को A तथा C पर काटता है।
 (iv) BA, AD, DC तथा CB को मिलाते हैं।
 अतः इस प्रकार, $ABCD$ ही अभीष्ट वर्ग है।



10. पहले आयत $KLMN$ का अनुमानित चित्र खींचते हैं।

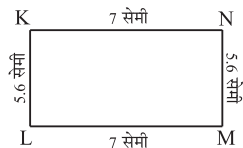
हम जानते हैं कि आयत की आमने सामने की भुजाओं की लम्बाई समान होती है।

अतः $KL = MN = 5.6$ सेमी०

तथा $LM = KN = 7$ सेमी०

रचना एवं रचना के चरण—

- (i) एक रेखाखण्ड $LM = 7$ सेमी खींचते हैं।
 (ii) बिन्दु M पर, $LMX = 90^\circ$ का कोण बनाते हैं।
 (iii) M को केन्द्र मानकर, और 5.6 सेमी की त्रिज्या लेकर एक चाप लगाते हैं जो 90° के कोण वाली रेखा MX को बिन्दु N पर काटती है।
 (iv) अब N को केन्द्र मानकर, 7 सेमी० की त्रिज्या लेकर एक चाप लगाते हैं।



इसी प्रकार, L को केन्द्र मान कर 5.6 सेमी० त्रिज्या लेकर उसी तरफ दूसरा चाप लगाते हैं। जो पहले चाप को बिन्दु K पर प्रतिच्छेद करता है।

(v) LK और NK को मिलाते हैं।

इस प्रकार, $KLMN$ ही अभीष्ट आयत है।

11. पहले समचतुर्भुज $ABCD$ का अनुमानित चित्र खींचते हैं।

रचना एवं रचना के चरण—

- सर्वप्रथम एक रेखाखण्ड $AC = 7$ सेमी० खींचते हैं।
- अब रेखाखण्ड AC का लम्ब समद्विभाजक PQ खींचते हैं जो बिन्दु O पर मिलता है।
- O को केन्द्र तथा 4 सेमी० त्रिज्या लेकर दो चाप लगाते हैं, जो लम्ब समद्विभाजक PQ को B तथा D पर काटता है।
- AB, BC, CD तथा DA को मिलाते हैं।
अतः इस प्रकार, निर्मित $ABCD$ ही अभीष्ट समचतुर्भुज है।

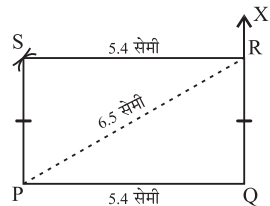
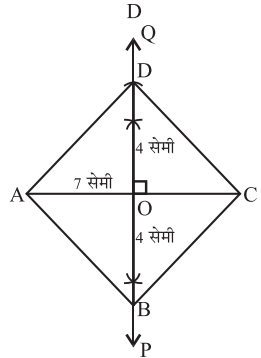
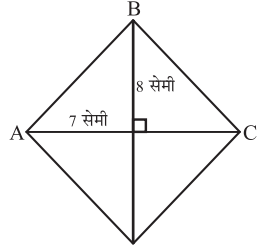
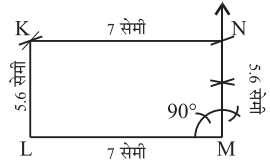
12. प्रश्न 8. की भाँति स्वयं कीजिए।

13. प्रश्न 11. की भाँति स्वयं कीजिए।

14. पहले आयत $PQRS$ का अनुमानित चित्र खींचते हैं।

रचना एवं रचना के चरण—

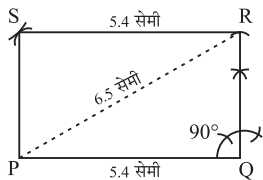
- एक रेखाखण्ड $PQ = 5.4$ सेमी० खींचते हैं।
- बिन्दु Q पर $PQX = 90^\circ$ का कोण बनाते हैं।
- P को केन्द्र मानकर, 6.5 सेमी० त्रिज्या का चाप खींचते हैं जो 90° रेखा QX पर बिन्दु R पर काटता है।
- R को केन्द्र मानकर 5.4 सेमी० त्रिज्या का चाप लगाते हैं।



- (v) P को केन्द्र मानकर, QR के बराबर त्रिज्या लेकर एक चाप लगाते हैं, जो पहले वाले चाप को बिन्दु S पर काटती है।

- (vi) PS तथा RS को मिलाए।

अतः इस प्रकार, निर्मित $PQRS$ ही अभीष्ट आयत है।



15. प्रश्न 9. की भाँति स्वयं कीजिए।

इकाई-6 : क्षेत्रमिति

18

क्षेत्रफल

प्रश्नावली 18.1

1. समान्तर चतुर्भुज $ABCD$ का क्षेत्रफल

$$= 2 \times (\Delta ABD \text{ का क्षेत्रफल})$$

$$= 2 \times \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$$

जहाँ
$$S = \frac{a+b+c}{2}$$

$$= \frac{140+150+130}{2}$$

$$S = \frac{420}{2} = 210$$

$$\therefore \text{क्षेत्रफल} = 2 \times \sqrt{210 \times (210-140)(210-150) \times (210-130)}$$

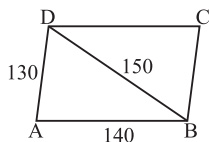
$$= 2 \times \sqrt{210 \times 70 \times 60 \times 80}$$

$$= 2 \times \sqrt{21 \times 7 \times 6 \times 8 \times 100 \times 100}$$

$$= 2 \times \sqrt{3 \times 7 \times 7 \times 3 \times 2 \times 2 \times 4 \times 100 \times 100}$$

$$= 2 \times (3 \times 7 \times 2 \times 2 \times 100)$$

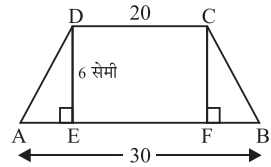
$$= 16800 \text{ मी.}^2$$



2. दिया है; $DC = 20$ मी०, $AB = 30$ मी०, तथा $DE = CF = 6$ सेमी०

$$\therefore h = 4.8 \text{ मी०}$$

तब, समलम्ब चतुर्भुज $ABCD$ का क्षेत्रफल



$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \times (\text{समान्तर भुजाओं का योग}) \times (\text{उनके बीच की दूरी}) \\ &= \frac{1}{2} \times (20 + 30) \times 6 \\ &= \frac{1}{2} \times 50 \times 6 = 150 \text{ मीटर}^2 \end{aligned}$$

अतः समलम्ब चतुर्भुज $ABCD$ का क्षेत्रफल 150 वर्ग मी० है।

3. माना दूसरे आधार की लम्बाई $= x$ सेमी०

समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल $= 45$ सेमी०²

अतः समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \times (\text{समान्तर भुजाओं का योग}) \times \text{उनके बीच की दूरी} \\ 45 &= \frac{1}{2} \times (x + 9) \times 6 \\ 45 &= (x + 9) \times 3 \\ \frac{45}{3} &= x + 9 \quad \Rightarrow \quad 15 = x + 9 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 15 - 9 = x \quad \Rightarrow \quad x = 6 \text{ सेमी०}$$

अतः समलम्ब चतुर्भुज के दूसरे आधार की लम्बाई 6 सेमी० है।

4. समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \times (\text{समान्तर भुजाओं का योग}) \times \text{उनके बीच की दूरी} \\ &= \frac{1}{2} \times (24 + 16) \times 5 = \frac{1}{2} \times 40 \times 5 = 20 \times 5 \\ &= 100 \text{ मीटर}^2 \end{aligned}$$

5. समबाहु Δ का क्षेत्रफल $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{भुजा})^2$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (12)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 144 = 36\sqrt{3} \text{ मी}^2$$

6. माना $a = 75$ मीटर, $b = 80$ मीटर, $c = 65$ मीटर

$$\text{तब, } S = \frac{a+b+c}{2} = \frac{75+80+65}{2} = \frac{220}{2} = 110 \text{ मीटर}$$

$$\begin{aligned} \text{अतः } \Delta \text{ का क्षेत्रफल} &= \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)} \\ &= \sqrt{110 \times (110-75)(110-80)(110-65)} \\ &= \sqrt{110 \times 35 \times 30 \times 45} \\ &= \sqrt{5197500} = 2279.80 \text{ मीटर}^2 \end{aligned}$$

7. समद्विबाहु Δ का परिमाण = 32 सेमी०

समद्विबाहु Δ का आधार = 12 सेमी०

समद्विबाहु Δ का परिमाण = $a + a + b$

$$32 = 2a + 12$$

$$32 - 12 = 2a$$

$$20 = 2a$$

$$\frac{20}{2} = a$$

$\Rightarrow$

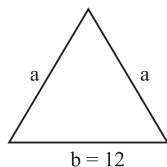
$$a = 10 \text{ सेमी०}$$

$$\text{अब समबाहु } \Delta \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2}$$

$$= \frac{12}{4} \sqrt{4 \times (10)^2 - (12)^2}$$

$$= 3 \times \sqrt{400 - 144} = 3 \times \sqrt{256}$$

$$= 3 \times 16 = 48 \text{ सेमी}^2$$

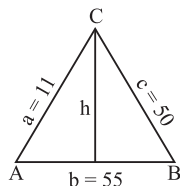


8. ΔABC एक विषमबाहु Δ है।

माना $a = 11$ मी०, $b = 55$ मी०, $c = 50$ मी०

यहाँ सबसे बड़ी भुजा $b = 55$ मी० है।

$$\begin{aligned} S &= \frac{a+b+c}{2} = \frac{11+55+50}{2} \\ &= \frac{116}{2} = 58 \text{ मी०} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \therefore \Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} &= \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)} \\
 &= \sqrt{58 \times (58-11) \times (58-55) \times (58-50)} \\
 &= \sqrt{58 \times 47 \times 3 \times 8} \\
 &= \sqrt{65424} = 255.78 \quad \dots(i)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{पुनः } \Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{लम्ब} \\
 &= \frac{1}{2} \times 55 \times h \quad \dots(ii)
 \end{aligned}$$

समी० (i) व (ii) से,

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} \times 55 \times h &= 255.78 \\
 h &= \frac{255.78 \times 2}{55} = \frac{511.56}{55}
 \end{aligned}$$

$$\therefore h = 9.30 \text{ मीटर}$$

अतः ΔABC की सबसे बड़ी भुजा पर लम्ब की लम्बाई 9.30 मीटर है।

9. माना Δ की भुजाएँ $6x$, $7x$ तथा $8x$ हैं।

$$\text{परिमाप} = a + b + c$$

$$84 = 6x + 7x + 8x$$

$$84 = 21x$$

$$\Rightarrow x = \frac{84}{21} = 4$$

$$\therefore a = 6x = 6 \times 4 = 24 \text{ सेमी०}$$

$$b = 7x = 7 \times 4 = 28 \text{ सेमी०}$$

$$c = 8x = 8 \times 4 = 32 \text{ सेमी०}$$

$$S = \frac{a+b+c}{2} = \frac{24+28+32}{2} = \frac{84}{2} = 42$$

$$\begin{aligned}
 \Delta \text{ का क्षेत्रफल} &= \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)} \\
 &= \sqrt{42 \times (42-24)(42-28)(42-32)} \\
 &= \sqrt{42 \times 18 \times 14 \times 10} \\
 &= \sqrt{2 \times 3 \times 7 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 7 \times 2 \times 5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5} \\
 &= 2 \times 2 \times 7 \times 3 \times \sqrt{15} \\
 &= 84\sqrt{15} \text{ सेमी}^{\circ 2} \text{ या } 325.33 \text{ सेमी}^{\circ 2}
 \end{aligned}$$

10. माना पहले वर्ग की भुजा $= a$ ईकाई
दूसरे वर्ग की भुजा $= b$ ईकाई
 $\therefore$ वर्ग का क्षेत्रफल $= (\text{भुजा})^2$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{9}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \sqrt{\frac{9}{1}} = \frac{3}{1}$$

$$\Rightarrow a = 3b$$

$$\text{पहले वर्ग की परिमिति } (P_1) = 4a$$

$$\text{दूसरे वर्ग की परिमिति } (P_2) = 4b$$

$$\therefore \frac{P_1}{P_2} = \frac{4 \times (3b)}{4 \times b} = \frac{3}{1}$$

$$\Rightarrow P_1 : P_2 = 3 : 1$$

अतः वर्ग की परिमितियों का अनुपात 3 : 1 होगा।

11. समचतुर्भुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times \text{विकर्णों का गुणनफल}$
 $= \frac{1}{2} \times 80 \times 60$
 $= 2400 \text{ सेमी}^{\circ 2}$

12. माना समान्तर भुजाएँ $a = 2x$ तथा $b = 1x$ हैं।

तब समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} (\text{समान्तर भुजाओं का योग}) \times (\text{उनके बीच की दूरी})$$

$$450 = \frac{1}{2} (2x + 1x) \times 30$$

$$450 = (3x) \times 15$$

$$450 = 45x$$

$$x = \frac{450}{45} = 10 \text{ सेमी०}$$

अतः समान्तर भुजाएँ हैं— 20 सेमी० तथा 10 सेमी०

13. माना, समलम्ब चतुर्भुज की दूसरी भुजा x है।

समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times (\text{समान्तर भुजाओं का योग})$

$\times (\text{उनके बीच की दूरी})$

$$280 = \frac{1}{2} \times (20 + x) \times 14$$

$$280 = (20 + x) \times 7$$

$$280 = 140 + 7x$$

$$280 - 140 = 7x$$

$$140 = 7x$$

$$\frac{140}{7} = x$$

$$20 = x$$

$$x = 20 \text{ सेमी०}$$

अतः समलम्ब चतुर्भुज की दूसरी समान्तर भुजा = 20 सेमी०

प्रश्नावली 18.2

1. खेत की त्रिज्या $r = 210$ मीटर

वृत्ताकार खेत की परिधि $= 2\pi r$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 210 \text{ मीटर}$$

$$= 1320 \text{ मीटर}$$

$\therefore$ 1 मीटर बाड़ लगवाने का खर्च = ₹ 1.25

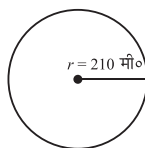
$\therefore$ 1320 मीटर बाड़ लगवाने का खर्च = ₹ 1.25 $\times$ 1320

$$= ₹ 1650$$

अतः खेत में बाड़ लगवाने का कुल खर्च ₹ 1650 होगा।

2. साइकिल के पहिए का व्यास $(d) = 70$ सेमी०

$\therefore$ पहिए की त्रिज्या $(r) = \frac{d}{2} = \frac{70}{2} = 35 \text{ सेमी०}$



$$\begin{aligned}
 1 \text{ चक्कर में चली दूरी} &= 2\pi r \\
 &= 2 \times \frac{22}{7} \times 35 \\
 &= 220 \text{ सेमी}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore 20 \text{ चक्करों में चली दूरी} &= 20 \times 220 \\
 &= 4400 \text{ सेमी} = 44 \text{ मीटर}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad \text{आयताकार प्लेट का क्षेत्रफल} &= \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई} \\
 &= 36 \times 24 = 864 \text{ सेमी}^2
 \end{aligned}$$

$$\text{वृत्ताकार बटन का व्यास} = 3 \text{ सेमी},$$

$$\therefore \text{बटन की त्रिज्या} = \frac{\text{व्यास}}{2} = \frac{3}{2} \text{ सेमी}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore 1 \text{ बटन का क्षेत्रफल} &= \pi r^2 \\
 &= \frac{22}{7} \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 \\
 &= \frac{22}{7} \times \frac{9}{4} \\
 &= \frac{99}{14} \text{ सेमी}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore 64 \text{ वृत्ताकार बटनों का क्षेत्रफल} &= 64 \times \left(\frac{99}{14}\right) \\
 &= 452.57 \text{ सेमी}^2
 \end{aligned}$$

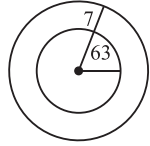
$$\begin{aligned}
 \text{अतः शेष प्लेट का क्षेत्रफल} &= \text{आयताकार प्लेट का क्षेत्रफल} \\
 &\quad - 64 \text{ वृत्ताकार बटन का क्षेत्रफल} \\
 &= 864 - 452.57 \\
 &= 411.43 \text{ सेमी}^2
 \end{aligned}$$

$$4. \text{ सड़क सहित वृत्ताकार मैदान की त्रिज्या} = 63 + 7 = 70 \text{ मी}^{\circ}$$

$$\text{वृत्ताकार मैदान की त्रिज्या} = 63 \text{ मी}^{\circ}$$

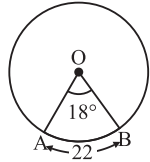
$$\begin{aligned}
 \text{अतः सड़क का क्षेत्रफल} &= \text{सड़क सहित मैदान का क्षेत्रफल} \\
 &\quad - \text{वृत्ताकार मैदान का क्षेत्रफल} \\
 &= \pi R^2 - \pi r^2 \\
 &= \pi (R^2 - r^2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \pi[70^2 - 63^2] \\
 &= \frac{22}{7} \times (70 + 63)(70 - 63) \\
 &= \frac{22}{7} \times 133 \times 7 \\
 &= 2926 \text{ मी}^2
 \end{aligned}$$



5. चाप की लम्बाई = $\frac{\text{कोण}}{360^\circ} \times \text{वृत्त की परिधि}$

$$\begin{aligned}
 22 &= \frac{18}{360^\circ} \times C \\
 \frac{22 \times 360}{18} &= C \\
 440 &= C
 \end{aligned}$$



अतः वृत्त की परिधि (C) = 440 मी० है।

6. माना पहले वृत्त का क्षेत्रफल = A

तो दूसरे वृत्त का क्षेत्रफल = $100A$

तथा उनकी त्रिज्याएँ क्रमशः r_1 व r_2 हैं।

$$\text{पहले वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r_1^2 \Rightarrow A = \pi r_1^2$$

$$\text{दूसरे वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r_2^2 \Rightarrow 100A = \pi r_2^2$$

$$\therefore C_2 : C_1 = \frac{r_2}{r_1} = \frac{2\pi r_2}{2\pi r_1}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{r_2}{r_1} = \frac{\sqrt{\frac{100A}{\pi}}}{\sqrt{\frac{A}{\pi}}} = \frac{10\sqrt{A}}{\sqrt{A}} = 10:1
 \end{aligned}$$

अतः दोनों वृत्तों की परिधियों का अनुपात 10 : 1 है।

7. लकड़ी के खम्भे का व्यास = 49 सेमी०

$$\therefore \text{खम्भे की त्रिज्या } (r) = \frac{\text{व्यास}}{2} = \frac{49}{2} \text{ सेमी०}$$

$$\text{खम्भे की परिधि} = 2\pi r$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{49}{2} = 154 \text{ सेमी}^\circ$$

$$\begin{aligned}\therefore 300 \text{ चक्कर में रस्सी की लम्बाई} &= 300 \times 154 \\ &= 46200 \text{ सेमी}^\circ \\ &= \frac{46200}{100} \text{ मीटर} \\ &= 462 \text{ मीटर}\end{aligned}$$

अतः खम्भे के चारों ओर लपेटने के लिए कुल 462 मीटर लम्बी रस्सी की आवश्यकता होगी।

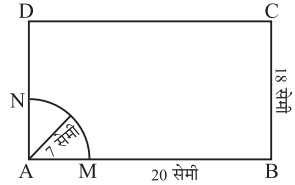
8. दिया है, रस्सी की लम्बाई = 7 मीटर

चित्रानुसार, त्रिज्याखण्ड MAN का क्षेत्रफल ही बकरी द्वारा चरा जा सकता है।

$\therefore$ वृत्त का खण्ड MAN की त्रिज्या = $AM = AN = 7$ सेमी $^\circ$

$$\therefore \text{वृत्त का खण्ड } MAN \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{4} \times \pi r^2$$

$$\begin{aligned}&= \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times (7 \text{ सेमी}^\circ)^2 \\ &= \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \text{ सेमी}^\circ^2 \\ &= \frac{77}{2} = 38.5 \text{ सेमी}^\circ^2\end{aligned}$$



अतः ठुकरी के द्वारा खेत का कुल 3.5 वर्ग सेमी का क्षेत्र ही चरा जा सकता है।

$$\begin{aligned}9. \text{ चाप की लम्बाई} &= \frac{n}{360} \times 2\pi r \\ &= \frac{60^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \\ &= \frac{308}{21} = 14 \frac{14}{21} = 14 \frac{2}{3} \text{ सेमी}^\circ\end{aligned}$$

10. माना $r_1 : r_2 = 3 : 4$

$$\therefore C_1 : C_2 = \frac{C_1}{C_2} = \frac{2\pi r_1}{2\pi r_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{3}{4} = 3 : 4$$

अतः वृत्त की परिधियों में भी अनुपात 3 : 4 ही होगा।

प्रश्नावली 19.1

1. आयताकार पानी की टंकी का आयतन

$$\begin{aligned}
 &= (l \times b \times h) \\
 &= 5 \times 3.4 \times 1.6 \text{ घन मी०} \\
 &= 27.2 \text{ घन मी०} \\
 &= 27.2 \times 1000 \text{ ली०} \quad [\because 1 \text{ घन मी०} = 1000 \text{ ली०}] \\
 &= 27200 \text{ ली०}
 \end{aligned}$$

अतः इस आयताकार पानी की टंकी में 27,200 लीटर पानी रखा जा सकता है।

2. बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ = $2\pi r(h + r)$ वर्ग ईकाई

$$\begin{aligned}
 &= 2 \times \frac{22}{7} \times 10.5 \times (18 + 10.5) \\
 &= \frac{44}{7} \times 10.5 \times 28.5 \\
 &= 44 \times 1.5 \times 28.5 \\
 &= 1881 \text{ सेमी०}^2
 \end{aligned}$$

3. माना

$$d_1 : d_2 = 2 : 3$$

और

$$v_1 = v_2$$

$\Rightarrow$

$$\pi r_1^2 h_1 = \pi r_2^2 h_2$$

$\Rightarrow$

$$r_1^2 h_1 = r_2^2 h_2$$

$\Rightarrow$

$$\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 h_1 = \left(\frac{d_2}{2}\right)^2 h_2$$

$\Rightarrow$

$$\frac{d_1^2}{4} h_1 = \frac{d_2^2}{4} h_2$$

$\Rightarrow$

$$\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = \frac{h_2}{h_1}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{h_2}{h_1}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{9} = \frac{h_2}{h_1}$$

$$\Rightarrow h_1 : h_2 = 9 : 4$$

अतः बेलनों की ऊँचाइयों का अनुपात 9 : 4 है।

4. $\therefore$ कुएँ से निकली मिट्टी का आयतन = आयताकार प्लेटफार्म का आयतन

$$\pi R^2 H = l \times b \times h$$

$$\frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2 \times 20 = 22 \times 14 \times h$$

$$\left[\because \text{त्रिज्या } (R) = \frac{\text{व्यास}}{2} = \frac{7}{2} \text{ मीटर} \right]$$

$$\frac{22}{7} \times \frac{7 \times 7}{2 \times 2} \times 20 = 22 \times 14 \times h$$

$$35 = 14 h$$

$$h = \frac{35}{14} = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ मीटर}$$

अतः प्लेटफार्म की ऊँचाई कुल 2.5 मीटर बढ़ गई।

5. बेलन का आयतन = (आधार का क्षेत्रफल) $\times$ ऊँचाई
 $= (154) \times 25 = 3850 \text{ सेमी}^3$

6. 14 सेमी $\circ$ चौड़े आयत को चौड़ाई के परितः

घुमाने पर, बेलन के आधार का परिमाण

$$(2\pi r) = 14 \text{ सेमी}^{\circ}$$

$$\Rightarrow 2 \times \frac{22}{7} \times r = 14 \text{ सेमी}^{\circ}$$

$$\Rightarrow r = \frac{7 \times 14}{2 \times 22} = \frac{49}{22} \text{ सेमी}^{\circ}$$

$$\text{बेलन की ऊँचाई} = \text{आयत की लम्बाई} = 34 \text{ सेमी}^{\circ}$$

$$\therefore \text{बेलन का वक्रपृष्ठ} = 2\pi r h = 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{49}{22} \times 34$$

$$= 14 \times 34 = 476 \text{ सेमी}^{\circ 3}$$

7. माचिस की 1 डिब्बी का आयतन $= l \times b \times h$

$$= 4 \times 2.5 \times 1.5 = 15 \text{ सेमी}^3$$

$\therefore$ माचिस की 144 डिब्बियों का आयतन $= 144 \times 15 = 2160 \text{ सेमी}^3$

अतः माचिस की 144 डिब्बियों को रखने के लिए 2160 घन सेमी आयतन के पैकेट की आवश्यकता होगी।

8. बेलन का कुल पृष्ठ क्षेत्रफल $= 264 \text{ सेमी}^2$

$$\Rightarrow 2\pi r(h+r) = 264 \text{ सेमी}^2 \quad \dots(i)$$

$$\text{तथा} \quad h+r = 21 \text{ सेमी} \quad \dots(ii)$$

समी० (ii) से, $h+r$ का मान समी० (i) में रखने पर

$$2 \times \frac{22}{7} \times r \times 21 = 264$$

$$r = \frac{264 \times 7}{44 \times 21} = \frac{42}{21}$$

$$r = 2 \text{ सेमी}$$

$$\therefore h+2 = 21$$

$$\Rightarrow h = 21-2 = 19 \text{ सेमी}$$

$\therefore$ बेलन का आयतन $= \pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \times 2 \times 2 \times 19 = \frac{1672}{7} \text{ सेमी}^3$$

9. माना बाल्टी में पानी h सेमी ऊँचाई तक ऊपर चढ़ेगा।

$\therefore$ आयताकार ठोस का आयतन = ऊपर चढ़े बाल्टी के पानी का आयतन

$$l \times b \times h = \pi r^2 h$$

$$28 \times 11 \times 10 = \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times h \quad [\because r = 14 \text{ सेमी}]$$

$$h = \frac{28 \times 11 \times 10}{22 \times 2 \times 14} = 5 \text{ सेमी}$$

अतः बाल्टी में ठोस को डुबाने पर पानी 5 सेमी ऊँचाई तक ऊपर चढ़ेगा।

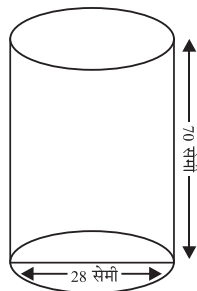
10. बेलन का व्यास $= 28 \text{ सेमी}$

$$\text{बेलन की त्रिज्या} = \frac{\text{व्यास}}{2} = \frac{28}{2} = 14 \text{ सेमी}$$

$$\text{बेलन की ऊँचाई} = 70 \text{ सेमी}$$

बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$\begin{aligned}
 &= 2\pi r(h + r) \\
 &= 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times (70 + 14) \\
 &= 44 \times 2 \times 84 \\
 &= 7392 \text{ सेमी}^2
 \end{aligned}$$



11. बेलन की परिधि $= 2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 10 = 62.85$ सेमी०

1 चक्कर लपेटने में तार की लम्बाई = बेलन की परिधि = 62.85 सेमी०

तार का व्यास = 4 मिमी $= \frac{4}{10}$ सेमी० = 0.4 सेमी०

तथा त्रिज्या $= \frac{0.4}{2} = 0.2$ सेमी०,

बेलन की लम्बाई (ऊँचाई) = 24 सेमी०

∴ बेलन के सम्पूर्ण वक्रपृष्ठ को ढकने के लिए,

तार के लपेटों की कुल संख्या $= \frac{\text{बेलन की ऊँचाई}}{\text{तार का व्यास}} = \frac{24 \text{ सेमी०}}{0.4 \text{ सेमी०}} = 60$

अब 60 लपेटों (चक्करों) में तार की कुल लम्बाई

$$\begin{aligned}
 &= 60 \times \text{बेलन की परिधि} \\
 &= 60 \times 62.85 = 3771 \text{ सेमी०}
 \end{aligned}$$

अतः बेलन को सम्पूर्ण रूप से ढकने के लिए 3771 सेमी० तार की आवश्यकता होगी।

प्रश्नावली 19.2

1. शंकु की तिर्यक ऊँचाई (l) = 12 सेमी०

शंकु के आधार की त्रिज्या (r) = 9 सेमी०

$$\begin{aligned}
 \text{शंकु का वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल} &= \pi r l \\
 &= \frac{22}{7} \times 9 \times 12 \\
 &= \frac{2376}{7} = 339.42 \text{ सेमी}^2
 \end{aligned}$$

2. $r = 7$ सेमी०, $h = 24$ सेमी०

$$l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{(7)^2 + (24)^2}$$

$$= \sqrt{49 + 576} = \sqrt{625} = 25 \text{ सेमी०}$$

$$\therefore \text{शंकु का वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल} = \pi r l = \frac{22}{7} \times 7 \times 25$$

$$= 22 \times 25 = 550 \text{ सेमी०}^2$$

3. शंकु का वक्रपृष्ठ = 352 सेमी०²

तिर्यक ऊँचाई (l) = 16 सेमी०

शंकु का वक्रपृष्ठ = $\pi r l$

$$352 \text{ सेमी०}^2 = \frac{22}{7} \times r \times 16 \text{ सेमी०}$$

$$r = \frac{352 \times 7}{22 \times 16} = 7 \text{ सेमी०}$$

$\therefore$ आधार की त्रिज्या = 7 सेमी०

शंकु का सम्पूर्ण पृष्ठ = $\pi r (l + r)$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times (16 + 7)$$

$$= 22 \times 23 = 506 \text{ सेमी०}^2$$

4. शंकु के आधार की त्रिज्या = 3.5 मीटर,

ऊँचाई = 12 मीटर

$$\text{शंकु का आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 \times 12$$

$$= \frac{1078}{7} = 154 \text{ मीटर}^3$$

5. ऊँचाई (h) = 48 सेमी०, व्यास = 28 सेमी०

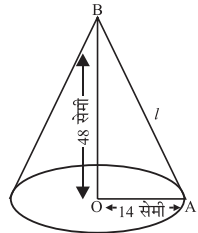
त्रिज्या = $\frac{\text{व्यास}}{2} = \frac{28}{2}$ सेमी० = 14 सेमी०

$$\text{तिर्यक ऊँचाई } (l) = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$= \sqrt{(48)^2 + (14)^2}$$

$$= \sqrt{2304 + 196}$$

$$= \sqrt{2500} = 50 \text{ मीटर}$$



$$\begin{aligned}\text{शंकु का आयतन} &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times 48 \\ &= 22 \times 14 \times 32 = 9856 \text{ सेमी}^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{शंकु का वक्रपृष्ठ} &= \pi r l = \frac{22}{7} \times 14 \times 50 \\ &= 22 \times 2 \times 50 \\ &= 2200 \text{ सेमी}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{शंकु का सम्पूर्ण पृष्ठ} &= \pi r (l + r) = \frac{22}{7} \times 14 \times (50 + 14) \\ &= 22 \times 2 \times 64 = 2816 \text{ सेमी}^2\end{aligned}$$

6. पिघले हुए शंकु का आयतन = बेलन का आयतन

$$\frac{1}{3} \pi r^2 h = \pi r^2 h$$

[$\because$ दोनों की त्रिज्याएँ समान हैं]

$$\frac{1}{3} \times h = 5$$

$$h = 5 \times 3$$

$$h = 15 \text{ सेमी}$$

अतः शंकु की ऊँचाई 15 सेमी है।

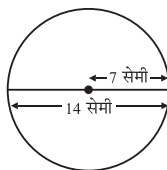
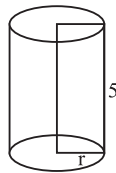
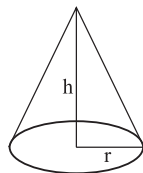
7. गुब्बारे का प्रारम्भिक व्यास $D = 14$ सेमी

$$\Rightarrow R = \frac{D}{2} = \frac{14}{2} = 7 \text{ सेमी}$$

गुब्बारे का हवा कम होने पर व्यास

$$d = 7 \text{ सेमी}$$

$$\Rightarrow r = \frac{d}{2} = \frac{7}{2} \text{ सेमी}$$



$$\frac{\text{बड़े गुब्बारे का पृष्ठीय क्षेत्रफल}}{\text{छोट गुब्बारे का पृष्ठीय क्षेत्रफल}} = \frac{4\pi R^2}{4\pi r^2} = \frac{R^2}{r^2} = \frac{(7)^2}{\left(\frac{7}{2}\right)^2} = \frac{49}{\left(\frac{49}{4}\right)}$$

$$= \frac{49 \times 4}{49} = \frac{4}{1} = 4 : 1$$

8. गोले का व्यास = 7 सेमी०

$$\text{गोले की त्रिज्या} = \frac{\text{व्यास}}{2} = \frac{7}{2} \text{ सेमी०}$$

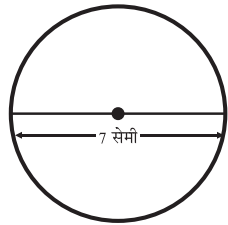
$$\text{पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 4\pi r^2$$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}$$

$$= 154 \text{ सेमी०}^2$$

$$\text{और आयतन} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} = 179.67 \text{ सेमी०}^3$$



9. शंकु के आधार की त्रिज्या (r) = 3.5 सेमी०, h = 12 सेमी

$$\begin{aligned} \therefore l &= \sqrt{r^2 + h^2} \\ &= \sqrt{(3.5)^2 + 12^2} \\ &= \sqrt{156.25} = 12.5 \text{ सेमी०} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{शंकु का वक्रपृष्ठ} &= \pi r l = \frac{22}{7} \times 3.5 \times 12.5 \\ &= 137.5 \text{ सेमी०}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{शंकु का आयतन} &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 \times 12 \\ &= 154 \text{ सेमी०}^3 \end{aligned}$$

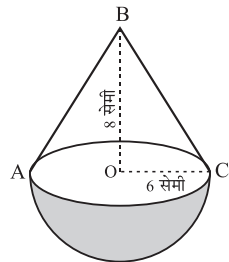
10. शंकु के आधार का व्यास = 12 सेमी०

$$\text{तब, आधार की त्रिज्या } (r) = \frac{\text{व्यास}}{2}$$

$$= \frac{12}{2} = 6 \text{ सेमी०}$$

शंकु की ऊँचाई (h) = 8 सेमी०

$$\therefore l^2 = r^2 + h^2$$



$$\begin{aligned}
 \therefore \text{तिर्यक ऊँचाई } (l) &= \sqrt{r^2 + h^2} \\
 &= \sqrt{6^2 + 8^2} \\
 &= \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} \\
 &= 10 \text{ सेमी}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{सम्पूर्ण खिलोने का क्षेत्रफल} &= \text{शंकु का वक्रपृष्ठ} + \text{अर्द्धवृत्त का वक्रपृष्ठ} \\
 &= \pi r l + 2\pi r^2 \\
 &= \pi r (l + rr) \\
 &= \frac{22}{7} \times 6(10 + 12) \\
 &= \frac{132 \times 22}{7} = \frac{2904}{7} \text{ सेमी}^2
 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{खिलोने पर सफेदी कराने की दर} = ₹ \frac{15}{1000} \text{ प्रति वर्ग सेमी}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{खिलोने पर सफेदी कराने का व्यय} &= ₹ \frac{2904}{7} \times \frac{15}{100} \\
 &= ₹ 62.33
 \end{aligned}$$

11. $h = 10$ मी, $r = 24$ मी

$$\begin{aligned}
 l &= \sqrt{h^2 + r^2} \\
 &= \sqrt{10^2 + 24^2} \\
 &= \sqrt{100 + 576} \\
 &= \sqrt{676}
 \end{aligned}$$

$$\therefore l = 26 \text{ मी}$$

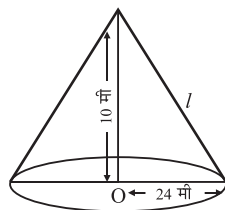
$$\begin{aligned}
 \text{तम्बू में लगे कैनवास का क्षेत्रफल} &= \pi r l \\
 &= \frac{22}{7} \times 24 \times 26 \\
 &= \frac{13728}{7} = 1961.14 \text{ मी}^2
 \end{aligned}$$

$$\therefore 1 \text{ मी}^2 \text{ कैनवास का मूल्य} = ₹ 80$$

$$\therefore 1961.14 \text{ मी}^2 \text{ कैनवास का मूल्य} = ₹ 80 \times 1961.14 = ₹ 156891.20$$

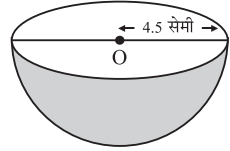
12. अर्द्धगोलीय कटौरी की भीतरी त्रिज्या (r) = 4.5 सेमी

$$\text{अर्द्धगोलीय कटौरी का आयतन} = \frac{2}{3} \pi r^3$$



$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times (4.5)^3$$

$$= \frac{44 \times 4.5 \times 4.5 \times 4.5}{3 \times 7}$$



$$= \frac{4009.5}{21} = 190.92 \text{ सेमी}^3$$

$$= \frac{190.92}{100} \text{ ली०} \cong \frac{191}{100} \text{ ली०}$$

$$\left[\because 1 \text{ सेमी}^3 = \frac{1}{100} \text{ लीटर} \right]$$

$$= 1.91 \text{ लीटर}$$

13. माना n गोलियाँ बनाई जा सकती हैं।

$$\therefore n = \frac{8 \text{ सेमी त्रिज्या वाले गोले का आयतन}}{1 \text{ सेमी त्रिज्या वाले गोले का आयतन}} = \frac{\frac{4}{3} \pi R^3}{\frac{4}{3} \pi r^3}$$

$$= \frac{\frac{4}{3} \pi (8)^3}{\frac{4}{3} \pi (1)^3} = \frac{8^3}{1^3} = \frac{512}{1} = 512$$

अतः अभीष्ट गोलियों की संख्या = 512

14. माना तीसरी गेंद का व्यास = d_3

$$\therefore \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi r_1^3 + \frac{4}{3} \pi r_2^3 + \frac{4}{3} \pi r_3^3$$

$$\frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi (r_1^3 + r_2^3 + r_3^3)$$

$$R^3 = r_1^3 + r_2^3 + r_3^3$$

$$\left(\frac{D}{2} \right)^3 = \left(\frac{d_1}{2} \right)^3 + \left(\frac{d_2}{2} \right)^3 + \left(\frac{d_3}{2} \right)^3 \quad \left[\because \text{त्रिज्या} = \frac{\text{व्यास}}{2} \right]$$

$$\left(\frac{3}{2} \right)^3 = \left(\frac{3}{2 \times 2} \right)^3 + \left(\frac{2}{2} \right)^3 + \left(\frac{d_3}{2} \right)^3$$

$$\begin{aligned}
\frac{27}{8} &= \frac{27}{64} + 1 + \left(\frac{d_3}{2}\right)^3 \\
\frac{27}{8} - \frac{27}{64} - 1 &= \frac{(d_3)^3}{8} \\
\frac{216 - 27 - 64}{64} &= \frac{(d_3)^3}{8} \\
\frac{125}{64} \times 8 &= d_3^3 \\
\frac{125}{8} &= d_3^3 \\
\sqrt[3]{\frac{125}{8}} &= d_3 \\
\frac{5}{2} &= d_3
\end{aligned}$$

$$\therefore d_3 = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2} \text{ सेमी} \circ$$

अतः तीसरी गेंद का व्यास $2\frac{1}{2}$ सेमी० होगा।

15. कटोरे की बाहरी त्रिज्या (R) = 4.5 सेमी०

कटोरे की आन्तरिक त्रिज्या (r) = 4.5 - 0.5 = 4.0 सेमी०

$\therefore$ अर्द्धगोलीय कटोरे को बनाने में प्रयुक्त इस्पात का आयतन

$$\begin{aligned}
&= \frac{2}{3} \pi (R^3 - r^3) \\
&= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times (4.5^3 - 4^3) \\
&= \frac{44}{21} \times (91.125 - 64) \\
&= \frac{44 \times 27.125}{21} \\
&= 56.83 \text{ सेमी}^3 \circ
\end{aligned}$$