

प्रश्नावली 1.1

1. $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

उपर्युक्त अभाज्य गुणनखण्डों में 2 के पूर्ण युगल बन रहे हैं इसलिए 16 पूर्ण वर्ग है।

$$32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

यहाँ एक 2 का युगल नहीं बन रहा है इसलिए 32 पूर्ण वर्ग नहीं है।

$$144 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

यहाँ सभी गुणनखण्डों के पूर्ण युगल बन रहे हैं इसलिए 144 पूर्ण वर्ग है।

$$1225 = 5 \times 5 \times 7 \times 7$$

यहाँ सभी गुणनखण्डों के पूर्ण युगल बन रहे हैं इसलिए 1225 पूर्ण वर्ग है।

$$2030 = 2 \times 5 \times 7 \times 29$$

यहाँ उपर्युक्त अभाज्य गुणनखण्डों में किसी का युगल नहीं बन रहा है इसलिए 2030 पूर्ण वर्ग नहीं है।

$$196 = 2 \times 2 \times 7 \times 7$$

यहाँ पूर्ण युगल बन रहे हैं इसलिए 196 पूर्ण वर्ग है।

$$81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

यहाँ पूर्ण युगल बन रहे हैं इसलिए 81 पूर्ण वर्ग है।

$$217 = 7 \times 31$$

यहाँ पूर्ण युगल नहीं बन रहे हैं इसलिए 217 पूर्ण वर्ग नहीं है।

2. सम संख्याओं का वर्ग वाली संख्याएँ—

$$256, 1296, 3844, 64$$

3. विषम संख्याओं का वर्ग वाली संख्याएँ—

$$1089, 6561, 841, 4761$$

4. (i) $(37)^2 = 37 \times 37 = 1369$

(ii) $(101)^2 = 101 \times 101 = 10201$

(iii) $(62)^2 = 62 \times 62 = 3844$

(iv) $(-9)^2 = -9 \times -9 = 81$

$$(v) \left(\frac{31}{83}\right)^2 = \frac{31}{83} \times \frac{31}{83} = \frac{961}{6889}$$

$$(vi) \left(\frac{-17}{26}\right)^2 = \frac{-17}{26} \times \frac{-17}{26} = \frac{289}{676}$$

$$(vii) \left(\frac{9}{-23}\right)^2 = \frac{9}{-23} \times \frac{9}{-23} = \frac{81}{529}$$

$$(viii) \left(\frac{37}{153}\right)^2 = \frac{37}{153} \times \frac{37}{153} = \frac{1369}{23409}$$

5. (i) 324 का अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

$$\begin{aligned} 324 &= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \\ \sqrt{324} &= \sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} \\ &= 2 \times 3 \times 3 \\ &= 18 \\ \therefore \sqrt{324} &= \pm 18 \end{aligned}$$

2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

(ii) 6889 का अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

83	6889
83	83
	1

$$\begin{aligned} 6889 &= 83 \times 83 \\ \sqrt{6889} &= \sqrt{83 \times 83} = 83 \\ \therefore \sqrt{6889} &= \pm 83 \end{aligned}$$

(iii) 44944 का अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

$$\begin{aligned} 44944 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 53 \times 53 \\ \sqrt{44944} &= \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 53 \times 53} \\ &= 2 \times 2 \times 53 \\ \therefore \sqrt{44944} &= \pm 212 \end{aligned}$$

2	44944
2	22472
2	11236
2	5618
53	2809
53	53
	1

(iv) $\frac{256}{625}$ के अभाज्य गुणनखण्ड करने पर,

$$\frac{256}{625} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{5 \times 5 \times 5 \times 5}$$

$$\sqrt{\frac{256}{625}} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{5 \times 5 \times 5 \times 5}}$$

$$= \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{5 \times 5} = \frac{16}{25}$$

$$\therefore \sqrt{\frac{256}{625}} = \pm \frac{16}{25}$$

2	256	5	625
2	128	5	125
2	64	5	25
2	32	5	5
2	16		1
2	8		
2	4		
2	2		
	1		

(v) $\frac{11664}{47089}$ के अभाज्य गुणनखण्ड करने पर,

$$\frac{11664}{47089} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{7 \times 7 \times 31 \times 31}$$

2	11664
2	5832
2	2916
2	1458
3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

7	47089
7	6727
31	961
31	31
	1

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{11664}{47089}} &= \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{7 \times 7 \times 31 \times 31}} \\ &= \frac{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3}{7 \times 31} \\ &= \frac{108}{217}\end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{\frac{11664}{47089}} = \pm \frac{108}{217}$$

(vi) $158 \frac{2}{49} = \frac{7744}{49}$ के अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

$$\begin{aligned}\frac{7744}{49} &= \frac{11 \times 11 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{7 \times 7} \\ \sqrt{\frac{7744}{49}} &= \sqrt{\frac{11 \times 11 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{7 \times 7}} \\ &= \frac{11 \times 2 \times 2 \times 2}{7} \\ &= \frac{88}{7}\end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{\frac{7744}{49}} = \pm \frac{88}{7}$$

11	7744
11	704
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

(vii) $21 \frac{2797}{3364} = \frac{73441}{3364}$ के अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

$$\begin{aligned}\therefore \sqrt{\frac{73441}{3364}} &= \sqrt{\frac{271 \times 271}{2 \times 2 \times 29 \times 29}} \\ &= \frac{271}{2 \times 29} \\ &= \frac{271}{58}\end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{\frac{73441}{3364}} = \pm \frac{271}{58}$$

271	73441
271	271
	1

2	3364
2	1682
29	841
29	29
	1

(viii) 2025 के अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

$$\begin{aligned}
 2025 &= 5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \\
 \sqrt{2025} &= \sqrt{5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} \\
 &= 5 \times 3 \times 3 \\
 &= 45 \\
 \therefore \sqrt{2025} &= \pm 45
 \end{aligned}$$

5	2025
5	405
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

6. (i) 2401 का वर्गमूल $= \sqrt{2401}$
 $\therefore \sqrt{2401} = \pm 49$

	49
4	<u>24 01</u>
+ 4	- 16
89	801
9	801
	×

(ii) 17424 का वर्गमूल $= \sqrt{17424}$
 $\therefore \sqrt{17424} = \pm 132$

	132
1	<u>1 74 24</u>
+ 1	1
23	74
+ 3	- 69
262	524
	524
	×

(iii) 65536 का वर्गमूल $= \sqrt{65536}$

	256
2	<u>6 55 36</u>
+ 2	- 4
45	255
+ 5	- 225
506	3036
6	- 3036
	×

$$\therefore \sqrt{65536} = \pm 256$$

(iv) 4937284 का
वर्गमूल = $\sqrt{4937284}$

	2222
2	$\overline{4\ 93\ 72\ 84}$
+ 2	- 4
42	93
+ 2	- 84
442	972
+ 2	- 884
4442	8884
+ 2	- 8884
	×

$$\therefore \sqrt{4937284} = \pm 2222$$

(v) 1234321 का
वर्गमूल = $\sqrt{1234321}$

	1111
1	$\overline{1\ 23\ 43\ 21}$
+ 1	- 1
21	23
+ 1	- 21
221	243
+ 1	- 221
2221	2221
+ 1	- 2221
2222	×

$$\therefore \sqrt{1234321} = \pm 1111$$

(vi) 4401604 का वर्गमूल = $\sqrt{4401604}$

	2098
2	$\overline{4\ 40\ 16\ 04}$
+ 2	- 4
409	4016
+ 9	- 3681
4188	33504
+ 8	- 33504
	×

$$\therefore \sqrt{4401604} = \pm 2098$$

$$(vii) 235 \frac{294}{529} = \frac{124609}{529}$$

$$\text{अतः } \frac{124609}{529} \text{ का वर्गमूल} = \sqrt{\frac{124609}{529}} = \frac{\sqrt{124609}}{\sqrt{529}}$$

	353
3	$\overline{12\ 46\ 09}$
+ 3	- 9
65	346
+ 5	- 325
703	2109
+ 3	- 2109
706	×

	23
2	$\overline{5\ 29}$
+ 2	- 4
43	129
+ 3	- 129
	×

$$\therefore \sqrt{\frac{124609}{529}} = \pm \frac{353}{23}$$

$$(viii) 62 \frac{1}{64} = \frac{3969}{64}$$

$$\text{अतः } \frac{3969}{64} \text{ का वर्गमूल} = \sqrt{\frac{3969}{64}} = \frac{\sqrt{3969}}{\sqrt{64}}$$

	63
6	$\overline{39\ 69}$
+ 6	- 36
123	369
+ 3	- 369
	×

	8
8	$\overline{64}$
+ 8	- 64
16	×

$$\therefore \sqrt{\frac{3969}{64}} = \frac{\sqrt{3969}}{\sqrt{64}} = \pm \frac{63}{8}$$

(ix) 19448100 का
वर्गमूल = $\sqrt{19448100}$

	4410
4	$\overline{19\ 44\ 81\ 00}$
+ 4	- 16
84	344
+ 4	- 336
881	881
+ 1	- 881
882	00

$\therefore \sqrt{19448100} = \pm 4410$

(x) 54272689 का
वर्गमूल = $\sqrt{54272689}$

	7367
7	$\overline{54\ 27\ 26\ 89}$
+ 7	- 49
143	527
+ 3	- 429
1466	9826
+ 6	- 8796
14727	103089
+ 7	- 103089
	×

$\therefore \sqrt{54272689} = \pm 7367$

(xi) 46894400 का वर्गमूल = $\sqrt{46894400}$

	12120
1	$\overline{1\ 46\ 89\ 44\ 00}$
+ 1	- 1
22	46
+ 2	- 44
241	289
+ 1	- 241
2422	4844
+ 2	- 4844
2424	00

$\therefore \sqrt{46894400} = \pm 2424$

(xii) 75724804 का वर्गमूल $= \sqrt{75724804}$

	8702
8	$\overline{75} \overline{72} \overline{48} \overline{04}$
+ 8	- 64
167	1172
+ 7	- 1169
17402	34804
+ 2	- 34804
	×

$$\therefore \sqrt{75724804} = \pm 8702$$

(xiii) $52 \frac{857}{2116} = \frac{110889}{2116}$

$$\frac{110889}{2116} \text{ का वर्गमूल } = \sqrt{\frac{110889}{2116}}$$

	333
3	$\overline{11} \overline{08} \overline{89}$
+ 3	- 9
63	208
+ 3	- 189
663	1989
+ 3	- 1989
666	×

	46
4	$\overline{21} \overline{16}$
+ 4	- 16
86	516
+ 6	- 516
	×

$$\therefore \sqrt{\frac{110889}{2116}} = \pm \frac{333}{46}$$

$$(xiv) \ 332 \frac{61}{169} = \frac{56169}{169}$$

$$\text{अब, } \frac{56169}{169} \text{ का वर्गमूल} = \sqrt{\frac{56169}{169}}$$

	237
2	$\overline{5\ 61\ 69}$
+ 2	- 4
43	161
+ 3	- 129
467	3269
+ 7	- 3269
	×

	13
1	169
+ 1	- 1
23	69
+ 3	- 69
26	×

$$\therefore \frac{\sqrt{56169}}{\sqrt{169}} = \pm \frac{237}{3}$$

$$(xv) \ \sqrt{3226694416}$$

	56804
5	$\overline{32\ 26\ 69\ 44\ 16}$
+ 5	- 25
106	726
+ 6	- 636
1128	9069
+ 8	- 9024
113604	454416
+ 4	- 454416
	×

$$\therefore \sqrt{3226694416} = \pm 56804$$

$$(xvi) \sqrt{3915380329}$$

	62573
6	39 15 38 03 29
+ 6	- 36
122	315
+ 2	- 244
1245	7138
+ 5	- 6225
12507	91303
+ 7	- 87549
125143	375429
+ 3	- 375429
125416	×

$$\therefore \sqrt{3915380329} = \pm 62573$$

7. 3888 के अभाज्य गुणनखण्ड करने पर,

$$3888 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

उपर्युक्त अभाज्य गुणनखण्डों में एक 3 का युगल नहीं बनता है इसलिए इसे एक बार 3 से गुणा कर देते हैं तो यह पूर्ण वर्ग हो जाएगा।

अतः अभीष्ट छोटी से छोटी संख्या = 3

8. वह छोटी से छोटी पूर्ण संख्या 8, 9 और 10 का ल०स० प० होगी।

$$8, 9 \text{ तथा } 10 \text{ का ल०स०प०} = 360$$

$$\therefore \text{ अभीष्ट छोटी से छोटी पूर्ण संख्या} \\ = 2 \times 4 \times 9 \times 5 = 360$$

2	8, 9, 10
4	4, 9, 5
9	1, 9, 5
5	1, 1, 5
	1, 1, 1

$$(xvii) \sqrt{6407522209}$$

	80047
8	64 07 52 22 09
+ 8	- 64
16004	075222
+ 4	- 64016
160087	1120609
+ 7	- 1120609
	×

$$\therefore \sqrt{6407522209} = \pm 80047$$

9. पंक्तियों की संख्या 1296 का वर्गमूल होगी

2	1296
2	648
2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

$$\therefore \sqrt{1296} = \sqrt{\underline{2 \times 2} \times \underline{2 \times 2} \times \underline{3 \times 3} \times \underline{3 \times 3}} = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = \pm 36$$

चूँकि बाग में पंक्तियों की संख्या ऋणात्मक नहीं हो सकती, अतः अभीष्ट पंक्तियों की संख्या = 36

10. 16161 का वर्गमूल = $\sqrt{16161}$

यदि 16161 में से 32 घटा दिया जाए तो प्राप्त संख्या पूर्ण वर्ग होगी।

	127
1	<u>1 61 61</u>
+1	-1
22	<u>61</u>
+2	-44
247	<u>1761</u>
+7	-1729
	32

$$\text{तब, इसका वर्गमूल} = \sqrt{16161 - 32} = \sqrt{16129} = 127$$

11. 418496 का वर्गमूल $= \sqrt{418496}$

	646
6	$\overline{41\ 84\ 96}$
+ 6	- 36
124	584
+ 4	- 496
1286	8896
+ 6	- 7716
	1180

	647
6	$\overline{41\ 84\ 96}$
+ 6	- 36
124	584
+ 4	- 496
1287	8896
+ 7	- 9009
	- 113

उपर्युक्त से स्पष्ट है कि दी गई संख्या $(646)^2$ से बड़ी और $(647)^2$ से छोटी है। यदि दी गई संख्या में 113 जोड़ दे तो योगफल पूर्ण वर्ग होगा।

इसलिए अभीष्ट संख्या 113 है।

12. $\sqrt{9408} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 3}$

उपर्युक्त अभ्याज गुणनखण्डों में 3 का युगल नहीं बनता है। अतः दी हुई संख्या को उसे भाग करने पर यह पूर्ण वर्ग हो जायेगी।

अतः अभीष्ट संख्या = 3

13. संख्या 8160 से 60 घटाने पर शेष बची संख्या एक पूर्णवर्ग संख्या होगी।

अतः $8160 - 60 = 8100$ का वर्गमूल ही अभीष्ट संख्या होगी।

$$\begin{aligned}\sqrt{8100} &= \sqrt{81 \times 100} \\ &= \sqrt{9 \times 9 \times 10 \times 10} \\ &= 9 \times 10 \\ &= 90\end{aligned}$$

अतः प्रत्येक पंक्ति में सेनानायक ने 90 जवान खड़े किए थे।

14. (i) $\sqrt{126.5625}$

	11.25
1	126.5625
+1	-1
21	26
+1	-21
222	556
+2	-444
2245	11225
+5	-11225
2250	×

$\therefore \sqrt{126.5625} = 11.25$

(iii) $\sqrt{3179.8321}$

	56.39
5	3179.8321
+5	-25
106	679
+6	-636
1123	4383
+3	-3369
11269	101421
+9	-101421
	×

$\therefore \sqrt{3179.8321} = 56.39$

(ii) $\sqrt{544.2889}$

	23.33
2	5440.2889
+2	-4
43	144
+3	-129
463	1528
+3	-1389
4663	13989
+3	-13989
	×

$\therefore \sqrt{544.2889} = 23.33$

(iv) $\sqrt{0.00015625}$

	0.0125
1	0.00 01 56 25
+1	-01
22	56
+2	-44
245	1225
+5	-1225
	×

$\therefore \sqrt{0.00015625} = 0.0125$

$$(v) \sqrt{0.00053361}$$

	0.0231
2	0.00 $\overline{05}$ $\overline{33}$ $\overline{61}$
+2	-4
43	133
+3	-129
461	461
+1	-461
	×

$$\therefore \sqrt{0.00053361} = 0.0231$$

$$(vi) \sqrt{477.4225}$$

	21.85
2	477.4225
+2	-4
41	77
+1	-41
428	3642
+8	-3424
4365	21825
+5	-21825
	×

$$\therefore \sqrt{477.4225} = 21.85$$

$$15. (i) \sqrt{1.7}$$

	1.303
1	1. $\overline{70}$ $\overline{00}$ $\overline{00}$
+1	1
23	70
+3	-69
2603	10000
+3	-7809
	2191

$$\therefore \sqrt{1.7} = 1.303$$

$$(ii) \sqrt{5}$$

	2.236
2	5. $\overline{00}$ $\overline{00}$ $\overline{00}$
+2	4
42	100
+2	-84
443	1600
+3	-1329
4466	27100
+6	-26796
	304

$$\therefore \sqrt{5} = 2.23$$

(iii) $\sqrt{7}$

	2.645
2	$\overline{7.00000000}$
+ 2	-4
46	300
+ 6	-276
524	2400
+ 4	-2096
5285	30400
+ 5	-26425
5290	3975

$\therefore \sqrt{7} = 2.645$

(iv) $\sqrt{2\frac{1}{12}} = \sqrt{\frac{25}{12}} = \sqrt{2.083333...}$

	1.443
1	$\overline{2.083333}$
+ 1	-1
24	108
+ 4	-96
284	1233
+ 4	-1136
2883	9733
+ 3	-8649
2886	1084

$\therefore \sqrt{2\frac{1}{12}} = \sqrt{\frac{25}{12}} = \sqrt{2.083333...}$
 $= 1.443$

(v) $\sqrt{10\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{32}{3}} = \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{3}}$

	5.656
5	$\overline{32.00000000}$
+ 5	-25
106	700
+ 6	-636
1125	6400
+ 5	-5625
11306	77500
+ 6	-67836
11312	9664

	1.732
1	$\overline{3.000000}$
+ 1	1
27	200
+ 7	-189
343	1100
+ 3	-1029
3462	7100
+ 2	-6924
	176

$$\therefore \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{3}} = \frac{5.656}{1.732} = 3.265$$

16. माना वह संख्या x है।

$$\text{अतः } x \times x = 1277.8016$$

$$x^2 = 1277.8016$$

$$x = \sqrt{1277.8016}$$

$$\therefore x = 35.74 \text{ (लगभग)}$$

	35.74
3	<u>1277.8016</u>
+ 3	-9
65	<u>377</u>
+ 5	-325
707	<u>5280</u>
+ 7	-4949
7144	<u>33116</u>
+ 4	-28576
7148	<u>4540</u>

17. $\sqrt{2} = 1.4142$

$$\sqrt{8} = \sqrt{2 \times 2 \times 2} = 2 \times \sqrt{2}$$

$$= 2 \times 1.4142$$

$$= 2.8284$$

18. $\sqrt{11}$

	3.316624
3	<u>11.000000000000</u>
+ 3	-9
63	<u>200</u>
+ 3	-189
661	<u>1100</u>
+ 1	-661
6626	<u>43900</u>
+ 6	-39756
66326	<u>414400</u>

		↓
+ 6	-397956	
66326	<u>414400</u>	
+ 6	-397956	
663322	<u>1644400</u>	
+ 2	-1326644	
6633244	<u>31775600</u>	
+ 4	-26532976	
	<u>5242624</u>	

$$\therefore \sqrt{11} = 3.316624$$

19. वर्गाकार खेत का क्षेत्रफल = (भुजा)²

$$\Rightarrow 325 = a^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{325} = a$$

$$\Rightarrow 18.0277 = a$$

$$\Rightarrow 18.03 = a$$

अतः खेत की भुजा की लम्बाई = 18.03 मी०

20. (i) $\sqrt{65328 \times 525} = \sqrt{34297200} = 5856.3811$

(ii) $40^2 + \sqrt{1600} = 1600 + 40 = 1640$

(iii) $\sqrt{41^2 - 40^2} = \sqrt{1681 - 1600} = \sqrt{81} = 9$

21. माना दो अपरिमेय संख्याएँ $(3 + \sqrt{2})$ तथा $(3 - \sqrt{2})$ है।

अब, $(3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2}) = 3^2 - (\sqrt{2})^2$
 $= 9 - 2 = 7 = \frac{7}{1}$, जो कि एक परिमेय संख्या है।

प्रश्नावली 1.2

1. 6 अंकों की संख्या के वर्गमूल में अंकों की संख्या = 3

2. वह संख्या 3 या 4 अंकों की होगी।

3. तीन अंकों की संख्या में अधिक से अधिक 6 अंक हो सकते हैं।

जैसे— $(100)^2 = 10000$

$(999)^2 = 998001$

4. (i) $\overline{23\ 04}$ में पड़ी रेखाओं की संख्या 2 है। इसलिए 2304 के वर्गमूल में अंकों की संख्या 2 है।

(ii) $\overline{16\ 64\ 64}$ में पड़ी रेखाओं की संख्या 3 है। इसलिए 166464 के वर्गमूल में अंकों की संख्या 3 है।

(iii) $\overline{4\ 93\ 72\ 84}$ में पड़ी रेखाओं की संख्या 4 है। इसीलिए 4937284 के वर्गमूल में अंकों की संख्या 4 है।

(iv) $\overline{3\ 14\ 15\ 92\ 65\ 35}$ में पड़ी रेखाओं की संख्या 6 है। इसलिए 31415926535 के वर्गमूल में अंकों की संख्या 6 है।

(v) $\overline{68\ 92\ 32\ 04}$ में पड़ी रेखाओं की संख्या 4 है। इसीलिए 68923204 के वर्गमूल में अंकों की संख्या 4 है।

5. यहाँ पर हम $\sqrt{7}$ को $\sqrt{7 \times 1}$ लिख सकते हैं। 7×1 की नाप का एक आयत ABCD खींचा। C बिन्दु से CB दूरी लेकर चाप लगाया, यह चाप बिन्दु E पर काटता है। CE को मिलाया। DE रेखा का अर्द्धक O बिन्दु से OD दूरी लेकर अर्द्धवृत्त खींचा। यह

अर्द्धवृत्त D और E पर काटता है। C बिन्दु को वृत्त की परिधि तक बढ़ाया। यह वृत्त की परिधि से F पर मिलता है। CF ही अभीष्ट लम्बाई $\sqrt{7}$ के बराबर होगी। $\sqrt{7}$ का मान CF की लम्बाई के बराबर होगा। CF की लम्बाई $= 2.6$ के बराबर होगी।

6. $-\sqrt{400} + \sqrt{0.04} = -20 + 0.2 = -19.8$

7. 18, 16 और 45 का

L.C.M = 720

अब 720 के अभाज्य गुणनखण्ड करने पर,

$720 = 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$

यहाँ गुणनखण्ड 5 का युगल नहीं बनता है।

अतः इसे पूर्ण वर्ग बनाने के लिए, हमें 720 में 5 से गुणा करनी चाहिए।

इस प्रकार, $720 \times 5 = 3600$

अतः वह छोटी से छोटी पूर्ण वर्ग संख्या 3600 है।

8. स्वयं करें—

9. $\sqrt{12.0068}$

2	18, 16, 45
3	9, 8, 45
3	3, 8, 15
2	1, 8, 5
2	1, 4, 5
2	1, 2, 5
5	1, 1, 5
	1, 1, 1

	3.4650
3	$\overline{12.00\ 68\ 00\ 00}$
+ 3	- 9
64	300
+ 4	- 256
686	4468
+ 6	- 4116
6925	35200
+ 5	- 34625
693008	5750000
+ 8	- 5544064
693016	205936

$\therefore \sqrt{12.0068}$
 $= 3.4650$

10. माना सूल में x विद्यार्थी है तथा एक विद्यार्थी से x रुपये है।
फीसली गई है।

$$\text{तब } x \times x = 2304$$

$$x^2 = 2304$$

$$x = \sqrt{2304}$$

$$x = 48$$

अतः सूल में 48 विद्यार्थी है।

और प्रत्येक बच्चे से ₹ 48 फीस ली गई है।

11. 180 के अभाज्य गुणनखण्ड करने पर,

$$180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

उपर्युक्त अभाज्य गुणनखण्डों में 5 के युगल नहीं बनते। अतः पूर्णवर्ग संख्या प्राप्त करने के लिए हमें 180 को 5 से गुणा करना होगा।

अतः $180 \times 5 = 900$ जो कि एक पूर्ण वर्ग संख्या है।

$$\therefore \sqrt{900} = 30$$

12. $\sqrt{172230}$

	415
4	$\overline{17 \ 22 \ 30}$
+ 4	- 16
81	122
+ 1	- 81
825	4130
+ 5	- 4125
830	5

यदि दि हुई संख्या से शेष बचे 5 को घटा दिया जाए, तो शेष बची संख्या एक पूर्ण वर्ग बन जाएगी।

अतः वह छोटी से छोटी संख्या = 5

	48
4	2304
+ 4	- 16
88	704
+ 8	- 704
	×

13. 207615 का वर्गमूल $= \sqrt{207615}$

	455
4	$\overline{20\ 76\ 15}$
+ 4	-16
85	476
+ 5	-425
905	5115
+ 5	-4525
910	590

	456
4	$\overline{20\ 76\ 15}$
+ 4	-16
85	476
+ 5	-425
906	5115
+ 6	-5436
912	-321

उपर्युक्त से स्पष्ट है कि दी गई संख्या $(455)^2$ से बड़ी और $(456)^2$ से छोटी है। यदि दी गई संख्या में 321 जोड़ दें तो भागफल पूर्ण वर्ग होगा।

इसलिए अभीष्ट संख्या = 321

14. 4401624 का वर्गमूल $= \sqrt{4401624}$

	2098
2	$\overline{4\ 40\ 16\ 24}$
+ 2	-4
409	4016
+ 9	-3681
4188	33524
+ 8	-33504
4196	20

यदि 4401624 में से 20 घटा दिया जाए तो प्राप्त संख्या पूर्ण वर्ग होगी।

तब, $4401624 - 20 = 4401604$ और $\sqrt{4401604} = 2098$

अतः वह छोटी से छोटी संख्या 20 और शेष बची संख्या का वर्गमूल 2098 है।

प्रश्नावली 2.1

1. (i) (-20) का घन $= (-20)^3 = -20 \times -20 \times -20 = -8000$
 (ii) $\frac{4}{7}$ का घन $= \left(\frac{4}{7}\right)^3 = \frac{4 \times 4 \times 4}{7 \times 7 \times 7} = \frac{64}{343}$
 (iii) $3\frac{1}{4}$ का घन $= \left(\frac{13}{4}\right)^3 = \frac{13 \times 13 \times 13}{4 \times 4 \times 4} = \frac{2197}{64}$
 (iv) 5.5 का घन $= (5.5)^3 = 5.5 \times 5.5 \times 5.5 = 166.375$
 (v) 0.35 का घन $= (0.35)^3 = 0.35 \times 0.35 \times 0.35 = 0.042875$
 (vi) $\frac{-8}{9}$ का घन $= \left(\frac{-8}{9}\right)^3 = \frac{-8 \times -8 \times -8}{9 \times 9 \times 9} = \frac{-512}{729}$
 (vii) $\left(\frac{-2}{3}\right)$ का घन $= \left(\frac{-2}{3}\right)^3 = \frac{-2 \times -2 \times -2}{3 \times 3 \times 3} = \frac{-8}{27}$
 (viii) 0.05 का घन $= (0.05)^3 = 0.05 \times 0.05 \times 0.05 = 0.000125$
 (ix) -0.2 का घन $= (-0.2)^3 = (-0.2) \times (-0.2) \times (-0.2) = -0.008$
 (x) $\frac{1}{4}$ का घन $= \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{64}$
2. (i) $1728 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$
 त्रिकों में समूहित करने पर,
 $1728 = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3 \times 3)$
 प्रत्येक गुणन से एक गुणनखण्ड लेने पर,
 घनमूल $= 2 \times 2 \times 3 = 12$
 अथवा, $\sqrt[3]{1728} = 12$
 अतः यह पूर्ण घन है।

2	1728
2	864
2	432
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

- (ii) $9261 = 3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7 \times 7$
 त्रिक् बनाने पर,
 $9261 = 3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7 \times 7$
 प्रत्येक गुणन से एक गुणनखण्ड लेने पर,
 घनमूल $= 3 \times 7 = 21$
 अथवा, $\sqrt[3]{9261} = 21$
 अतः यह घूर्णघन है।

3	9261
3	3087
3	1029
7	343
7	49
7	7
	1

- (iii) $4000 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$
 त्रिक् बनाने पर,
 $4000 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$
 यहाँ रुढ़ गुणनखण्ड 2×2 त्रिक् नहीं बनता।
 अतः यह पूर्ण घन नहीं है।

2	4000
2	2000
2	1000
2	500
2	250
5	125
5	25
5	5
	1

- (iv) $10648 = 2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 11 \times 11$
 त्रिक् बनाने पर,
 $10648 = 2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 11 \times 11$
 प्रत्येक गुणन से एक गुणनखण्ड लेने पर,
 घनमूल $= 2 \times 11 = 22$
 अथवा, $\sqrt[3]{10648} = 22$
 अतः यह पूर्ण घन है।

2	10648
2	5324
2	2662
11	1331
11	121
11	11
	1

- (v) $5832 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$
 त्रिकों में समूहित करने पर,
 $5832 = (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3)$
 प्रत्येक गुणन से एक गुणनखण्ड लेने पर,
 घनमूल $= 2 \times 3 \times 3 = 18$
 अथवा, $\sqrt[3]{5832} = 18$
 अतः यह पूर्णघन है।

2	5832
2	2916
2	1458
9	729
9	81
9	9
	1

- (vi) $4608 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$
 त्रिक् बनाने पर,
 $4608 = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) \times 3 \times 3$
 यहाँ रूढ़ गुणनखण्ड 3×3 त्रिक नहीं बनता है।
 अतः यह पूर्ण घन नहीं है।

2	4608
2	2304
2	1152
2	576
2	288
2	144
2	72
2	36
2	18
3	9
3	3
	1

3. सम संख्याओं के घन—(i), (iv), (vi), (vii)
 विषम संख्याओं के घन—(ii), (iii), (v), (viii)
4. 13500 को गुणनखण्डों में तोड़ने पर,
 $13500 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$
 त्रिक् बनाने पर, $= 2 \times 2 \times (3 \times 3 \times 3) \times (5 \times 5 \times 5)$
 यहाँ रूढ़ गुणनखण्ड 2×2 त्रिक् नहीं बनते।
 यदि इसमें 2 से गुणा कर दे तो गुणनफल पूर्ण घन होगा।
 अतः वह छोटी-से-छोटी संख्या $= 2$

5. $27648 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

त्रिक् बनाने पर, $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

यहाँ रूढ़ गुणनखण्ड 2 का त्रिक् नहीं बनता। यदि इसमें 2 से भाग दे तो भागफल पूर्ण घन होगा।

अतः वह छोटी-से-छोटी संख्या = 2

6. $25088 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7$

त्रिक् बनाने पर,

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7$$

यहाँ रूढ़ गुणनखण्ड 7×7 त्रिक् नहीं बनते।

यदि इसमें 7 से गुणा कर दे तो प्राप्त गुणनफल पूर्ण घन होगा।

अतः वह छोटी से छोटी संख्या = 7

अतः $250088 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7$

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt[3]{250088} &= \sqrt[3]{(2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) \times 7 \times 7 \times 7} \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 7 \text{ [प्रत्येक त्रिक् से एक गुणनखण्ड लेने पर]} \\ &= 56 \end{aligned}$$

7. (i) घनमूल $= \sqrt[3]{5832}$

$$= \sqrt[3]{(2 \times 2 \times 2) \times (9 \times 9 \times 9)}$$

$$= 2 \times 9$$

$$= 18$$

2	5832
2	2916
2	1458
9	729
9	81
9	9
	1

(ii) $\sqrt[3]{74088}$

$$= \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 21 \times 21 \times 21}$$

$$= 2 \times 21 = 42$$

$\therefore 74088$ का घनमूल = 42

2	74088
2	37044
2	18522
21	9261
21	441
21	21
	1

$$(iii) \sqrt[3]{13824} = \sqrt[3]{\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3}_{2 \times 2 \times 2 \times 3}} = 24$$

$$(iv) \sqrt[3]{110592} = \sqrt[3]{\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3}_{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3}} = 48$$

$$(v) \sqrt[3]{117649} = \sqrt[3]{\underbrace{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7}_{7 \times 7}} = 49$$

$$(vi) \sqrt[3]{8000} = \sqrt[3]{\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5}_{2 \times 2 \times 5}} = 20$$

$$(vii) \sqrt[3]{157464} = \sqrt[3]{\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}_{2 \times 3 \times 3 \times 3}} = 54$$

$$(viii) \sqrt[3]{175616} = \sqrt[3]{\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7}_{2 \times 2 \times 2 \times 7}} = 56$$

$$(ix) \sqrt[3]{42875} = \sqrt[3]{\underbrace{5 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7}_{5 \times 7}} = 35$$

$$(x) \sqrt[3]{74088} = \sqrt[3]{\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7 \times 7}_{2 \times 3 \times 7}} = 42$$

$$8. (i) \sqrt[3]{\frac{64}{3375}} = \sqrt[3]{\frac{4 \times 4 \times 4}{15 \times 15 \times 15}} = \frac{4}{15} \quad (ii) \sqrt[3]{\frac{729}{5832}} = \sqrt[3]{\frac{9 \times 9 \times 9}{18 \times 18 \times 18}} = \frac{9}{18}$$

$$(iii) \sqrt[3]{\frac{125}{512}} = \sqrt[3]{\frac{5 \times 5 \times 5}{8 \times 8 \times 8}} = \frac{5}{8} \quad (iv) \frac{4913}{1000} = \sqrt[3]{\frac{17 \times 17 \times 17}{10 \times 10 \times 10}} = \frac{17}{10}$$

$$(v) \frac{729}{3375} = \sqrt[3]{\frac{9 \times 9 \times 9}{15 \times 15 \times 15}} = \frac{9}{15}$$

$$9. (i) \sqrt[3]{-4096} = -\sqrt[3]{4096} \\ = -\sqrt[3]{\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{(2 \times 2 \times 2 \times 2)}} \\ = -16$$

$$(ii) \sqrt[3]{-12167} = -\sqrt[3]{12167} \\ = -\sqrt[3]{\underbrace{23 \times 23 \times 23}_{23}} = -23$$

$$(iii) \sqrt[3]{-74.088} = -\sqrt[3]{\frac{74088}{1000}} \\ = -\sqrt[3]{\frac{6 \times 6 \times 6 \times 7 \times 7 \times 7}{10 \times 10 \times 10}}$$

$$= \left(\frac{6 \times 7}{10} \right) = - \left(\frac{42}{10} \right)$$

$$= -4.2$$

$$\begin{aligned} \text{(iv)} \quad \sqrt[3]{-0.001331} &= -\sqrt[3]{0.001331} \\ &= -\sqrt[3]{\frac{1331}{1000000}} = \sqrt[3]{\frac{11 \times 11 \times 11}{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}} \\ &= \frac{11}{10 \times 10} = \frac{11}{100} = 0.11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(v)} \quad \sqrt[3]{-157.464} &= -\sqrt[3]{157.464} \\ &= -\sqrt[3]{\frac{157464}{1000}} \\ &= -\sqrt[3]{\frac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5}} \\ &= -\frac{2 \times 3 \times 3 \times 3}{2 \times 5} \\ &= -\frac{54}{10} \\ &= -5.4 \end{aligned}$$

10. घनीय बक्से का आयतन = 74.088 सेमी^०³

घन की कोर = ?

$$\begin{aligned} \text{घन की कोर} &= \sqrt[3]{\text{घन का आयतन}} \\ &= \sqrt[3]{74.088} \\ &= \sqrt[3]{\frac{74088}{1000}} \\ &= \sqrt[3]{\frac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7 \times 7}{2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5}} \\ &= \frac{2 \times 3 \times 7}{2 \times 5} \\ &= \frac{42}{10} = 4.2 \text{ सेमी} \end{aligned}$$

प्रश्नावली 3.1

1. (i) $(-3)^5 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = -243$

(ii) $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$

(iii) $\left(\frac{-2}{5}\right)^3 = \frac{-2 \times -2 \times -2}{5 \times 5 \times 5} = \frac{-8}{125}$

(iv) $\left(\frac{2}{-3}\right)^4 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{-3 \times -3 \times -3 \times -3} = \frac{16}{81}$

(v) $\left(\frac{3}{7}\right)^6 = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7} = \frac{729}{117649}$

2. (i) $\left(\frac{-3}{4}\right) \times \left(\frac{-3}{4}\right) \times \left(\frac{-3}{4}\right) \times \left(\frac{-3}{4}\right) \times \left(\frac{-3}{4}\right) = \left(\frac{-3}{4}\right)^5$

(ii) $\left(\frac{-61}{73}\right) \times \left(\frac{-61}{73}\right) \times \left(\frac{-61}{73}\right) \times \left(\frac{-61}{73}\right) = \left(\frac{-61}{73}\right)^4$

3. (i) $\left(\frac{5}{9}\right)^3 = \frac{5 \times 5 \times 5}{9 \times 9 \times 9} = \frac{125}{729}$

(ii) $\left(\frac{-1}{4}\right)^5 = \frac{-1 \times -1 \times -1 \times -1 \times -1}{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4} = \frac{-1}{1024}$

(iii) $\left(\frac{-1}{3}\right)^5 = \frac{-1 \times -1 \times -1 \times -1 \times -1}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{-1}{243}$

(iv) $\left(\frac{-2}{7}\right)^3 = \frac{-2 \times -2 \times -2}{7 \times 7 \times 7} = \frac{-8}{343}$

(v) $\left(\frac{7}{-9}\right)^3 = \frac{7 \times 7 \times 7}{-9 \times -9 \times -9} = \frac{343}{729}$

4. (i) $\frac{-1}{243} = \left(\frac{-1}{3}\right) \times \left(\frac{-1}{3}\right) \times \left(\frac{-1}{3}\right) \times \left(\frac{-1}{3}\right) \times \left(\frac{-1}{3}\right) = \left(\frac{-1}{3}\right)^5$

$$(ii) \frac{1}{64} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \left(\frac{1}{2}\right)^6$$

$$(iii) \frac{81}{625} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{5 \times 5 \times 5 \times 5} = \left(\frac{3}{5}\right)^4$$

$$(iv) \frac{16}{49} = \frac{4 \times 4}{7 \times 7} = \left(\frac{4}{7}\right)^2$$

$$(v) \frac{121}{144} = \frac{11 \times 11}{12 \times 12} = \left(\frac{11}{12}\right)^2$$

$$5. (i) 2^4 \text{ का व्युत्क्रम} = \frac{1}{2^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

$$(ii) (-3)^5 \text{ का व्युत्क्रम} = \frac{1}{(-3)^5} = \left(\frac{1}{-3}\right)^5$$

$$(iii) \left(\frac{4}{5}\right)^6 \text{ का व्युत्क्रम} = \frac{1}{\left(\frac{4}{5}\right)^6} = \left(\frac{5}{4}\right)^6$$

$$(iv) \left(\frac{-5}{9}\right)^{29} \text{ का व्युत्क्रम} = \frac{1}{\left(\frac{-5}{9}\right)^{29}} = \left(\frac{9}{-5}\right)^{29}$$

$$(v) \left(\frac{-1}{5}\right) \text{ का व्युत्क्रम} = \frac{1}{\left(\frac{-1}{5}\right)} = \frac{5}{-1} = -5$$

$$6. (i) \left(\frac{2}{3}\right)^4 \times \left(\frac{-3}{4}\right)^2 \times \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{2^4 \times (-3)^2 \times (3)^2}{3^4 \times 4^2 \times 5^2}$$

$$= \frac{2^4 \times 3^{2+2}}{3^4 \times (2^2)^2 \times 5^2} = \frac{2^4 \times 3^4}{3^4 \times 2^4 \times 5^2} = \frac{1}{5^2}$$

$$= \frac{1}{25}$$

$$(ii) \left(\frac{6}{7}\right)^3 \times \left(\frac{7}{6}\right)^2 \times \left(\frac{-6}{8}\right)^3 = \frac{6^3 \times 7^2 \times (-6)^3}{7^3 \times 6^2 \times 8^3}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{(-1)^3 \times 6^{(3+3-2)}}{7^{(3-2)} \times 8^3} = \frac{-6^4}{7^1 \times 8^3} \\
&= \frac{-6^4}{7 \times 8^3} = \frac{-6 \times 6 \times 6 \times 6}{7 \times 8 \times 8 \times 8} \\
&= \frac{-6 \times 3 \times 3 \times 3}{7 \times 4 \times 4 \times 4} = \frac{-81}{224}
\end{aligned}$$

7. (i) $\left[\left(\frac{-3}{7}\right)^2\right]^5 = \left(\frac{-3}{7}\right)^{2 \times 5} = \left(\frac{-3}{7}\right)^{10}$

(ii) $\left(\frac{-2}{3}\right)^4 \times \left(\frac{-2}{3}\right)^5 = \left(\frac{-2}{3}\right)^{4+5} = \left(\frac{-2}{3}\right)^9$

(iii) $\left(\frac{2}{-5}\right)^6 \times \left(\frac{2}{-5}\right)^2 = \left(\frac{2}{-5}\right)^{6+2} = \left(\frac{2}{-5}\right)^8$

(iv) $\left(\frac{-5}{7}\right)^2 \div \left(\frac{-5}{7}\right)^3 = \frac{\left(\frac{-5}{7}\right) \times \left(\frac{-5}{7}\right)}{\left(\frac{-5}{7}\right) \times \left(\frac{-5}{7}\right) \times \left(\frac{-5}{7}\right)} = \frac{1}{\left(\frac{-5}{7}\right)} = \left(\frac{7}{-5}\right)^1$

(v) $\left(\frac{-5}{7}\right)^2 \div \left(\frac{-5}{7}\right)^5 = \frac{\left(\frac{-5}{7}\right) \times \left(\frac{-5}{7}\right)}{\left(\frac{-5}{7}\right) \times \left(\frac{-5}{7}\right) \times \left(\frac{-5}{7}\right) \times \left(\frac{-5}{7}\right) \times \left(\frac{-5}{7}\right)}$
 $= \frac{1}{\left(\frac{-5}{7}\right) \times \left(\frac{-5}{7}\right) \times \left(\frac{-5}{7}\right)} = \left(\frac{1}{\frac{-5}{7}}\right)^3 = \left(\frac{7}{-5}\right)^3$

(vi) $\left(\frac{-3}{5}\right)^4 \times \left(\frac{-7}{10}\right)^4 = \frac{(-3)^4 \times (-7)^4}{(5)^4 \times (10)^4} = \frac{(-3 \times -7)^4}{(5 \times 10)^4} = \left(\frac{21}{50}\right)^4$

8. (i) $\left[\left(\frac{-1}{2}\right)^3\right]^2 = \left(\frac{-1}{2}\right)^{3 \times 2} = \left(\frac{-1}{2}\right)^6 = \frac{1}{32}$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad \left(\frac{6}{7}\right)^3 \div \left(\frac{6}{7}\right)^5 &= \frac{\left(\frac{6}{7}\right) \times \left(\frac{6}{7}\right) \times \left(\frac{6}{7}\right)}{\left(\frac{6}{7}\right) \times \left(\frac{6}{7}\right) \times \left(\frac{6}{7}\right) \times \left(\frac{6}{7}\right) \times \left(\frac{6}{7}\right)} \\ &= \frac{1}{\left(\frac{6}{7}\right) \times \left(\frac{6}{7}\right)} = \frac{1}{\left(\frac{6}{7}\right)^2} = \frac{1}{\frac{36}{49}} = \frac{49}{36} \end{aligned}$$

$$\text{(iii)} \quad \left(\frac{-4}{9}\right)^7 \div \left(\frac{-4}{9}\right)^5 = \left(\frac{-4}{9}\right)^{7-5} = \left(\frac{-4}{9}\right)^2 = \frac{16}{81}$$

$$\text{(iv)} \quad \left(\frac{-4}{5}\right)^2 \div \left(\frac{-4}{5}\right)^3 = \left(\frac{-4}{5}\right)^{2-3} = \left(\frac{-4}{5}\right)^{-1} = \frac{1}{\left(\frac{-4}{5}\right)} = \frac{-5}{4}$$

प्रश्नावली 3.2

$$1. \quad \text{(i)} \quad 3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{81}$$

$$\text{(ii)} \quad (-2)^{-4} = \frac{1}{(-2)^4} = \frac{1}{-2 \times -2 \times -2 \times -2} = \frac{1}{16}$$

$$\text{(iii)} \quad \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^3} = \frac{1}{\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{27}} = \frac{27}{1} = 27$$

$$\text{(iv)} \quad \left(\frac{1}{2^3}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{8}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{8}\right)^2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{64}\right)} = \frac{64}{1} = 64$$

$$\text{(v)} \quad 2^{-3} \times (-7)^{-1} = \frac{1}{2^3} \times \frac{1}{(-7)} = \frac{1}{8} \times \frac{1}{(-7)} = \frac{1}{-56}$$

$$2. \quad \text{(i)} \quad \left(\frac{1}{2^3}\right)^2 = \frac{1}{2^3} \times \frac{1}{2^3} = \frac{1}{2^{3+3}} = \frac{1}{2^6}$$

$$\text{(ii)} \quad (-5)^6 \div (-5)^9 = (-5)^{6-9} = (-5)^{-3} = \frac{1}{(-5)^3}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(iii)} \quad (3^{-8} \div 3^{12}) \times 3^{-4} &= \frac{3^{-8}}{3^{12}} \times 3^{-4} = \frac{3^{-8-4}}{3^{12}} \\
 &= \frac{3^{-12}}{3^{12}} = \frac{1}{3^{12} \times 3^{12}} = \frac{1}{3^{12+12}} \\
 &= \frac{1}{3^{24}}
 \end{aligned}$$

$$\text{(iv)} \quad (-4)^3 \times \left(\frac{7}{4}\right)^3 = \frac{(-4)^3 \times (7)^3}{(4)^3} = \frac{(-1)^3 \times 4^3 \times 7^3}{4^3} = -7^3$$

$$3. \quad \text{(i)} \quad \left[\left(\frac{-4}{9}\right)^2\right]^3 = \left(\frac{-4}{9}\right)^6 = \left[\frac{4}{9}\right]^6 = \left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^6 = \left(\frac{2}{3}\right)^{12} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-12}$$

$$\text{(ii)} \quad \left(\frac{4}{9}\right)^3 = \left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^6 = \left(\frac{3}{2}\right)^{-6}$$

$$\text{(iii)} \quad 7^4 \times \left(\frac{3}{-7}\right)^4 = \frac{7^4 \times 3^4}{(-7)^4} = \frac{7^4 \times 3^4}{(-1)^4 \times (7)^4} = \frac{3^4}{1} = 3^4$$

$$\text{(iv)} \quad \left(\frac{17}{19}\right)^7 \times \left(\frac{17}{19}\right)^4 = \left(\frac{17}{19}\right)^{7+4} = \left(\frac{17}{19}\right)^{11}$$

$$4. \quad \text{(i)} \quad (3^{-1} \times 5^{-1}) \div 2^{-3} = \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{5}\right) \div \frac{1}{2^3} = \frac{1}{15} \div \frac{1}{8} = \frac{1}{15} \times \frac{8}{1} = \frac{8}{15}$$

$$\text{(ii)} \quad (6^0 + 8^{-1}) \times 3^3 = \left(1 + \frac{1}{8}\right) \times 3^3 = \frac{9}{8} \times 3^3 = \frac{9}{8} \times 27 = \frac{243}{8}$$

$$\text{(iii)} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{1}\right)^2 + \left(\frac{3}{1}\right)^2 + \left(\frac{4}{1}\right)^2 = 4 + 9 + 16 = 29$$

$$\text{(iv)} \quad (3^{-1} + 4^{-1} + 5^{-1})^0 = 1 \quad [\cdot (a)^0 = 1]$$

$$\text{(v)} \quad \left[\left(\frac{-3}{4}\right)^{-2}\right]^2 = \left(\frac{-3}{4}\right)^{-4} = \left(\frac{4}{-3}\right)^4 = \frac{4 \times 4 \times 4 \times 4}{-3 \times -3 \times -3 \times -3} = \frac{256}{-81}$$

$$\text{(vi)} \quad \frac{8^{-1} \times 5^3}{2^{-4}} = \frac{2^4 \times 5^3}{8^1} = \frac{16^2 \times 5^3}{8} = 2 \times 125 = 250$$

$$5. \quad 3^m \div 3^{-3} = 3^5$$

$$\frac{3^m}{3^{-3}} = 3^5$$

$$3^{m-(-3)} = 3^5$$

$$3^{m+3} = 3^5$$

$$m+3 = 5$$

$$m = 5 - 3$$

$$m = 2$$

$$[e^m \div a^n = a^{m-n}]$$

$$\begin{aligned} 6. \quad (i) \quad \left[\left(\frac{1}{4} \right)^{-1} - \left(\frac{1}{5} \right)^{-1} \right]^{-1} &= \left[\left(\frac{4}{1} \right)^1 - \left(\frac{5}{1} \right)^1 \right]^{-1} \\ &= [4 - 5]^{-1} = [(-1)]^{-1} = \frac{1}{(-1)^1} = \frac{1}{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (ii) \quad \left(\frac{7}{10} \right)^{-6} \times \left(\frac{10}{7} \right)^{-2} &= \left(\frac{10}{7} \right)^6 \times \left(\frac{7}{10} \right)^2 \\ &= \frac{(10)^6 \times (7)^2}{(7)^6 \times (10)^2} = \frac{10^{6-2}}{7^{6-2}} \\ &= \frac{10^4}{7^4} = \left(\frac{10}{7} \right)^4 = \frac{10000}{2401} \end{aligned}$$

प्रश्नावली 3.3

1. (i) पृथ्वी से सूर्य की दूरी = 149,600,000,000 मी०
 $= 1496 \times 10^8 = 1.496 \times 10^{11}$ मी०
- (ii) पृथ्वी से चंद्रमा की दूरी = 384,467,000 मी०
 $= 384,467 \times 10^3$
 $= 3.84467 \times 10^8$ मी०
- (iii) सूर्य की औसत त्रिज्या = 6950000 मी० = $695 \times 10^4 = 6.95 \times 10^6$ मी०
- (iv) चिप पर तार का व्यास = 0.000003 मी०
 $= \frac{3}{1000000} = \frac{3}{10^6} = 3 \times 10^{-6}$ मी०
- (v) जीवाणु का आकार = 0.0000005 मी० = $\frac{5}{10000000} = 5 \times 10^{-7}$ मी०
- (vi) इलेक्ट्रॉन का आवेश = 0.000,000,000,000,000,000,16 कूलाम

$$= \frac{16}{1000,000,000,000,000,000,000,000}$$

$$= \frac{16}{10^{20}} = 16 \times 10^{-20} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ कूलाम}$$

$$(vii) \text{ एक माइक्रोन} = \frac{1}{1000000} \text{ मी०} = \frac{1}{10^6} = 1 \times 10^{-6} = 10^{-6} \text{ मी०}$$

$$2. (i) \text{ पादप कोशिका की माप} = 1.275 \times 10^{-5} \text{ मी०}$$

$$= \frac{1.275}{10^5} = \frac{1275}{100000000} = 0.00001275 \text{ मी०}$$

$$(ii) \text{ लाल रक्त कोशिका की माप} = 7 \times 10^{-6} \text{ मी०}$$

$$= \frac{7}{10^6} = \frac{7}{1000000} = 0.000007 \text{ मी०}$$

$$(iii) \text{ तार का व्यास} = 3 \times 10^{-6} \text{ मी०}$$

$$= \frac{3}{10^6} = \frac{3}{1000000} = 0.000003 \text{ मी०}$$

$$(iv) \text{ कागज की मोटाई} = 7 \times 10^{-5} \text{ मी०} = \frac{7}{10^5} = \frac{7}{100000} = 0.00007 \text{ मी०}$$

$$(v) \text{ पृथ्वी का व्यास} = 1.2756 \times 10^7$$

$$= 1.2756 \times 10000000$$

$$= \frac{12756}{10000} \times 10000000 = 12756000 \text{ मी०}$$

$$3. \text{ सूर्य का व्यास} = 1.4 \times 10^9 \text{ मी०}$$

$$= 14 \times 10^8 \text{ मी०}$$

$$\text{पृथ्वी का व्यास} = 1.2756 \times 10^7 \text{ मी०}$$

$$= 12756 \times 10^3 \text{ मी०}$$

$$\text{अभीष्ट तुलना} = \frac{14 \times 10^8}{12756 \times 10^3}$$

$$= \frac{1400000}{12756} = 109.75$$

$$\cong 110$$

अतः सूर्य का व्यास, पृथ्वी के व्यास से लगभग 110 गुना अधिक है।

$$4. \text{ लाल रक्त कोशिका की माप} = 0.000007 \text{ मी०}$$

और पादप कोशिका की माप = 0.00001275 मी०

$$\text{अभीष्ट तुलना} = \frac{0.00001275}{0.000007} = 1.82 \cong 1.8$$

अतः पादप कोशिका की माप, लाल रक्त कोशिका की माप से लगभग 1.8 गुना अधिक होती है।

5. सूर्य और पृथ्वी के बीच की दूरी = 1.496×10^{11} मी०

पृथ्वी और चंद्रमा के बीच की दूरी = 3.84×10^8 मी०

$$\therefore \text{चंद्रमा और सूर्य के बीच की दूरी} = 1.496 \times 10^{11} - 3.84 \times 10^8 \\ = 1.49216 \times 10^{11} \text{ मी०}$$

4

संख्याओं के साथ खेल

प्रश्नावली 4.1

1. (i) 3, 6, 9, 12, 15, 18 (ii) 1, 8, 27, 64, 125
(iii) -7, -14, -21, -28, -35 (iv) 4, 16, 36, 64, 100, 144
(v) 5, 10, 20, 40, 80, 160

2.

95	87	76
30	12	15
60	75	61

$$\therefore 95 - 60 = 30$$

$$87 - 75 = 12$$

$$\therefore 76 - 61 = 15$$

C L O U D R A I N A R O U N D

3. चूँकि | | | | और | | | | तो | | | |
5 9 4 3 2 1 6 7 8 6 1 4 3 8 2

4. 6656839436736432864682663

$\therefore$ ऐसे 2 अंक हैं।

5. निखिल > आलोक > कबीर > सुरेख > प्रकाश

$\therefore$ आरेख से स्पष्ट है कि निखिल को सबसे अधिक अंक मिले।

6. 4 के समीपवर्ती संख्यायें = 2, 3, 5, 6

$\therefore$ 4 के विपरीत संख्या = 1

7. दी हुई आकृति में अभीष्ट घनों की संख्या = 10

8. जिस प्रकार $\sqrt{289} = 17$ इसी प्रकार $\sqrt{169} = 13$

9. $P = \div, Q = \times, R = +, S = -$

$$11Q 14 P 2 R 10 S 8 = 11 \times 14 \div 2 + 10 - 8 \\ = 11 \times 7 + 10 - 8 = 77 + 10 - 8 = 77 + 2 = 79$$

10. माना पहली संख्या $= 10a + b$

तथा दूसरी संख्या $= 10x + y$

प्रश्नानुसार, ईकाई अंकों का गुणनफल $= 28$

$$\Rightarrow by = 28 \quad \dots(i)$$

तथा दहाई अंकों का गुणनफल $= 15 \Rightarrow ax = 15 \dots(ii)$

और दोनों संख्याओं का गुणनफल $= 1938$

$$\Rightarrow (10a + b)(10x + y) = 1938 \quad \dots(iii)$$

समी० (iii) से, $(10a + b)(10x + y) = 1938$

$$100ax + 10ay + 10bx + by = 1938$$

$$100 \times 15 + 10(ay + bx) + 28 = 1938$$

$$10(ay + bx) = 1938 - 1528 = 410$$

$$ay + bx = \frac{410}{10} = 41 \quad \dots(iv)$$

समी० (i) से, ईकाई अंकों का गुणनफल 28 है। अतः 28 के गुणनखण्ड करने पर $28 = 2 \times 2 \times 7$

$\therefore$ 28 के सम्भावित जोड़े $= (2 \times 14, 4 \times 7)$

इसी प्रकार, समी० (ii) से, दहाई के अंक 15 के सम्भावित जोड़े $= (3 \times 5 \text{ या } 5 \times 3)$

समी (iv) से, हम संख्याओं का ऐसे, युग्म लेगे जिनका गुणनफल 41 तथा ईकाई एवं दहाई अंकों का गुणनफल क्रमशः 28 व 15 हो।

$\therefore 3 \times 5 + 4 \times 7 = 43$ (जो कि अमान्य है।)

$$3 \times 7 + 4 \times 5 = 41$$

अतः ईकाई के अंक होंगे $= 4, 7$

तथा दहाई के अंक होंगे $= 3, 5$

$\therefore$ संख्या होगी $= 10 \times 3 + 4 = 34$

$$\text{तथा } 10 \times 5 + 7 = 57$$

11. प्रश्न 10. की भाँति स्वयं कीजिए।

12. संलग्न चित्र में त्रिभुजों की कुल संख्या $= 11$ ($\triangle ACD, \triangle ABF, \triangle ABH, \triangle BHF, \triangle CBF, \triangle CBG, \triangle BGF, \triangle ACF, \triangle CFE, \triangle EFD, \triangle CFD$)

13. (i) $3 \times 9 = 27 \Rightarrow 72$ (अंक बदलने पर)
 $4 \times 8 = 32 \Rightarrow 23$ (अंक बदलने पर)
 $5 \times 7 = 35 \Rightarrow 53$ (अंक बदलने पर)

(ii) $4 + 5 + a = 18$; $4 + 8 + 12 = 24$

$\therefore 2 + 7 + 5 = 14$

14.	4	25	6	49
	16	5	36	7

प्रश्नावली 4.2

- शून्य या सम अंक से समाप्त होने वाली संख्याएँ 2 से विभाज्य होती हैं।
 अतः 2 से विभाज्य होने वाली संख्याएँ हैं—
 (i), (iii), (v), (vi)
- वे संख्याएँ जिनके अंकों का योग 9 से विभाज्य होता है, 9 से विभाज्य होती हैं।
 (i) $35847 = 3 + 5 + 8 + 4 + 7 = 27$, 9 से विभाज्य है।
 (ii) $2034 = 2 + 0 + 3 + 4 = 9$, 9 से विभाज्य है।
 (iii) $456 = 4 + 5 + 6 = 15$, 9 से विभाज्य नहीं है।
 (iv) $693 = 6 + 9 + 3 = 18$, 9 से विभाज्य है।
 (v) $1332 = 1 + 3 + 3 + 2 = 9$, 9 से विभाज्य है।
 (vi) $25302 = 2 + 5 + 3 + 0 + 2 = 12$, 9 से विभाज्य नहीं है।
 (vii) $94531 = 9 + 4 + 5 + 3 + 1 = 22$, 9 से विभाज्य नहीं है।
 (viii) $72061 = 7 + 2 + 0 + 6 + 1 = 16$, 9 से विभाज्य नहीं है।
- वे संख्याएँ जिनके अंकों का योग 3 से विभाज्य होता है, 3 से विभाज्य होती हैं।
 (i) $777 = 7 + 7 + 7 = 21$, 3 से विभाज्य है।
 (ii) $474 = 4 + 7 + 4 = 15$, 3 से विभाज्य है।
 (iii) $54252 = 5 + 4 + 2 + 5 + 2 = 18$, 3 से विभाज्य है।
 (iv) $175412 = 1 + 7 + 5 + 4 + 1 + 2 = 20$, 3 से विभाज्य है।
 (v) $7794 = 7 + 7 + 9 + 4 = 27$, 3 से विभाज्य है।
 (vi) $44949 = 4 + 4 + 9 + 4 + 9 = 30$, 3 से विभाज्य है।
 (vii) $4595 = 23$, 3 से विभाज्य नहीं है।
 (viii) $5070 = 5 + 0 + 7 + 0 = 12$, 3 से विभाज्य है।
- वे संख्याएँ जिनका ईकाई का अंक 5 या शून्य (0) होता है, 5 से विभाज्य होती हैं।
 अतः 5 से विभाज्य होने वाली संख्याएँ हैं—

(i), (iii), (v), (vii)

5. यदि किसी संख्या का ईकाई का अंक शून्य (0) है, तो वह संख्या 10 से विभाज्य होगी।
अतः 10 से विभाज्य होने वाली संख्याएँ हैं—

(i), (ii), (iii), (iv), (vi), (vii), (viii)

5

समानुपात और व्युत्क्रमानुपात

प्रश्नावली 5.1

1.

p	80	60	40	20
q	160	120	80	40
$M = \frac{p}{q}$	$\frac{80}{160} = \frac{1}{2}$	$\frac{60}{120} = \frac{1}{2}$	$\frac{40}{80} = \frac{1}{2}$	$\frac{20}{40} = \frac{1}{2}$

2. अनुलोम समानुपाती सारणी से I और II कॉलम से : $6 : 16 :: 9 : x$

$$\Rightarrow \frac{6}{16} = \frac{9}{x} \quad \Rightarrow 6x = 9 \times 16 \quad \Rightarrow x = \frac{9 \times 16}{6} = 24$$

I और III कॉलम से : $6 : 16 :: y : 48$

$$\Rightarrow \frac{6}{16} = \frac{y}{48} \quad \Rightarrow 16y = 6 \times 48 \quad \Rightarrow y = \frac{6 \times 48}{16} = 18$$

I और IV कॉलम से :

$6 : 16 :: z : 36$

$$\Rightarrow \frac{6}{16} = \frac{z}{36} \quad \Rightarrow 16z = 6 \times 36 \quad \Rightarrow z = \frac{6 \times 36}{16} = 13.5$$

I और V कॉलम से :

$6 : 16 :: 3 : w$

$$\Rightarrow \frac{6}{16} = \frac{3}{w} \quad \Rightarrow 6w = 3 \times 16 \quad \Rightarrow w = \frac{3 \times 16}{6} = 8$$

3. समय (मिनट) पहले से कम हुआ है, अतः शब्द भी कम टाईप होंगे। अतः यह अनुलोम समानुपात है।

माना 6 मिनट में वह x शब्द टाईप करेगा।

समय (मिनट) ↓	शब्द ↓
30	540
6	x

अर्थात् $30 : 6 :: 540 : x$

$$30x = 6 \times 540$$

$$x = \frac{6 \times 540}{30} = 108$$

अतः 6 मिनट में आराधना 108 शब्द टाईप करेगी।

4. यहाँ दूध की खपत प्रतिमाह पहले से अधिक हुई है: अतः मरीजों की संख्या भी अधिक होगी। अतः यह अनुलोम समानुपात है।

माना बढ़े हुए दूध की खपत, x मरीजों के लिए पर्याप्त होगी।

दूध की खपत (लीटर प्रतिमाह) ↓	मरीजों की संख्या ↓
1350	60
1710	x

अर्थात् $1350 : 1710 :: 60 : x$

$$1350 \times x = 60 \times 1710$$

$$x = \frac{60 \times 1710}{1350} = 76$$

अतः बढ़े हुए दूध की खपत, 76 मरीजों के लिए पर्याप्त होगी।

5. अनुलोम समानुपात से,

छड़ की लम्बाई (मी०) ↓	वजन (किग्रा) ↓
13	23.4
6	x

अर्थात् $13 : 6 :: 23.4 : x \Rightarrow 13 \times x = 23.4 \times 6$

$$\Rightarrow x = \frac{23.4 \times 6}{13} = 10.8$$

अतः समान मोटाई की 6 मी० छड़ का वजन 10.8 किग्रा होगा।

6. $4 \text{ गेंद} = 3 \text{ कलम} \Rightarrow 4B = 3p$

$$\Rightarrow 1P = \frac{4}{3}B$$

$$\begin{aligned}\therefore 6 \text{ गेंद} + 6 \text{ कलम} &= 6B + 6P \\ &= 6B + 6 \times \left(\frac{4}{3}B\right) \\ &= 6B + 8B \\ &= 14B = 14 \text{ गेंद}\end{aligned}$$

अब माना 6 गेंद + 6 कलमों (अर्थात् 14 गेंदों) का मूल्य ₹ x है।

$$\begin{array}{ccc}\therefore & \text{गेंदों की संख्या} & \text{मूल्य (₹)} \\ & \begin{array}{c} 4 \\ 14 \end{array} \downarrow & \begin{array}{c} 12 \\ x \end{array} \downarrow\end{array}$$

अर्थात् $4 : 14 :: 12 : x$

$$\begin{aligned}4x &= 14 \times 12 \\ x &= \frac{14 \times 12}{4} = 42\end{aligned}$$

अतः 6 गेंदों तथा 6 कलमों का संयुक्त मूल्य ₹ 42 है।

7. अनुलोम समानुपात से

$$\begin{array}{ccc}\text{छड़ का द्रव्यमान (ग्राम)} & & \text{छड़ की लम्बाई (सेमी.)} \\ \begin{array}{c} 180 \\ 105 \end{array} \downarrow & & \begin{array}{c} 15 \\ x \end{array} \downarrow \\ \text{अर्थात्} & 180 : 105 :: 15 : x & \\ & 180 \times x = 105 \times 15 & \\ & x = \frac{105 \times 15}{180} = 8.75 & \end{array}$$

अतः 105 ग्राम द्रव्यमान वाली छड़ की लम्बाई 8.85 सेमी।

8. अनुलोम समानुपात से, माना 10 कलमों का मूल्य ₹ x होगा।

$$\begin{array}{ccc}\text{कलम} & & \text{मूल्य ₹} \\ \begin{array}{c} 6 \\ 10 \end{array} \downarrow & & \begin{array}{c} 24 \\ x \end{array} \downarrow \\ \text{अर्थात्} & 6 : 10 :: 24 : x & \\ & 6x = 24 \times 10 & \end{array}$$

$$x = \frac{24 \times 10}{6} = 40$$

अतः 10 कलमों का मूल्य ₹ 40 है।

9. अनुलोम समानुपात से,
माना ब्याज ₹ I_2 होगा।

मूलधन (धरोहर) ↓	ब्याज ↓
3000	750
3600 ↓	I_2 ↓

अर्थात् $3000 : 3600 :: 750 : I_2$

$$3000 \times I_2 = 3600 \times 750$$

$$I_2 = \frac{3600 \times 750}{3000} = ₹ 900$$

अतः ₹ 3600 की धरोहर पर ₹ 900 ब्याज मिलेगा।

10. अनुलोम समानुपात से, ज्यादा पन्नों को छापने में ज्यादा समय लगेगा।

पन्नों की संख्या ↓	लगा समय (मिनट में) ↓
200	5
2000 ↓	x ↓

अर्थात् $200 : 2000 :: 5 : x$

$$200 \times x = 2000 \times 5 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{2000 \times 5}{200} = 50$$

अतः 2×10^3 पन्नों को छापने में 50 मिनट लगेगी।

प्रश्नावली 5.2

1. चूँकि V और P व्युत्क्रमानुपाती हैं

अतः एवं, $2 \times a = 48 \times b$

$$a = \frac{48b}{2} = 24b \quad \dots(1)$$

साथ ही, $48 \times b = 60 \times \frac{3}{2}$

$$b = \frac{60}{48} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{8}$$

∴

$$b = \frac{15}{8}$$

समी० (1) से, $a = 24 \times \frac{15}{8} = 45$

∴

$$a = 45$$

और, $60 \times \frac{3}{2} = C \times 1$

$$30 \times 3 = C$$

$$90 = C$$

∴

$$C = 90$$

पुनः, $C \times 1 = 100 \times d$

$$90 \times 1 = 100 \times d$$

$$\frac{90}{100} = d$$

$$0.9 = d$$

∴

$$d = 0.9$$

2. मजदूरों तथा दिनों की संख्या में प्रतिलोम समानुपात है। मान लिया उसी काम को 15 मजदूर x दिनों में करेंगे।

मजदूरों की संख्या

$$36$$

$$15$$



दिनों की संख्या

$$25$$

$$x$$



अतः $36 : 15 :: x : 25$

या $36 \times 25 = 15 \times x$

या $x = \frac{36 \times 25}{15} = 60$

अतः अभीष्ट दिन = 60 दिन

3. यहाँ मजदूरों की संख्या तथा दिनों की संख्या में प्रतिलोम समानुपात है। मान लिया 21 मजदूर उसे x दिनों में बनाएंगे।

मजदूरों की संख्या

$$6$$

$$21$$



दिनों की संख्या

$$7$$

$$x$$



अतः $6 : 21 :: x : 7$

$$\text{या } 21 \times x = 6 \times 7$$

$$x = \frac{42}{21} = 2$$

अतः अभीष्ट दिन = 2

4. यहाँ व्यक्तियों की संख्या तथा दिनों की संख्या में प्रतिलोम समानुपात है। माना उसी खेत को काटने के लिए x व्यक्तियों की आवश्यकता होगी।

दिनों की संख्या ↓	व्यक्तियों की संख्या ↑
35	18
15	x

$$\text{अतः } 35 : 15 :: x : 18$$

$$\text{या } 15 \times x = 35 \times 18$$

$$x = \frac{35 \times 18}{15} = 42$$

अतः 42 व्यक्तियों की आवश्यकता होगी।

5. चाल तथा समय में प्रतिलोम समानुपात है। मान लिया उसी दूरी को कार x घण्टे में तय करेगी।

चाल (किमी० प्रति घण्टे) ↓	समय (घण्टों में) ↑
15	4
12	x

$$\text{अतः } 15 : 12 :: x : 4$$

$$\text{या } 12 \times x = 15 \times 4$$

$$x = \frac{15 \times 4}{12}$$

$$x = 5 \text{ घण्टे}$$

अतः अभीष्ट समय = 5 घण्टे

6. यहाँ प्रमिकों की संख्या तथा दिनों की संख्या में प्रतिलोम समानुपात है।

$$\therefore 2 \text{ कुशल श्रमिक} = 3 \text{ श्रमिक}$$

$$\Rightarrow 1 \text{ कुशल श्रमिक} = \frac{3}{2} \text{ श्रमिक}$$

$$\begin{aligned} \therefore 6 \text{ कुशल श्रमिक} + 1 \text{ श्रमिक} &= 6 \times 1 \text{ कुशल श्रमिक} + 1 \text{ श्रमिक} \\ &= 6 \times \frac{3}{2} \text{ श्रमिक} + 1 \text{ श्रमिक} \end{aligned}$$

$$= 9 \text{ श्रमिक} + 1 \text{ श्रमिक} = 10 \text{ श्रमिक}$$

अब, 3 श्रमिक (= 2 कुशल श्रमिक) एक काम को 20 दिन में कर सकते हैं तो 10 श्रमिक (= 6 कुशल श्रमिक + 1 श्रमिक) उसी काम को कितने दिनों में करेंगे।

माना उसी काम को सभी श्रमिक x दिनों में करेंगे।

श्रमिकों की संख्या	दिनों की संख्या
3	20
10	x

$$\text{अतः } 3 : 10 :: x : 20$$

$$\text{या, } 10 \times x = 3 \times 20$$

$$x = \frac{3 \times 20}{10}$$

$$x = 6$$

अतः 6 कुशल श्रमिक + 1 श्रमिक (= 10 श्रमिक) उसी काम को 6 दिनों में करेंगे।

7. माना बीना को x घण्टे प्रतिदिन अतिरिक्त घण्टे काम करना होगा।

दिन	घण्टे
15	4
10	x

$$\text{अतः } 15 : 10 :: x : 4$$

$$\text{या, } 10 \times x = 15 \times 4$$

$$x = \frac{60}{10} = 6$$

अतः बीना को 6 घण्टे प्रतिदिन अतिरिक्त घण्टे काम करना होगा।

8. माना भोजन x दिनों के लिए पर्याप्त होगा।

भोजन की मात्रा (ग्राम)	दिनों की संख्या
700	42
600	x

$$\text{अतः } 700 : 600 :: x : 42$$

$$\text{या, } 600 \times x = 700 \times 42$$

$$x = \frac{700 \times 42}{600} = 49$$

अतः भोजन 49 दिनों के लिए पर्याप्त होगा।

9. तरणताल भरने में लगा समय(घण्टे)

$$5\frac{1}{3} = \frac{16}{3}$$

पंपों की संख्या

4

x

$$\text{अतः } 8 : \frac{16}{3} :: x : 4$$

$$\text{या, } \frac{16}{3} \times x = 8 \times 4$$

$$x = \frac{8 \times 4 \times 3}{16} = 6$$

अतः $5\frac{1}{3}$ घण्टों में तरणताल को भरने के लिए 6 पंपों की आवश्यकता होगी।

10. यहाँ बुनाई के घण्टे तथा दिनों में प्रतिलोम समानुपात है। माना प्रतिदिन उसे x घण्टा बुनना होगा।

दिन
8
6

बुनाई के घण्टे
4
 x

$$\text{अतः } 8 : 6 :: x : 4$$

$$\text{या, } 6 \times x = 8 \times 4$$

$$x = \frac{8 \times 4}{6} = \frac{16}{3}$$

$$x = 5\frac{1}{3}$$

अतः 6 दिन में स्वेटर पूरा करने के लिए प्रतिदिन उसे $5\frac{1}{3}$ घण्टे बुनना होगा।

प्रश्नावली 5.3

$$1. \quad \text{मनदीप का 1 दिन का काम} = \frac{1}{4}$$

$$\text{सुखविन्दर का 1 दिन का काम} = \frac{1}{6}$$

$$\therefore \text{दोनों का मिलकर 1 दिन का काम} = \frac{1}{4} + \frac{1}{6}$$

$$= \frac{6+4}{24} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$$

$$\therefore \text{दोनों मिलकर उसी कार्य को } \frac{1}{\frac{5}{12}} = \frac{12}{5}$$

अर्थात् $2\frac{2}{5}$ दिन में बना सकते हैं।

$$2. \quad \text{धर्मवीर का 1 दिन का काम} = \frac{1}{10}$$

$$\text{राजीव का 1 दिन का काम} = \frac{1}{15}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{दोनों का मिलकर 1 दिन का काम} &= \frac{1}{10} + \frac{1}{15} \\ &= \frac{15+10}{150} = \frac{25}{150} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{दोनों मिलकर उसी कार्य को } \frac{1}{\frac{1}{6}} = 6 \text{ दिन में पूरा कर लेंगे।}$$

$$3. \quad X \text{ का 1 दिन का काम} = \frac{1}{10}$$

$$(X+Y) \text{ का 1 दिन का काम} = \frac{1}{6}$$

$$\begin{aligned} \therefore Y \text{ का 1 दिन का काम} &= \frac{1}{6} - \frac{1}{10} \\ &= \frac{10-6}{60} = \frac{4}{60} \\ &= \frac{1}{15} \end{aligned}$$

अतः Y अकेला उस काम को 15 दिन में कर सकता है।

चूँकि Y अकेला 1 काम को 15 दिनों में करता है

$$\text{तो } Y \text{ का 1 दिन का काम} = \frac{1}{15}$$

$$\therefore Y \text{ का 3 दिन का काम} = 3 \times \frac{1}{15}$$

$$= \frac{1}{5}$$

$$\therefore \text{शेष काम} = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

$$4. (M+N) \text{ का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{12}$$

$$(N+P) \text{ का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{15}$$

$$(P+M) \text{ का 1 दिन में का कार्य} = \frac{1}{20}$$

तीनों को जोड़ने पर, $2(M+N+P)$ का 1 दिन का काम

$$= \frac{1}{12} + \frac{1}{15} + \frac{1}{20}$$

$$= \frac{5+4+3}{60} = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$$

$$\therefore (M+N+P) \text{ का 1 दिन का काम} = \frac{1}{5 \times 2} = \frac{1}{10}$$

$$\text{परंतु } (M+N) \text{ का 1 दिन का काम} = \frac{1}{12}$$

$$\therefore P \text{ का 1 दिन का काम} = \frac{1}{10} - \frac{1}{12} = \frac{12-10}{120}$$

$$= \frac{2}{120} = \frac{1}{60}$$

अतः P अकेला उस काम को 60 दिन में कर लेगा।

$$\text{इसी प्रकार, } M \text{ का 1 दिन का काम} = \frac{1}{10} - \frac{1}{15}$$

$$= \frac{15-10}{150}$$

$$= \frac{5}{150} = \frac{1}{30}$$

अतः M अकेला उस काम को 30 दिन में करेगा।

$$\begin{aligned}\text{तथा } N \text{ का 1 दिन का काम} &= \frac{1}{10} - \frac{1}{20} \\ &= \frac{2-1}{20} = \frac{1}{20}\end{aligned}$$

अतः N अकेला उस काम को 20 दिन में कर लेगा।

$$5. \quad \text{मीनाक्षी 2 दिन में काम करती है} = \frac{1}{5} \text{ भाग}$$

$$\therefore \quad \text{मीनाक्षी 1 दिनों में काम करेंगी} = \frac{1}{2 \times 5} = \frac{1}{10} \text{ भाग}$$

$$\text{सुजाता 8 दिनों में काम करती है} \frac{2}{3} \text{ भाग}$$

$$\text{सुजाता 1 दिन में काम करेंगी} = \frac{2}{3 \times 8} = \frac{1}{12} \text{ भाग}$$

$$\text{दोनों का 1 दिन का काम} = \frac{1}{10} + \frac{1}{12} = \frac{6+5}{60} = \frac{11}{60}$$

$$\text{अतः दोनों उस काम को } \frac{1}{\left(\frac{11}{60}\right)} = \frac{60}{11} \text{ या } 5\frac{5}{11}$$

दिनों में पूरा कर लेंगी।

$$6. \quad \text{गीता का 1 घण्टे का काम} = \frac{1}{4}$$

$$\text{सुलेखा का 1 घण्टे का काम} = \frac{1}{6}$$

$$\begin{aligned}\therefore \quad \text{दोनों का 1 घण्टे का काम} &= \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{3+2}{12} \\ &= \frac{5}{12}\end{aligned}$$

$$\text{अतः दोनों को एक घड़ा बनाने में } \frac{1}{\left(\frac{5}{12}\right)} = \frac{12}{5} \text{ या } 2\frac{2}{5} \text{ घण्टे लगेंगे।}$$

$$\text{तथा, दोनों को 15 घड़े बनाने में लगा समय} = 15 \times \frac{12}{5} = 36 \text{ घण्टे}$$

7. सुनीता का 1 दिन का कार्य $= \frac{1}{15}$ भाग, ननद आभा का 1 दिन का कार्य $= \frac{1}{10}$ भाग

$$\begin{aligned} (\text{सुनीता} + \text{ननद}) \text{ का 1 दिन का कार्य} &= \frac{1}{15} + \frac{1}{10} \\ &= \frac{4+6}{60} = \frac{10}{60} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

$$\therefore (\text{सुनीता} + \text{ननद}) \text{ का 2 दिन का कार्य} = 2 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \text{शेष कार्य} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

चूँकि, सुनीता $\frac{1}{15}$ भाग काम करती है = 1 दिन में

सुनीता 1 भाग काम करती है = 15 दिन में

$$\therefore \text{सुनीता } \frac{2}{3} \text{ भाग काम करेगी} = \frac{2}{3} \times 15 = 10 \text{ दिन में}$$

अतः अकेली 10 दिनों में साड़ी की कढ़ाई का कार्य पूरा कर लेगी।

8. पहला नल 1 मिनट में पानी भरता है $= \frac{1}{20}$ भाग

दूसरा नल 1 मिनट में पानी भरता है $= \frac{1}{12}$ भाग

$\therefore$ दोनों नल 1 मिनट में पानी भरते हैं

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{20} + \frac{1}{12} \\ &= \frac{3+5}{60} = \frac{8}{60} \\ &= \frac{2}{15} \text{ भाग} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{दोनों नल टैंक को } \frac{1}{\left(\frac{2}{15}\right)} = \frac{15}{2} \text{ दिन}$$

अर्थात् $7\frac{1}{2}$ मिनट में भरेंगे।

9. $(A+B)$ का 1 दिन का पॉलिश का काम

$$= \frac{1}{25} \text{ भाग}$$

$$A \text{ का 15 दिन का पॉलिश का काम} = \frac{1}{3} \text{ भाग}$$

$$A \text{ का 1 दिन का पॉलिश का काम} = \frac{1}{3 \times 15} \text{ भाग}$$

$$\therefore A \text{ का 1 दिन का पॉलिश का काम} = \frac{1}{45} \text{ भाग}$$

अतः B का 1 दिन का पॉलिश का काम

$$= (A + B) \text{ का 1 दिन का पॉलिश का काम}$$

$- A$ का 1 दिन का पॉलिश का काम

$$= \frac{1}{25} - \frac{1}{45} = \frac{9-5}{225} = \frac{4}{225}$$

$$\therefore B \text{ अकेला } \frac{225}{4} = 56\frac{1}{4} \text{ दिनों में}$$

$$10. \quad \text{प्रियंका का 1 दिन का काम} = \frac{1}{6} \text{ भाग}$$

$$\text{नेहा का 1 दिन का काम} = \frac{1}{10} \text{ भाग}$$

$$\text{सोनम का 1 दिन का काम} = \frac{1}{15} \text{ भाग}$$

(प्रियंका + नेहा) का 1 दिन का काम

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{10} = \frac{10+6}{60} = \frac{16}{60}$$

(प्रियंका + नेहा) का 3 दिन का काम

$$= \frac{3 \times 16}{60} \\ = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$$

$$\therefore \text{शेष काम} = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$$

अब शेष काम (पेन्टिंग) को सोनम पूरा करेगी।

चूँकि सोनम $\frac{1}{15}$ भाग पूरा करती है = 1 दिन में

⇒ सोनम 1 भाग पूरा करती है = 15 दिन में

अतः सोनम $\frac{1}{5}$ भाग पूरा करती है = $15 \times \frac{1}{5} = 3$ दिन में

अतः सोनाम 3 दिन में पेन्टिंग पूरा करेगी।

प्रश्नावली 5.4

1. (i) $36 \text{ किमी/घण्टा} = 36 \times \frac{5}{18} \text{ मी०/सेकण्ड}$

$$\left[\because 1 \text{ किमी/घण्टा} = \frac{5}{18} \text{ मी/सेकण्ड} \right]$$

$$= 2 \times 5 = 10 \text{ मी/सेकण्ड}$$

(ii) $63 \text{ मी/सेकण्ड} = 63 \times \frac{18}{5} \text{ किमी/घण्टा} = \frac{1134}{5} = 226\frac{4}{5} \text{ किमी/घण्टा}$
 $= 226.8 \text{ किमी/घण्टा}$

(iii) $125 \text{ किमी/घण्टा} = 125 \times \frac{5}{18} \text{ मी/सेकण्ड} = 34.72 \text{ मी/सेकण्ड}$

(iv) $20 \text{ मी/सेकण्ड} = 20 \times \frac{18}{5} \text{ किमी०/घण्टा} = 4 \times 18 = 72 \text{ किमी/घण्टा}$

2. काम की चाल (गति) = 72 किमी/घण्टा, समय = 1 सेकण्ड

∴ दूरी = चाल × समय

$$= (72 \text{ किमी/घण्टा}) \times (1 \text{ सेकण्ड})$$

$$= \left(72 \times \frac{5}{18} \text{ मी/सेकण्ड} \right) \times (\text{सेकण्ड})$$

$$= 20 \text{ मी०}$$

3. समय = 5 घण्टे

दूरी = 31 किमी०

$$\therefore \text{ गति (चाल)} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} = \frac{31}{5} \text{ किमी/घण्टा}$$

$$= \frac{31}{5} \times \frac{5}{18} \text{ मी/सेकण्ड} = \frac{31}{18} \text{ मी/सेकण्ड}$$

4. दूरी = 10.2 किमी, समय = 3 घण्टे

$$\text{चाल} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} = \frac{10.2}{3} \text{ किमी/घण्टा}$$

$$= 3.4 \text{ किमी/घण्टा।}$$

अब

चाल = 3.4 किमी/घण्टा, समय = 5 घण्टे, दूरी = ?

$$\text{दूरी} = \text{चाल} \times \text{समय} = 3.4 \times 5 = 17 \text{ किमी}$$

5. माना राजेश के ऑफिस से घर की दूरी = d किमी है।

सूत्र: समय = $\frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$ से

$$\left(t + \frac{5}{60}\right) = \frac{d}{4} \dots (1)$$

$$\left(t - \frac{10}{60}\right) = \frac{d}{5} \dots (2)$$

समी० (1) व (2) से,

$$4\left(t + \frac{5}{60}\right) = 5\left(t - \frac{10}{60}\right)$$

$$4t + \frac{20}{60} = 5t - \frac{50}{60}$$

$$\frac{20}{60} + \frac{50}{60} = 5t - 4t$$

$$\frac{20+50}{60} = t$$

$$\frac{7}{6} = t$$

$$\Rightarrow t = \frac{7}{6} \text{ घण्टा}$$

t का यह मान समी (1) में रखने पर

$$\frac{7}{6} + \frac{5}{60} = \frac{d}{4}$$

$$\frac{70+5}{60} = \frac{d}{4}$$

$$\frac{75}{60} = \frac{d}{4}$$

$$\frac{75}{60} \times 4 = d$$

$$5 = d$$

∴ अभीष्ट दूरी = 5 किमी०

6. रेलगाड़ी द्वारा तय कुल दूरी (d)

$$= (125 + 175) \text{ मीटर}$$

$$= 300 \text{ मीटर}$$

समान दिशा में दौड़ने पर दोनों गाड़ियों की सापेक्ष चाल (S) = $(40 - 22)$ किमी/घण्टा

$$= 18 \text{ किमी/घण्टा}$$

$$= 18 \times \frac{5}{18} \text{ मीटर/सेकण्ड}$$

$$= 5 \text{ मीटर/सेकण्ड}$$

∴ एक दूसरे को पूर्णतः पार करने में लगा समय

$$= \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} = \frac{300}{5} = 60 \text{ सेकण्ड}$$

$$= 1 \text{ मिनट}$$

7. रेलगाड़ी द्वारा तय की गई दूरी (d) = चाल $\times$ समय

$$= (54 \text{ किमी/घण्टा}) \times (11 \text{ सेकण्ड})$$

$$= 54 \times \frac{5}{18} \times 11 = 165 \text{ मीटर}$$

अब 240 मी० लम्बे प्लेटफार्म को पार करने में लगा समय (t) = $\frac{\text{कुल दूरी}}{\text{चाल}}$

$$= \frac{(165 + 240) \text{ मीटर}}{\left(54 \times \frac{5}{18}\right) \text{ मीटर/सेकण्ड}}$$

$$= \frac{405}{15} \text{ सेकण्ड} = 27 \text{ सेकण्ड}$$

8. रेलगाड़ी की लम्बाई = 150 मीटर

रेलगाड़ी की चाल = 54 किमी/घण्टा

$$= 54 \times \frac{5}{18} \text{ मीटर/सेकण्ड}$$

$$= 15 \text{ मीटर/सेकण्ड}$$

अतः टेलीग्राफ पोस्ट को पार करने में लगा समय

$$= \frac{\text{रेलगाड़ी की लम्बाई (दूरी)}}{\text{रेलगाड़ी की चाल}}$$

$$= \frac{150}{15} = 10 \text{ सेकण्ड}$$

9. चूँकि दोनों एक्सप्रेस गाड़ियाँ एक ही दिशा में चल रहीं हैं।

अतः उनकी सापेक्ष चाल $= S_1 - S_2$

$$= (50 - 45) \text{ किमी/घण्टा}$$

$$= 5 \text{ किमी/घण्टा}$$

$$= 5 \times \frac{5}{18} \text{ मीटर/सेकण्ड}$$

$$= \frac{25}{18} \text{ मीटर/सेकण्ड}$$

दोनों गाड़ियों द्वारा तय की गई कुल दूरी

$$= 310 \text{ मीटर} + 360 \text{ मीटर} = 670 \text{ मीटर}$$

∴ एक दूसरे को पार करने में लगा

$$\text{समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} = \frac{670}{\left(\frac{25}{18}\right)} \text{ सेकण्ड} = \frac{670 \times 18}{25} = \frac{12060}{25} \text{ सेकण्ड}$$

$$= 482.4 \text{ सेकण्ड} \cong 428 \text{ सेकण्ड} \cong 8 \text{ मिनट } 2 \text{ सेकण्ड}$$

10. चूँकि दोनों रेलगाड़ियाँ एक-दूसरे की विपरीत दिशा में आ रही हैं।

अतः उनकी सापेक्ष चाल $= S_1 + S_2$

$$= (50 + 40) \text{ किमी/घण्टा}$$

$$= 90 \text{ किमी/घण्टा} = 90 \times \frac{5}{18} \text{ मी०/सेकण्ड}$$

$$= 25 \text{ मी/सेकण्ड}$$

दोनों गाड़ियों द्वारा तय की गई कुल

$$\text{दूरी} = 320 \text{ मी०} + 430 \text{ मी०} = 750 \text{ मीटर}$$

∴ एक दूसरे को पार करने में लगा

$$\text{समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} = \frac{750}{25} \text{ सेकण्ड} = 30 \text{ सेकण्ड}$$

प्रश्नावली 6

$$1. \quad (i) \quad 5\frac{1}{4} = \left(\frac{21}{4} \times 100\right)\% = 525\% \quad (ii) \quad \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{4} \times 100\right)\% = 25\%$$

$$(iii) \quad \frac{2}{5} = \left(\frac{2}{5} \times 100\right)\% = 40\%$$

$$(iv) \quad 21:80 = \left(\frac{21}{80} \times 100\right)\% = 26.25\%$$

$$(v) \quad 1\frac{11}{16} = \left(\frac{27}{16} \times 100\right)\% = 168.75\%$$

$$2. \quad (i) \quad 56\% = \frac{56}{100} = 0.56 \quad (ii) \quad 89\% = \frac{89}{100} = 0.89$$

$$(iii) \quad 34\% = \frac{34}{100} = 0.34$$

$$(iv) \quad 73.5\% = \frac{73.5}{10} \% = \frac{735}{10 \times 100} = 0.735$$

$$3. \quad (i) \quad 500 \text{ मी० का } 16.5\% = \frac{500 \times 16.5}{100} = 5 \times 16.5 = 82.5 \text{ मी०}$$

$$(ii) \quad 80 \text{ सेमी० का } 135\% = \frac{80 \times 135}{100} = 108 \text{ सेमी०}$$

$$(iii) \quad ₹ 1200 \text{ का } 12\% = \frac{1200 \times 12}{100} = ₹ 144$$

$$(iv) \quad 480 \text{ का } 40\% = 480 \times \frac{40}{100} = 192$$

$$4. \quad (i) \quad x \text{ का } 0.5\% = 3$$

$$x \times \frac{0.5}{100} = 3$$

$$x \times \frac{05}{100 \times 10} = 3$$

$$x = \frac{3 \times 100 \times 10}{5} = 600$$

$$(ii) \ x \text{ का } \frac{1}{3} \% = 21$$

$$x \times \frac{1}{3 \times 100} = 21$$

$$x = 300 \times 21 = 6300$$

$$(iii) \ x \text{ का } 7.6\% = 95$$

$$x \times \frac{76}{100 \times 10} = 95$$

$$x = \frac{95 \times 1000}{76} = 1250$$

$$(iv) \ x \text{ का } 5\% = 6$$

$$x \times \frac{5}{100} = 6$$

$$x = \frac{6 \times 100}{5} = 120$$

5. माना कम्प्यूटर की कुल कीमत = ₹ x

$$\therefore \ x \text{ का } 96\% = ₹ 10464$$

$$x \times \frac{96}{100} = ₹ 10464$$

$$x = \frac{10464 \times 100}{96}$$

$$x = 109 \times 100 = 10900$$

अतः कम्प्यूटर की कुल कीमत = ₹ 10900

6. शशांक द्वारा अर्द्ध-वार्षिक परीक्षा में प्राप्त अंक

$$= 1000 \text{ का } 90\% = \frac{1000 \times 90}{100}$$

$$= 900$$

और वार्षिक परीक्षा में प्राप्त अंक

$$= 1200 \text{ का } 84\% = \frac{1200 \times 84}{100}$$

$$= 1008$$

दोनों परीक्षाओं में प्राप्त कुल अंक = $900 + 1008 = 1908$

दोनों परीक्षाओं के कुल अंक

$$= 1000 + 1200 = 2200$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{दोनों परीक्षाओं में मिलाकर प्राप्त प्रतिशत अंक} &= \frac{\text{प्राप्त अंक}}{\text{कुल अंक}} \times 100 \\ &= \frac{1908}{2200} \times 100 = 86.72\%\end{aligned}$$

7. माना चुनाव में डाले गए वैध मतों की कुल संख्या = x

$$\therefore x \text{ का } 40\% + 2000 = x \text{ का } 60\%$$

$$x \times \frac{40}{100} + 2000 = x \times \frac{60}{100}$$

$$2000 = x \times \frac{60}{100} - x \times \frac{40}{100}$$

$$= x \times \left[\frac{60 - 40}{100} \right]$$

$$2000 = x \times \frac{20}{100}$$

$$x = \frac{2000 \times 100}{20}$$

$$x = 10000$$

अतः चुनाव में डाले गए वैध मतों की कुल संख्या 10,000 है।

$$8. \text{ त्रुटि प्रतिशत} = \frac{\text{मानों में अन्तर}}{\text{मूल राशी}} \times 100$$

$$= \frac{\left(12\frac{1}{2} - 12\right)}{12\frac{1}{2}} \times 100 = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{25}{2}\right)} \times 100 = \frac{100}{25} = 4\%$$

9. मशीन का 3 वर्ष बाद मूल्य

$$= 12000 \times \left(1 - \frac{10}{100}\right)^3$$

$$= 12000 \times \left(\frac{90}{100}\right)^3 = \frac{12000 \times 90 \times 90 \times 90}{100 \times 100 \times 100}$$

$$= ₹ 8748$$

10. माना रेलगाड़ी में सवारियों की प्रा० संख्या = x

मेरठ में उतरने वाले यात्रियों का प्रतिशत = 40%

$$\begin{aligned} \text{अतः मेरठ में उतरने के बाद, शेष बचे यात्रियों की संख्या} &= x - x \times \frac{40}{100} \\ &= \frac{60x}{100} \end{aligned}$$

$$\text{प्रश्नानुसार, हापुड़ में कुल यात्रियों की संख्या} = \frac{60x}{100}$$

हापुड़ में उतरने वालों का प्रतिशत = 75%

$$\text{तब, हापुड़ में उतरने के बाद शेष बचे यात्रियों की संख्या} = \frac{60x}{100} - \frac{60x}{100} \times \frac{75}{100}$$

दिया है; हापुड़ में उतरने के बाद, शेष बचे यात्रियों की संख्या = 1200

$$\therefore \frac{60x}{100} - \frac{60x}{100} \times \frac{75}{100} = 1200$$

$$\frac{60x}{100} \left(1 - \frac{75}{100}\right) = 1200$$

$$\frac{60}{100} x \times \frac{25}{100} = 1200$$

$$x = \frac{1200 \times 400}{60} = 8000$$

11. चाँक में कैल्सियम की मात्रा = 10%

चाँक में कार्बन की मात्रा = 3%

चाँक में ऑक्सीजन की मात्रा = 12%

$\therefore$ 250 ग्राम चाँक में कैल्सियम की मात्रा

$$= \frac{250 \times 10}{100} = 25 \text{ ग्राम}$$

$$250 \text{ ग्राम चाँक में कार्बन की मात्रा} = 250 \times \frac{3}{100} = 7.5 \text{ ग्राम}$$

250 ग्राम चाँक में ऑक्सीजन की मात्रा

$$= 250 \times \frac{12}{100} = 30 \text{ ग्राम}$$

12. माना भू-खण्ड का वास्तविक दाम = ₹ x

$$\therefore x + x \text{ का } 20\% = ₹ 150000$$

$$x + x \times \frac{20}{100} = 150000$$

$$\frac{120}{100}x = 150000$$

$$x = \frac{150000 \times 100}{120}$$

$$\therefore x = ₹ 1,25,000$$

अतः भू-खण्ड का वास्तविक दाम = ₹ 1,25,000

13. माना महेश की मासिक आय = ₹ x

महेश की मासिक बचत = x का 20%

$$= x \times \frac{20}{100} = ₹ \frac{x}{5}$$

$$\therefore \text{मासिक खर्च} = \text{आय} - \text{बचत}$$

प्रश्नानुसार,

$$x - [x \text{ का } 80\% + (x \text{ का } 80\%) \text{ का } 20\%]$$

$$= 200$$

$$x - \left[x \times \frac{80}{100} + x \times \frac{80}{100} \times \frac{20}{100} \right] = 200$$

$$x - \left(\frac{8x}{100} + \frac{16x}{100} \right) = 200$$

$$x - \left(\frac{80x + 16x}{100} \right) = 200$$

$$x - \left(\frac{96x}{100} \right) = 200$$

$$\frac{100x - 96x}{100} = 200$$

$$4x = 200 \times 100$$

$$x = \frac{200 \times 100}{4}$$

$$x = 5000$$

अतः महेश की मासिक आय ₹ 5000 है।

14.

बाग में कुल पेड़ = 1600

आम = 18%

नीबू = 10.5%

अमरूद = 30.5%

$$\begin{aligned}\text{शेष सन्तरे} &= 100 - (18 + 10.5 + 30.5) \\ &= 100 - 59 = 41\%\end{aligned}$$

अब, आम के पेड़ों की संख्या = 1600 का 18% = $1600 \times \frac{18}{100} = 288$

$$\begin{aligned}\text{नीबू के पेड़ों की संख्या} &= 1600 \text{ का } 10.5\% \\ &= 1600 \times \frac{10.5}{100} = \frac{16 \times 105}{10} = 168\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{अमरूद के पेड़ों की संख्या} &= 1600 \text{ का } 30.5\% \\ &= 1600 \times \frac{30.5}{100} = \frac{16 \times 305}{10} = 488\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{और सन्तरो के पेड़ों की संख्या} &= 1600 \text{ का } 41\% \\ &= \frac{1600 \times 41}{100} = 16 \times 41 = 656\end{aligned}$$

15.

नगर में पुरुष = 22,800

महिलाएँ = 17,200

कुल संख्या = 22800 + 17200 = 40,000

पुरुषों की संख्या में वृद्धि = 20%

महिलाओं की संख्या में वृद्धि = 15%

पुरुषों की संख्या में वृद्धि के बाद कुल

$$\text{संख्या} = 22800 + 22800 \times \frac{20}{100} = 27360$$

और महिलाओं की संख्या में वृद्धि के बाद कुल संख्या

$$= 17200 + 17200 \times \frac{15}{100} = 19780$$

अब वृद्धि के बाद दोनों की कुल जनसंख्या

$$= 27360 + 19780 = 47140$$

$$\text{जनसंख्या में वृद्धि} = 47140 - 40,000 = 7140$$

$$\therefore \text{प्रतिशत वृद्धि} = \frac{\text{वृद्धि}}{\text{मूल संख्या}} \times 100$$

$$= \frac{7140}{40000} \times 100 = 17.85\%$$

प्रश्नावली 6.2

1. (i) क्रय मूल्य = ₹ 500, लाभ = 13%

$$\therefore \text{विक्रय मूल्य} = \frac{(100 + \text{लाभ } \%)}{100} \times \text{क्रय मूल्य}$$

$$= \frac{(100 + 13)}{100} \times 500 = \frac{113}{100} \times 500 = 113 \times 5 = ₹ 565$$

- (ii) क्रय मूल्य = ₹ 5600, हानि = 4%

$$\therefore \text{विक्रय मूल्य} = \frac{(100 - \text{हानि } \%)}{100} \times \text{क्रयमूल्य}$$

$$= \frac{(100 - 4)}{100} \times 5600 = 96 \times 56 = ₹ 5376$$

2. (i) विक्रय मूल्य = ₹ 545, लाभ = 9%

$$\therefore \text{क्रय मूल्य} = \frac{\text{विक्रय मूल्य} \times 100}{(100 + \text{लाभ } \%)}$$

$$= \frac{545 \times 100}{(100 + 9)} = \frac{545 \times 100}{109} = 5 \times 100 = ₹ 500$$

- (ii) विक्रय मूल्य = ₹ 873, हानि = 3%

$$\therefore \text{क्रय मूल्य} = \frac{\text{विक्रय मूल्य} \times 100}{(100 - \text{हानि } \%)}$$

$$= \frac{873 \times 100}{100 - 3} = \frac{873 \times 100}{97} = 9 \times 100 = ₹ 900$$

3. T.V का क्रय मूल्य = ₹ 2100

मरम्मत में खर्च = ₹ 900

T.V का कुल क्रय मूल्य = ₹ 2100 + ₹ 900

= ₹ 3000, लाभ = 10%

$$\begin{aligned}\text{विक्रय मूल्य} &= \frac{(100 + \text{लाभ } \%)}{100} \times \text{क्रय मूल्य} \\ &= \left(\frac{100 + 10}{100} \right) \times 3000 = \frac{110}{100} \times 3000 \\ &= ₹ 3300\end{aligned}$$

4. 12 सेबों का क्रय मूल्य = ₹ 10

1 सेब का क्रय मूल्य = ₹ $\frac{10}{12}$

10 सेबों का विक्रय मूल्य = ₹ 12

1 सेब का विक्रय मूल्य = ₹ $\frac{12}{10}$

स्पष्ट है कि यहाँ विक्रय मूल्य > क्रय मूल्य

$$\begin{aligned}\therefore \text{लाभ} &= \text{विक्रय मूल्य} - \text{क्रय मूल्य} \\ &= \frac{12}{10} - \frac{10}{12} = \frac{12 \times 12 - 10 \times 10}{120} \\ &= \frac{144 - 100}{120} = \frac{44}{120}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{लाभ \%} &= \frac{\text{लाभ}}{\text{क्रय मूल्य}} \times 100 = \frac{\left(\frac{44}{120} \right)}{\left(\frac{10}{12} \right)} \times 100 \\ &= \frac{44 \times 12}{120 \times 10} \times 100 = 44\%\end{aligned}$$

5. 20 पुस्तकों का क्रय मूल्य = 15 पुस्तकों का विक्रय मूल्य

माना 1 पुस्तक का क्रय मूल्य = ₹ 1 तो 20 पुस्तकों का क्रय मूल्य = ₹ 20

$\therefore$ 15 पुस्तकों का विक्रय मूल्य = ₹ 20

1 पुस्तक का विक्रय मूल्य = ₹ $\frac{20}{15}$

$$\begin{aligned}\text{और 20 पुस्तकों का विक्रय मूल्य} &= ₹ \frac{20}{15} \times 20 \\ &= ₹ \frac{400}{15}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{लाभ} &= 20 \text{ पुस्तकों का विक्रय मूल्य} \\ &\quad - 20 \text{ पुस्तकों का क्रय मूल्य} \\ &= ₹ \frac{400}{15} - ₹ 20 = ₹ \frac{100}{15}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{अतः} \quad \text{लाभ\%} &= \frac{\text{लाभ}}{\text{क्रय मूल्य}} \times 100 = \frac{\left(₹ \frac{100}{15} \right)}{20} \times 100 \\ &= \frac{100 \times 100}{15 \times 20} = \frac{100}{3} = 33\frac{1}{3}\%\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}6. \quad 17 \text{ पंखों का क्रय मूल्य} &= ₹ 460 \times 17 = ₹ 7820 \\ \text{परिवहन तथा पैकिंग पर खर्च} &= ₹ 40 + 20 \times 17 = ₹ 380 \\ \text{कुल खर्च} &= ₹ 7820 + ₹ 380 = ₹ 8200 \\ 17 \text{ पंखों का विक्रय मूल्य} &= ₹ 550 \times 17 = ₹ 9350\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{लाभ} &= \text{विक्रय मूल्य} - \text{क्रयमूल्य} \\ &= ₹ 9350 - ₹ 8200 = ₹ 1150\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{अतः} \quad \text{लाभ\%} &= \frac{\text{लाभ}}{\text{क्रय मूल्य}} \times 100 = \frac{₹ 1150}{₹ 8200} \times 100 \\ &= \frac{1150}{82} = \frac{575}{41} = 14\frac{1}{41}\%\end{aligned}$$

$$7. \text{ छूट} = 8\%, \text{ लाभ} = 15\%,$$

$$\text{अंकित मूल्य} = ₹ 5000$$

$$\begin{aligned}\text{विक्रय मूल्य} &= \text{अंकित मूल्य} \left(1 - \frac{\text{छूट}}{100} \right) \\ &= 5000 \left(1 - \frac{8}{100} \right) = \frac{5000 \times 92}{100} = ₹ 4600\end{aligned}$$

$$\text{अब} \quad \text{क्रय मूल्य} = \frac{\text{विक्रय मूल्य} \times 100}{(100 + \text{लाभ \%})}$$

$$= \frac{4600 \times 100}{(100+15)} = \frac{4600 \times 100}{115} = ₹ 4000$$

8. माना अनिल ने मोबाइल ₹ x में खरीदा था।

$$\text{तो अनिल के लिए, मोबाइल का विक्रय-मूल्य} = ₹ \left(x + \frac{x \times 20}{100} \right) = ₹ \frac{120}{100} x$$

अब अनिल का विक्रय मूल्य, सुनील के लिए क्रय मूल्य होगा।

∴ सुनील के लिए, मोबाइल का क्रय मूल्य

$$= ₹ \frac{120}{100} x$$

सुनील के लिए, मोबाइल का विक्रय मूल्य

$$\begin{aligned} &= \frac{120}{100} x + \frac{120x}{100} \times \frac{25}{100} \\ &= \left(\frac{120}{100} x \right) \times \left(\frac{5}{4} \right) = ₹ \left(\frac{600}{400} x \right) \end{aligned}$$

परन्तु दिया है कि सुनील ने मोबाइल ₹ 2100 में बेचा।

$$\therefore \frac{600}{400} x = 2100$$

$$x = \frac{2100 \times 4}{6} = 1400$$

अतः अनिल ने उस मोबाइल को ₹ 1400 में खरीदा था।

9. 1 टीशर्ट का अंकित मूल्य = ₹ 324

∴ 1 टीशर्ट के दाम में 2 टीशर्ट दी जाती है

अर्थात् 2 टीशर्ट का विक्रय मूल्य = 1

$$\text{टीशर्ट का अंकित मूल्य} = ₹ 324$$

$$\text{इस प्रकार 1 टीशर्ट का विक्रय मूल्य} = ₹ \frac{324}{2} = ₹ 162$$

$$\begin{aligned} \text{तब 1 टीशर्ट का क्रय मूल्य} &= \frac{\text{विक्रय मूल्य} \times 100}{100 + \text{लाभ \%}} = \frac{162 \times 100}{100 + 8} \\ &= \frac{162 \times 100}{108} = 150 \end{aligned}$$

अतः 1 टीशर्ट का क्रय मूल्य = ₹ 150

10.

पहले बैट का क्रय मूल्य = ₹ 5600, लाभ = 15%

दूसरे बैट का क्रय मूल्य = ₹ 2400, हानि = 5%

$$\begin{aligned}\text{पहले बैट का विक्रय मूल्य} &= \left(\frac{100 + \text{लाभ \%}}{100} \right) \times \text{क्रय-मूल्य} \\ &= \left(\frac{100 + 15}{100} \right) \times 5600 = ₹ 6440\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{दूसरे बैट का विक्रय मूल्य} &= \left(\frac{100 - \text{हानि \%}}{100} \right) \times \text{क्रय-मूल्य} \\ &= \left(\frac{100 - 5}{100} \right) \times 2400 \\ &= \frac{95}{100} \times 2400 = ₹ 2280\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{दोनों बैटों का कुल क्रय-मूल्य} &= ₹ 5600 + ₹ 2400 \\ &= ₹ 8000\end{aligned}$$

$$\text{दोनों बैटों का कुल विक्रय मूल्य} = ₹ 6440 + ₹ 2280 = ₹ 8720$$

∴

$$\begin{aligned}\text{लाभ} &= \text{कुल विक्रय मूल्य} - \text{कुल क्रय मूल्य} \\ &= ₹ (8720 - 800) = ₹ 720\end{aligned}$$

अतः

$$\text{लाभ \%} = \frac{\text{लाभ} \times 100}{\text{क्रय मूल्य}} = \frac{720}{8000} \times 100 = 9\%$$

7

चक्रवृद्धि ब्याज

प्रश्नावली 7.1

1. मूलधन = ₹ 500, दर = 5%, समय = 2 वर्ष

$$\begin{aligned}\text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} &= \text{मूलधन} \left(1 + \frac{\text{दर}}{100} \right)^{\text{समय}} \\ &= 500 \times \left(1 + \frac{5}{100} \right)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 500 \times \left(\frac{105}{100}\right)^2 \\
&= \frac{500 \times 105 \times 105}{100 \times 100} \\
&= \frac{55125}{100} = ₹ 551.25
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{चक्रवृद्धि ब्याज} &= \text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} - \text{मूलधन} \\
&= ₹ 551.25 - ₹ 500 = ₹ 51.25
\end{aligned}$$

2. मूलधन = ₹ 2500, दर = 4%, समय = 2 वर्ष

$$\begin{aligned}
\text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} &= \text{मूलधन} \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समय}} \\
&= 2500 \left(1 + \frac{4}{100}\right)^2 = 2500 \left(\frac{104}{100}\right)^2 \\
&= \frac{2500 \times 104 \times 104}{100 \times 100} = ₹ 2704
\end{aligned}$$

$$\text{चक्रवृद्धि ब्याज} = \text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} - \text{मूलधन} = ₹ (2704 - 2500) = ₹ 204$$

3. मूलधन = ₹ 9000, दर = 6%, समय = 2 वर्ष

$$\begin{aligned}
\text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} &= \text{मूलधन} \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समय}} \\
&= 9000 \left(1 + \frac{6}{100}\right)^2 = 9000 \times \left(\frac{106}{100}\right)^2 \\
&= \frac{9000 \times 106 \times 106}{100 \times 100} = ₹ 10112.4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{चक्रवृद्धि ब्याज} &= \text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} - \text{मूलधन} \\
&= ₹ 10112.4 - ₹ 9000 \\
&= ₹ 1112.40
\end{aligned}$$

4. मूलधन = ₹ 4000, दर = 10%, समय = 3 वर्ष

$$\begin{aligned}
\text{साधारण ब्याज} &= \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100} \\
&= \frac{4000 \times 10 \times 3}{1000} = ₹ 1200
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{और} \quad \text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} &= \text{मूलधन} \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समय}} \\
 &= 4000 \left(1 + \frac{10}{100}\right)^3 \\
 &= 4000 \left(\frac{11}{10}\right)^3 = \frac{4000 \times 11 \times 11 \times 11}{10 \times 10 \times 10} \\
 &= ₹ 5324
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{चक्रवृद्धि ब्याज} &= \text{मिश्रधन} - \text{मूलधन} \\
 &= 5324 - 4000 = ₹ 1324 \\
 \text{अभीष्ट अन्तर} &= \text{चक्रवृद्धि ब्याज} - \text{साधारण ब्याज} \\
 &= ₹ (1324 - 1200) = ₹ 124
 \end{aligned}$$

$$5. \text{ मूलधन} = ₹ 1500, \text{ समय} = 2 \text{ वर्ष, दर} = 4\%$$

$$\begin{aligned}
 \text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} &= \text{मूलधन} \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समय}} \\
 &= 1500 \left(1 + \frac{4}{100}\right)^2 \\
 &= 1500 \times \left(\frac{104}{100}\right)^2 \\
 &= \frac{1500 \times 104 \times 104}{100 \times 100} = ₹ 1622.4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{चक्रवृद्धि ब्याज} &= \text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} - \text{मूलधन} \\
 &= ₹ 1622.4 - ₹ 1500 \\
 &= ₹ 122.40
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6. \quad \text{पहले वर्ष का मूलधन} &= ₹ 800 \\
 \text{पहले वर्ष का ब्याज} &= ₹ \frac{800 \times 10 \times 1}{100} = ₹ 80 \\
 \text{पहले वर्ष के अन्त में मिश्रधन} &= ₹ (800 + 80) = ₹ 880 \\
 \text{दूसरे वर्ष का मूलधन} &= ₹ 880 \\
 \text{दूसरे वर्ष का ब्याज} &= ₹ \frac{880 \times 10 \times 10}{100} = ₹ 88
 \end{aligned}$$

$$\text{दूसरे वर्ष के अन्त में मिश्रधन} = ₹ (880 + 88) = ₹ 968$$

$$\text{तीसरे वर्ष का मूलधन} = ₹ 968$$

$$\text{तीसरे वर्ष का ब्याज} = ₹ \frac{968 \times 10 \times 1}{100}$$

$$= ₹ 96.8$$

$$\text{तीसरे वर्ष के अन्त में मिश्रधन} = ₹ (968 + 96.8)$$

$$= ₹ 1064.8$$

$$\text{चक्रवृद्धि ब्याज} = \text{मिश्रधन} - \text{मूलधन}$$

$$= ₹ (1064.8 - 800)$$

$$= ₹ 264.8$$

$$7. \quad \text{पहले वर्ष का मूलधन} = ₹ 400$$

$$\text{पहले वर्ष का ब्याज} = \frac{400 \times 5 \times 1}{100} = ₹ 20$$

$$\text{पहले वर्ष के अन्त में मिश्रधन} = ₹ (400 + 20)$$

$$= ₹ 420$$

$$\therefore \quad \text{दूसरे वर्ष का मूलधन} = ₹ 420$$

$$\text{दूसरे वर्ष का ब्याज} = \frac{420 \times 5 \times 1}{100} = ₹ 21$$

$$\text{दूसरे वर्ष के अन्त में मिश्रधन} = ₹ (420 + 21)$$

$$= ₹ 441$$

$$\therefore \quad 2 \text{ वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज} = \text{मिश्रधन} - \text{मूलधन}$$

$$= ₹ (441 - 400) = ₹ 41$$

$$8. \quad \text{पहले वर्ष का मूलधन} = ₹ 3000$$

$$\text{पहले वर्ष का ब्याज} = \frac{3000 \times 10 \times 1}{100} = ₹ 300$$

$$\text{पहले वर्ष के अन्त में मिश्रधन} = ₹ (3000 + 300)$$

$$= ₹ 3300$$

$$\text{अब दूसरे वर्ष का मूलधन} = ₹ 3300$$

$$\text{दूसरे वर्ष का ब्याज} = \frac{3300 \times 10 \times 1}{100}$$

$$= ₹ 330$$

$$\begin{aligned}\text{दूसरे वर्ष के अन्त में मिश्रधन} &= ₹ (3300 + 330) \\ &= ₹ 3630\end{aligned}$$

$$\text{तीसरे वर्ष का मूलधन} = ₹ 3630$$

$$\begin{aligned}\text{तीसरे वर्ष का ब्याज} &= ₹ \frac{3630 \times 10 \times 1}{100} \\ &= ₹ 363\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{तीसरे वर्ष के अन्त में मिश्रधन} &= ₹ (3630 + 363) \\ &= ₹ 3993\end{aligned}$$

$$\text{अब, चौथे वर्ष का मूलधन} = ₹ 3993$$

$$\begin{aligned}\text{चौथे वर्ष का ब्याज} &= ₹ \frac{3993 \times 10 \times 1}{100} \\ &= ₹ 399.30\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{चौथे वर्ष के अन्त में मिश्रधन} &= ₹ 3993 + ₹ 399.30 \\ &= ₹ 4392.30\end{aligned}$$

अतः चौथे वर्ष के अन्त में,

$$\text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} = ₹ 4392.30$$

$$\begin{aligned}\text{तथा चक्रवृद्धि ब्याज} &= \text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} - \text{मूलधन} \\ &= ₹ (4392.30 - 3000) \\ &= ₹ 1392.30\end{aligned}$$

9. मूलधन = ₹ 2500, समय = 2 वर्ष, चक्रवृद्धि ब्याज दर = 4% वार्षिक

$$\text{सूत्र : चक्रवृद्धि मिश्रधन} = \text{मूलधन} \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^2 \text{ समय से,}$$

$$\begin{aligned}\text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} &= 2500 \left(1 + \frac{4}{100}\right)^2 \\ &= 2500 \times \left(\frac{104}{100}\right)^2 = \frac{2500 \times 104 \times 104}{100 \times 100} \\ &= ₹ 2704\end{aligned}$$

10. मूलधन = ₹ 160000, दर = 2.5% वार्षिक, समय = 2 वर्ष

$$\text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} = \text{मूलधन} \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^2 \text{ समय}$$

$$\begin{aligned}
&= 1,60,000 \times \left(1 + \frac{2.5}{100}\right)^2 \\
&= 1,60,000 \times \left(1 + \frac{25}{1000}\right)^2 \\
&= \frac{1,60,000 \times 1025 \times 1025}{1000 \times 1000} \\
&= \frac{16 \times 1025 \times 1025}{100} = \frac{16810000}{100} \\
&= 168100
\end{aligned}$$

∴

भुगतान = ₹ 168100

तथा ब्याज = चक्रवृद्धि मिश्रधन - मूलधन

$$= 168100 - 160000$$

$$= ₹ 8100$$

प्रश्नावली 7.2

1. (i) $P = ₹ 5000$, $R = 10\%$, $n = 3$ वर्ष

$$\begin{aligned}
A &= P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^n \\
&= ₹ 5000 \left(1 + \frac{10}{100}\right)^3 \\
&= ₹ 5000 \times \left(\frac{110}{100}\right)^3 \\
&= ₹ 5000 \times \frac{110 \times 110 \times 110}{100 \times 100 \times 100} \\
&= 5 \times 11 \times 11 \times 11 = ₹ 6655
\end{aligned}$$

∴

$$C.I. = A - P = ₹ 6655 - ₹ 5000$$

$$= ₹ 1655$$

- (ii) $P = ₹ 8000$, $R = 5\%$, $n = 2$ वर्ष

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$$

$$= ₹ 8000 \left(1 + \frac{5}{100} \right)^2$$

$$= 8000 \times \left(\frac{105}{100} \right)^2$$

$$= \frac{8000 \times 105 \times 105}{100 \times 100}$$

$$= \frac{88200}{10} = ₹ 8820$$

∴

$$\text{C.I.} = A - P$$

$$= ₹ 8820 - ₹ 8000$$

$$= ₹ 820$$

$$\text{(iii) } P = ₹ 600, R = 5\frac{1}{2}\% = \frac{11}{2}\%$$

$$n = 2 \text{ वर्ष}$$

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$= 600 \times \left(1 + \frac{11}{2 \times 100} \right)^2$$

$$= 600 \times \left(\frac{211}{200} \right)^2 = \frac{600 \times 211 \times 211}{200 \times 200}$$

$$= ₹ 667.815$$

∴

$$\text{C.I.} = A - P = ₹ 667.815 - ₹ 600$$

$$= ₹ 67.815$$

$$2. A = ₹ 5678.40, r = 8\%, t = 1 \text{ वर्ष}$$

चूँकि ब्याज छमाही लगाया जाता है।

$$\therefore \frac{r}{2} = \frac{8}{2} = 4\% \text{ प्रति छमाही}$$

$$2t = 2 \times 1$$

$$= 2 \text{ वर्ष}$$

$$A = P \left(1 + \frac{(r/2)}{100} \right)^{2t}$$

$$5678.40 = P \left(1 + \frac{4}{100} \right)^2$$

$$5678.40 = P \times \left(\frac{104}{100} \right)^2$$

$$P = \frac{5678.40 \times 100 \times 100}{104 \times 104}$$

$$= ₹ 5250$$

अतः वह रकम (P) = ₹ 5250

3. $P = ₹ 2400$, $r = 10\%$

$$t = 2 \text{ वर्ष } 4 \text{ माह} = 2 \text{ वर्ष } + \frac{4}{12} \text{ वर्ष}$$

$$= \left(2 + \frac{1}{3} \right) \text{ वर्ष} = \frac{7}{3} \text{ वर्ष} = 2\frac{1}{3} \text{ वर्ष}$$

∴

$$A = P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^2 \times \left(1 + \frac{\frac{1}{3} \times r}{100} \right)$$

$$= 2400 \left(1 + \frac{10}{100} \right)^2 \times \left(1 + \frac{\frac{1}{3} \times 10}{100} \right)$$

$$= 2400 \times \left(\frac{11}{10} \right)^2 \times \left(\frac{31}{30} \right)$$

$$= \frac{2400 \times 121 \times 31}{100 \times 30}$$

$$= \frac{90024}{30}$$

$$= ₹ 3000.80$$

∴

$$\begin{aligned} \text{C.I.} &= A - P \\ &= ₹ 3000.80 - ₹ 2400 \\ &= ₹ 600.80 \end{aligned}$$

4. $P = ₹ 15625$

$r = 16\%$, समय (t) = 9 माह

चूँकि ब्याज प्रति तिमाही लगाया जाता है।

∴ $r = \frac{16}{4}\% = 4\%$ प्रति तिमाही और समय (t) = $4 \times 9 = 36$ माह = 3 वर्ष

अतः

$$\begin{aligned} \text{मिश्रधन (A)} &= P \left[1 + \frac{(r/4)}{100} \right]^{4t} \\ &= 15625 \left[1 + \frac{4}{100} \right]^3 \\ &= 15625 \times \left(\frac{26}{25} \right)^3 \\ &= \frac{15625 \times 26 \times 26 \times 26}{25 \times 25 \times 25} \\ &= 26 \times 26 \times 26 \\ &= ₹ 17576 \end{aligned}$$

6. $A = ₹ 1852.20$, $P = ₹ 1600$, $r = 5\%$, $t = ?$

$$\begin{aligned} A &= P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^t \text{ से} \\ 1852.20 &= 1600 \left(1 + \frac{5}{100} \right)^t \\ \frac{1852.20}{1600} &= \left(\frac{21}{20} \right)^t \\ \frac{185220}{1600 \times 10} &= \left(\frac{21}{20} \right)^t \end{aligned}$$

$$\frac{9261}{8000} = \left(\frac{21}{20}\right)^t$$

$$\left(\frac{21}{20}\right)^3 = \left(\frac{21}{20}\right)^t$$

$$\therefore t = 3$$

अतः अभीष्ट समय $(t) = 3$ वर्ष

7. $P = ₹ 10,000$, $t = 4$ वर्ष, $r = 10\%$

जब ब्याज प्रति छमाही देय हो

तो $t = 4 \times 2 = 8$ वर्ष, $r = \frac{10}{2} = 5\%$

$$\begin{aligned} \therefore \text{C.I.} &= P \left[\left(1 + \frac{r}{100} \right)^t - 1 \right] \\ &= 10,000 \left[\left(1 + \frac{5}{100} \right)^8 - 1 \right] \\ &= 10,000 \left[\left(\frac{21}{20} \right)^8 - 1 \right] \\ &= 10,000 [(1.05)^8 - 1] \\ &= 10000 \times [1.4775 - 1] \\ &= 10000 \times [0.4775] \\ &= ₹ 4775 \end{aligned}$$

जब ब्याज वार्षिक देय हो:

$$\begin{aligned} \therefore \text{C.I.} &= P \left[\left(1 + \frac{r}{100} \right)^t - 1 \right] \\ &= 10,000 \left[\left(1 + \frac{10}{100} \right)^4 - 1 \right] \\ &= 10000 \left[\left(\frac{11}{10} \right)^4 - 1 \right] \\ &= 10000 [(1.1)^4 - 1] \end{aligned}$$

$$= 10000[1.4641 - 1]$$

$$= 10000 \times [0.4641]$$

$$= ₹ 4641$$

∴

$$\text{अभीष्ट अन्तर} = ₹ 4775 - ₹ 4641$$

$$= ₹ 134$$

$$8. \text{ C.I.} = ₹ 6781.25, r = ?$$

$$P = ₹ 16000, t = 3 \text{ वर्ष}$$

$$\text{C.I.} = P \left[\left(1 + \frac{r}{100} \right)^t - 1 \right]$$

$$6781.25 = 16000 \left[\left(1 + \frac{r}{100} \right)^3 - 1 \right]$$

$$\frac{6781.25}{16000 \times 100} = \left(1 + \frac{r}{100} \right)^3 - 1$$

$$\frac{217}{512} = \left(1 + \frac{r}{100} \right)^3 - 1$$

$$\frac{217}{512} + 1 = \left(1 + \frac{r}{100} \right)^3$$

$$\frac{729}{512} = \left(1 + \frac{r}{100} \right)^3$$

$$\left(\frac{9}{8} \right)^3 = \left(1 + \frac{r}{100} \right)^3$$

दोनों तरफ आधारों की तुलना करने पर

$$\therefore \frac{9}{8} = 1 + \frac{r}{100}$$

$$\frac{9}{8} - 1 = \frac{r}{100}$$

$$\frac{1}{8} = \frac{r}{100}$$

$$\frac{100}{8} = r$$

$$12.5 = r$$

$$r = 12.5\%$$

∴

9. माना मूलधन = P

$$A_1 = ₹ 650, t_1 = 1 \text{ वर्ष}$$

$$A_2 = ₹ 676, t_2 = 2 \text{ वर्ष}$$

$$r = ?$$

सूत्र:

$$A = P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^t \text{ से}$$

$$650 = P \left(1 + \frac{r}{100} \right) \dots (1)$$

पुनः सूत्र:

$$A = P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^t \text{ से}$$

$$676 = P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^2 \dots (2)$$

समी० (2) को समी० (1) से भाग देने पर

$$\frac{676}{650} = \frac{P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^2}{P \left(1 + \frac{r}{100} \right)}$$

$$1.04 = 1 + \frac{r}{100}$$

$$1.04 - 1 = \frac{r}{100}$$

$$0.04 = \frac{r}{100}$$

$$0.04 \times 100 = r$$

$$4 = r$$

∴

$$r = 4\%$$

अब r का यह मान समी० (1) में रखने पर,

$$650 = P \left(1 + \frac{4}{100} \right)$$

$$650 = P \left(\frac{104}{100} \right)$$

$$\therefore P = \frac{650 \times 100}{104} = ₹ 625$$

10. माना धन = P , $r = 15\%$, $t = 2$ वर्ष

$$d = \text{C.I.} - \text{S.I.} = ₹ 144$$

$$\text{सूत्र: } d = \frac{P \times r^2}{(100)^2} \text{ से}$$

$$144 = \frac{P \times 15 \times 15}{100 \times 100}$$

$$P = \frac{144 \times 100 \times 100}{15 \times 15} = ₹ 6400$$

$$\therefore \text{अभीष्ट धन } (P) = ₹ 6400$$

11. माना मूलधन = P तथा ब्याज की दर = $r\%$

$$A_1 = ₹ 2100, t_1 = 1 \text{ वर्ष}$$

$$A_2 = ₹ 2205, t_2 = 2 \text{ वर्ष}$$

$$\text{सूत्र: } A = P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^t \text{ से}$$

$$2100 = P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^1 \dots (1)$$

$$\text{पुनः } 2205 = P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^2 \dots (2)$$

समी० (2) को समी० (1) से भाग देने पर,

$$\frac{2205}{2100} = \frac{P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^2}{P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^1}$$

$$1.05 = 1 + \frac{r}{100}$$

$$1.05 - 1 = \frac{r}{100}$$

$$0.05 = \frac{r}{100}$$

$$r = 0.05 \times 100 \\ = 5$$

∴ ब्याज की दर (r) = 5%

r का मान समी० (1) में रखने पर,

$$2100 = P \left(1 + \frac{5}{100} \right)^1$$

$$2100 = P \left(\frac{105}{100} \right)$$

$$P = \frac{2100 \times 100}{105} = 2000$$

अतः वह मूलधन (P) = ₹ 2000

12. $P = ₹ 20,000$, $t = 3$ वर्ष

$r_1 = 5\%$, $r_2 = 6\%$, $r_3 = 8\%$

3 वर्षों के अन्त में प्राप्त धन राशि (A)

$$\begin{aligned} &= P \left[\left(1 + \frac{r_1}{100} \right) \left(1 + \frac{r_2}{100} \right) \left(1 + \frac{r_3}{100} \right) \right] \\ &= 20,000 \left[\left(1 + \frac{5}{100} \right) \left(1 + \frac{6}{100} \right) \left(1 + \frac{8}{100} \right) \right] \\ &= 20,000 \times \frac{105}{100} \times \frac{106}{100} \times \frac{108}{100} \\ &= \frac{2 \times 105 \times 106 \times 108}{100} \\ &= \frac{2404080}{100} \\ &= ₹ 24040.80 \end{aligned}$$

प्रश्नावली 8.1

1. (i) $(3x - y)^2 = (3x)^2 + (y)^2 - 2 \times (3x) \times y$
 $= 9x^2 + y^2 - 6xy$ [$\because (a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$] से
 - (ii) $(4a + 2b)^2 = (4a)^2 + (2b)^2 + 2 \times (4a) \times (2b)$
 $= 16a^2 + 4b^2 + 16ab$ [$\because (a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$]
 - (iii) $(x^2 + 3y)^2 = (x^2)^2 + (3y^2)^2 + 2(x^2)(3y^2)$
 $= x^4 + 9y^4 + 6x^2y^2$
 - (iv) $(5a + 2b)^2 = (5a)^2 + (2b)^2 + 2 \times (5a) \times (2b)$
 $= 25a^2 + 4b^2 + 20ab$
 - (v) $\left(P + \frac{1}{P}\right)^2 = (P)^2 + \left(\frac{1}{P}\right)^2 + 2 \times P \times \frac{1}{P} = P^2 + \frac{1}{P^2} + 2$
 - (vi) $\left(2a + \frac{1}{3}\right)^2 = (2a)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 2 \times (2a) \times \left(\frac{1}{3}\right) = 4a^2 + \frac{1}{9} + \frac{4}{3}a$
 - (vii) $\left(\frac{x}{2} + \frac{y}{3}\right)^2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{y}{3}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{2}\right) \times \left(\frac{y}{3}\right) = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{xy}{3}$
 - (viii) $\left(\frac{5}{7}x - \frac{7}{5}y\right)^2 = \left(\frac{5x}{7}\right)^2 + \left(\frac{7y}{5}\right)^2 - 2 \times \left(\frac{5x}{7}\right) \times \left(\frac{7y}{5}\right)$
 $= \frac{25x^2}{49} + \frac{49y^2}{25} - 2xy$
2. (i) $4x^2 + 81y^2 + 36xy$
 $x = -1, y = -1$ रखने पर
 $= 4(-1)^2 + 81(-1)^2 + 36 \times (-1)(-1)$
 $= 4 + 81 + 36 = 121$
 - (ii) $25x^2 + 49y^2 - 70xy$
 $x = 2, y = 3$ रखने पर
 $= 25(2)^2 + 49(3)^2 - 70 \times 2 \times 3$
 $= 100 + 441 - 420 = 121$

$$(iii) \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{xy}{3}$$

$x = 2$, $y = 3$ रखने पर

$$= \frac{(2)^2}{4} + \frac{(3)^2}{9} + \frac{2 \times 3}{3}$$

$$= 1 + 1 + 2 = 4$$

$$(iv) 4x^2 + \frac{1}{9}x^2 - \frac{4x^2}{3}$$

$x = 1$ रखने पर

$$= 4(1)^2 + \frac{1}{9}(1)^2 - 4 \frac{(1)^2}{3}$$

$$= 4 + \frac{1}{9} - \frac{4}{3} = \frac{36 + 1 - 12}{9} = \frac{25}{9}$$

3. दिया है, $y - \frac{1}{y} = 6$

(i) दोनों तरफ का वर्ग करने पर

$$\left(y - \frac{1}{y}\right)^2 = (6)^2$$

$$y^2 + \frac{1}{y^2} - 2 \times y \times \frac{1}{y} = 36$$

$$y^2 + \frac{1}{y^2} - 2 = 36$$

$$y^2 + \frac{1}{y^2} - 2 = 36$$

$$y^2 + \frac{1}{y^2} = 36 + 2$$

$$y^2 + \frac{1}{y^2} = 38$$

$$(ii) \therefore y^2 + \frac{1}{y^2} = 38$$

दोनों तरफ का वर्ग करने पर

$$\left(y^2 + \frac{1}{y^2}\right)^2 = (38)^2$$

$$(y^2)^2 + \left(\frac{1}{y^2}\right)^2 + 2 \times y^2 \times \frac{1}{y^2} = 1444$$

$$y^4 + \frac{1}{y^4} + 2 = 1444$$

$$y^4 + \frac{1}{y^4} = 1442$$

4. दिया है, $a + \frac{1}{a} = 5$

(i) दोनों तरफल का वर्ग करने पर

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = (5)^2$$

$$a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 \times a \times \frac{1}{a} = 25$$

$$a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 = 25$$

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = 25 - 2 = 23$$

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = 23$$

(ii) $\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = 23$

दोनों तरफ का वर्ग करने पर

$$\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 = (23)^2$$

$$a^4 + \frac{1}{a^4} + 2 \times a^2 \times \frac{1}{a^2} = 529$$

$$a^4 + \frac{1}{a^4} + 2 = 529$$

$$a^4 + \frac{1}{a^4} = 529 - 2$$

$$a^4 + \frac{1}{a^4} = 527$$

5.

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = 83$$

$$\begin{aligned} \therefore \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 &= a^2 + \frac{1}{a^2} - 2 \times a \times \frac{1}{a} \\ &= a^2 + \frac{1}{a^2} - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore a - \frac{1}{a} &= \sqrt{a^2 + \frac{1}{a^2} - 2} \\ &= \sqrt{83 - 2} = \sqrt{81} = 9 \end{aligned}$$

6. $a + b = 10$, $ab = 24$,

$$\begin{aligned} (a + b)^2 &= a^2 + b^2 + 2ab \\ (10)^2 &= a^2 + b^2 + 2 \times 24 \\ 100 &= a^2 + b^2 + 48 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 100 - 48 &= a^2 + b^2 \\ 52 &= a^2 + b^2 \end{aligned}$$

$\therefore$

7. $a + b = -6$, $ab = -16$

$$\begin{aligned} (a + b)^2 &= a^2 + b^2 + 2ab \\ (-6)^2 &= a^2 + b^2 + 2 \times (-16) \\ 36 &= a^2 + b^2 - 32 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 36 + 32 &= a^2 + b^2 \\ 68 &= a^2 + b^2 \end{aligned}$$

$\therefore$

8. $a - b = 5$, $ab = 14$

$$\begin{aligned} (a - b)^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \\ (5)^2 &= a^2 + b^2 - 2 \times 14 \\ 25 &= a^2 + b^2 - 28 \end{aligned}$$

$$25+28=a^2+b^2$$

$$53=a^2+b^2$$

$$\therefore a^2+b^2=53$$

$$\begin{aligned} 9. \quad (i) \quad & \left(\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y\right)\left(\frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y\right) \\ &= \left(\frac{1}{2}x\right)^2 - \left(\frac{2}{3}y\right)^2 \quad [\because (a+b)(a-b)=a^2-b^2] \\ &= \frac{x^2}{4} - \frac{4y^2}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (ii) \quad & (2a-b-c)^2 = (2a)^2 + (-b)^2 + (-c)^2 \\ & + 2 \times 2a \times (-b) + 2 \times (-b) \times (-c) + 2 \times (-c)(2a) \\ &= 4a^2 + b^2 + c^2 - 4ab + 2bc - 4ca \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (iii) \quad & (a-2b+c)^2 = a^2 + (-2b)^2 + c^2 \\ & + 2 \times a(-2b) + 2 \times (-2b) \times c + 2 \times c \times a \\ &= a^2 + 4b^2 + c^2 - 4ab - 4bc + 2ca \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (iv) \quad & (-3a+b+c)^2 = (-3a)^2 + (b)^2 + (c)^2 \\ & + 2 \times (-3a) \times b + 2 \times b \times c + 2 \times c \times (-3a) \\ &= 9a^2 + b^2 + c^2 - 6ab + 2bc - 6ca \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (v) \quad & \left(x - \frac{1}{2}y + z\right)^2 = x^2 + \left(\frac{-1y}{2}\right)^2 + z^2 + 2 \times x \times \left(\frac{-y}{2}\right) \\ & + 2 \times \left(\frac{-y}{2}\right)z + 2 \times z \times x \end{aligned}$$

$$= x^2 + \frac{y^2}{4} + z^2 - xy - yz + 2zx$$

$$\begin{aligned} (vi) \quad & \left(1 + a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 = 1^2 + (a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2 \\ & + 2 \times 1 \times a^2 + 2 \times a^2 \times \frac{1}{a^2} + 2 \times \frac{1}{a^2} \times 1 \\ &= 1 + a^4 + \frac{1}{a^4} + 2a^2 + 2 + \frac{2}{a^2} \end{aligned}$$

10. यदि $2x + \frac{1}{2x} = 4$ $\frac{1}{4} = \frac{17}{4}$

दोनों तरफ का घन करने पर

$$\left(2x + \frac{1}{2x}\right)^3 = \left(\frac{17}{4}\right)^3$$

$$(2x)^3 + \left(\frac{1}{2x}\right)^3 + 3(2x) \times \left(\frac{1}{2x}\right) \left(2x + \frac{1}{2x}\right) = \frac{4913}{64}$$

$$[\because (a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)]$$

$$8x^3 + \frac{1}{8x^3} + 3 \times \left(2x + \frac{1}{2x}\right) = \frac{4913}{64}$$

$$8x^3 + \frac{1}{8x^3} + 3 \times \left(\frac{17}{4}\right) = \frac{4913}{64}$$

$$8x^3 + \frac{1}{8x^3} = \frac{4913}{64} - \frac{51}{4} = \frac{4913 - 816}{64}$$

$$\therefore 8x^3 + \frac{1}{8x^3} = \frac{4097}{64} = 64 \frac{1}{64}$$

11. यदि $(a+b+c) = 10 \dots (1)$

और $ab+bc+ca = 27 \dots (2)$

$$\therefore (a+b+c) = 10$$

दोनों तरफ का वर्ग करने पर

$$(a+b+c)^2 = (10)^2$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca = 100$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca) = 100$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2 \times 27 = 100$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 54 = 100$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 100 - 54$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 46$$

12. (i) $(2x+3)^3 = (2x)^3 + (3)^3 + 3(2x) \times 3(2x+3)$
 $= 8x^3 + 27 + 18x(2x+3)$
 $= 8x^3 + 27 + 36x^2 + 54x$
 $= 8x^3 + 36x^2 + 54x + 27$

(ii) $(5a-3b)^3 = (5a)^3 + (-3b)^3 + 3 \times (5a) \times (-3b)(5a-3b)$
 $= 125a^3 - 27b^3 - 45ab(5a-3b)$
 $= 125a^3 - 27b^3 - 225a^2b + 135ab^2$

(iii) $\left(x^2 + \frac{y^2}{2}\right)^3 = (x^2)^3 + \left(\frac{y^2}{2}\right)^3 + 3 \times x^2 \times \frac{y^2}{2} \left(x^2 + \frac{y^2}{2}\right)$
 $= x^6 + \frac{y^6}{8} + \frac{3}{x^2} x^2 y^2 \left(x^2 + \frac{y^2}{2}\right)$
 $= x^6 + \frac{y^6}{8} + \frac{3}{2} x^4 y^2 + \frac{3}{4} x^2 y^4$

(iv) $\left(4m - \frac{1}{3n}\right)^3 = (4m)^3 + \left(-\frac{1}{3n}\right)^3 + 3 \times 4m \times \left(-\frac{1}{3n}\right) \times \left(4m - \frac{1}{3n}\right)$
 $= 64m^3 - \frac{n^3}{27} - \frac{4m}{n} \left(4m - \frac{1}{3n}\right)$
 $= 64m^3 - \frac{n^3}{27} - \frac{16m^2}{n} + \frac{4m}{3n^2}$

(v) $\left(2b - \frac{a}{3}\right)^3 = (2b)^3 + \left(\frac{-a}{3}\right)^3 + 3 \times (2b) \times \left(\frac{-a}{3}\right) \times \left(2b - \frac{a}{3}\right)$
 $= 8b^3 - \frac{a^3}{27} - 2ab \left(2b - \frac{a}{3}\right)$
 $= 8b^3 - \frac{a^3}{27} - 4ab^2 + \frac{2}{3} a^2 b$

13. दिया है, $x - \frac{1}{x} = 5$

दोनों तरफ का घन करने पर

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 = (5)^3$$

$$x^3 - \frac{1}{x^3} - 3 \times x \times \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x} \right) = 125$$

$$x^3 - \frac{1}{x^3} - 3 \left(x - \frac{1}{x} \right) = 125$$

$$x^3 - \frac{1}{x^3} - 3 \times 5 = 125$$

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = 125 + 15$$

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = 140$$

14. (i) $(51)^3 = (50+1)^3$
 $= (50)^3 + (1)^3 + 3 \times 50 \times 1 (50+1)$
 $= 125000 + 1 + 150 \times 51$
 $= 12500 + 1 + 7650 = 132651$

(ii) $(199)^3 = (200-1)^3$
 $= (200)^3 - (1)^3 - 3 \times 200 \times 1 (200-1)$
 $= 8000000 - 1 - 600(200-1)$
 $= 8000000 - 1 - 120000 + 600$
 $= 7880599$

(iii) $(9.9)^3 = (9+0.9)^3$
 $= 9^3 + (0.9)^3 + 3 \times 9 \times 0.9 \times (9+0.9)$
 $= 729 + 0.729 + 24.3 (9+0.9)$
 $= 729.729 + 218.7 + 21.87$
 $= 970.299$

(iv) $(100.1)^3 = (100+0.1)^3$
 $= (100)^3 + (0.1)^3 + 3 \times 100 \times 0.1 (100+0.1)$
 $= 1000000 + 0.001 + 30 (100+0.1)$
 $= 1000000 + 0.001 + 3000 + 3$
 $= 1003003.001$

15. दिया है, $2x + \frac{1}{2x} = \frac{17}{4}$

दोनों तरफ का घन करने पर

$$\begin{aligned}\left(2x + \frac{1}{2x}\right)^3 &= \left(\frac{17}{4}\right)^3 \\ (2x)^3 + \left(\frac{1}{2x}\right)^3 + 3 \times (2x) \times \left(\frac{1}{2x}\right) \left(2x + \frac{1}{2x}\right) &= \frac{4913}{64} \\ 8x^3 + \frac{1}{8x^3} + 3 \times \frac{17}{4} &= \frac{4913}{64} \\ 8x^3 + \frac{1}{8x^3} &= \frac{4913}{64} - \frac{51}{4} \\ &= \frac{4913 - 816}{64} \\ &= \frac{4097}{64} \\ &= 64 \frac{1}{64}\end{aligned}$$

प्रश्नावली 8.2

1. (i) $(x-5)(x-9)$

सर्वसमिका $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

इसमें, $a = -5$, $b = -9$ रखने पर

$$\begin{aligned}(x-5)(x-9) &= x^2 + (-5-9)x + (-5) \times (-9) \\ &= x^2 - 14x + 45\end{aligned}$$

(ii) $(x^2-3)(x^2+4)$

सर्वसमिका $(X+a)(X+b) = X^2 + (a+b)X + ab$

इसमें, $X = x^2$, $a = -3$, $b = 4$ रखने पर

$$\begin{aligned}(x^2-3)(x^2+4) &= (x^2)^2 + (-3+4)x^2 + (-3) \times 4 \\ &= x^4 + x^2 - 12 \\ &= x^4 + x^2 - 12\end{aligned}$$

(iii) $\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{3}{2}\right)$

$$\text{सर्वसमिका } (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$\text{इमें } a = -\frac{1}{2}, b = \frac{-3}{2} \text{ रखने पर}$$

$$\begin{aligned} \left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{3}{2}\right) &= x^2 + \left[\left(\frac{-1}{2}\right) + \left(\frac{-3}{2}\right)\right]x + \left(\frac{-1}{2}\right)\left(\frac{-3}{2}\right) \\ &= x^2 + \left[\frac{-1-3}{2}\right]x + \frac{3}{4} \\ &= x^2 + (-2)x + \frac{3}{4} \\ &= x^2 - 2x + \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$(iv) (x+4)(x+6)$$

$$\text{सर्वसमिका } (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$\text{इसमें } a = 4, b = 6 \text{ रखने पर}$$

$$\begin{aligned} (x+4)(x+6) &= x^2 + (4+6)x + 4 \times 6 \\ &= x^2 + 10x + 24 \end{aligned}$$

$$(v) \left(x + \frac{4}{5}\right)\left(x - \frac{3}{2}\right)$$

$$\text{सर्वसमिका } (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$\text{इसमें } a = \frac{4}{5}, b = \frac{-3}{2} \text{ रखने पर}$$

$$\begin{aligned} \left(x + \frac{4}{5}\right)\left(x - \frac{3}{2}\right) &= x^2 + \left[\left(\frac{4}{5}\right) + \left(\frac{-3}{2}\right)\right]x + \left(\frac{4}{5}\right) \times \left(\frac{-3}{2}\right) \\ &= x^2 + \left(\frac{8-15}{10}\right)x - \frac{6}{5} \\ &= x^2 + \left(\frac{-7}{10}\right)x - \frac{6}{5} \\ &= x^2 - \frac{7}{10}x - \frac{6}{5} \end{aligned}$$

$$(vi) \left(x + \frac{7}{3}\right)\left(x - \frac{4}{3}\right)$$

सर्वसमिका $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

इसमें $a = \frac{7}{3}$, $b = \frac{-4}{3}$ रखने पर

$$\begin{aligned}\left(x + \frac{7}{3}\right)\left(x - \frac{4}{3}\right) &= x^2 + \left(\frac{7}{3} - \frac{4}{3}\right)x + \left(\frac{7}{3}\right)\left(\frac{-4}{3}\right) \\ &= x^2 + \left(\frac{7-4}{3}\right)x + \left(\frac{-28}{9}\right) \\ &= x^2 + x - \frac{28}{9}\end{aligned}$$

2. (i) $(a-2b)(a^2+4ab+b^2) - (a+2b)(a^2-4ab+b^2)$

$$\begin{aligned}& a^3 + 4a^2b + ab^2 - 2a^2b - 8ab^2 - 2b^3 \\ & - [a^3 - 4a^2b + ab^2 + 2a^2b - 8ab^2 + 2b^3] \\ & a^3 + 2a^2b - 7ab^2 - 2b^3 - [a^3 - 2a^2b - 7ab^2 + 2b^3] \\ & a^3 + 2a^2b - 7ab^2 - 2b^3 - a^3 + 2a^2b + 7ab^2 - 2b^3 \\ & 4a^2b - 4b^3 = 4b(a^2 - b^2) = 4b(a+b)(a-b)\end{aligned}$$

(ii) $(2x+3)(4x^2-12x+9) - (2x-3)(4x^2+12x+9)$

$$\begin{aligned}&= (8x^3 - 24x^2 + 18x + 12x^2 - 36x + 27) \\ &- (8x^3 + 24x^2 + 18x - 12x^2 - 36x - 27) \\ &= (8x^3 - 12x^2 - 18x + 27) - (8x^3 + 12x^2 - 18x - 27) \\ &= 8x^3 - 12x^2 - 18x + 27 - 8x^3 - 12x^2 + 18x + 27 \\ &= -24x^2 + 54 \\ &= 54 - 24x^2\end{aligned}$$

(iii) $(2x+5)(4x^2-20x+25) - (2x-5)(4x^2+20x+5)$

$$\begin{aligned}&= (8x^3 - 40x^2 + 50x + 20x^2 - 100x + 125) \\ &- (8x^3 + 40x^2 + 10x - 20x^2 - 100x - 25) \\ &= (8x^3 - 20x^2 - 50x + 125) - (8x^3 + 20x^2 - 90x - 25) \\ &= 8x^3 - 20x^2 - 50x + 125 - 8x^3 - 20x^2 + 90x + 25 \\ &= -40x^2 + 40x + 150\end{aligned}$$

(iv) $(x-1)(x^2+2x+1) - (x+1)(x^2-2x+1)$

$$\begin{aligned}&= (x^3 + 2x^2 + x - x^2 - 2x - 1) - (x^3 - 2x^2 + x + x^2 - 2x + 1) \\ &= (x^3 + x^2 - x - 1) - (x^3 - x^2 - x + 1) \\ &= x^3 + x^2 - x - 1 - x^3 + x^2 + x - 1 = 2x^2 - 2 = 2(x^2 - 1)\end{aligned}$$

3. दिया है; $M + N + Q = 9 \dots(1)$

$$M^2 + N^2 + Q^2 = 35 \dots(2)$$

$$M^3 + N^3 + Q^3 - MNQ = ?$$

$$\therefore (M + N + Q)^2 = M^2 + N^2 + Q^2 + 2(MN + NQ + QM)$$

$$(9)^2 = 35 + 2(MN + NQ + QM)$$

$$81 - 35 = 2(MN + NQ + QM)$$

$$\frac{46}{2} = MN + NQ + QM$$

$$23 = MN + NQ + QM$$

$$\therefore MN + NQ + QM = 23$$

$$\text{अब सूत्र: } a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

$$= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$$

$$M^3 + N^3 + Q^3 - 3MNQ$$

$$= (M + N + Q)(M^2 + N^2 + Q^2 - MN - NQ - QM)$$

$$= 9 \times [35 - (MN + NQ + QM)]$$

$$= 9 \times [35 - 23] = 9 \times 12 = 108$$

4. दिया है, $a + b + c = 9 \dots(1)$

$$ab + bc + ca = 26 \dots(2)$$

$$\therefore (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$(9)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2 \times 26$$

$$81 - 52 = a^2 + b^2 + c^2$$

$$29 = a^2 + b^2 + c^2$$

$$\text{अब सूत्र : } a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$$

$$= 9 \times [(29 - (ab + bc + ca))]$$

$$= 9 \times [29 - 26] = 9 \times 3 = 27$$

5. दिया है : $p + q + r = 0$

$$3pqr = 27$$

$$\text{सूत्र : यदि } p + q + r = 0$$

$$\text{तो } p^3 + q^3 + r^3 = 3pqr$$

$$= 27$$

6. (i) $(18)^3 - (10)^3 - (6)^3 = (18-10)(18^2 + 10^2 + 18 \times 10) - 6^3$
 सूत्र : $[a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + b^2 + ab)]$
 $= 8(324 + 100 + 180) - 6$
 $= 8 \times 604 - 216 = 4832 - 216 = 4616$
- (ii) $(15)^3 - (5)^3 + (10)^3 = (15-5)(15^2 + 5^2 + 15 \times 5) + 10^3$
 $= 10(225 + 25 + 75) + 1000$
 $= 10 \times 325 + 1000 = 3250 + 1000 = 4,250$
- (iii) $(56)^3 + (35)^3 - (60)^3 = (56+35)(56^2 + 35^2 - 56 \times 35) - (60)^3$
 $= 91(3136 + 1225 - 1960) - (60)^3$
 $= 91 \times 2401 - (60)^3$
 $= 218491 - 21600 = 2491$
- (iv) $(-35)^3 - (8)^3 + (31)^3 = (31)^3 - (8)^3 + (-35)^3$
 $= (31-8)(31^2 + 8^2 + 31 \times 8) + (-35)^3$
 [सूत्र : $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + b^2 + ab)$]
 $= 23 \times (961 + 64 + 248) + (-42875)$
 $= 23 \times 1275 - 42875$
 $= 29279 - 42875$
 $= 13596$

9

युगपत समीकरण

प्रश्नावली 9.1

1. (i) $2x + y = 6 \dots (i)$
 $x - y = 3 \dots (ii)$
 समी० (ii) से, $x = y + 3$
 x का मान समी० (i) में रखने पर,
 $2(y+3) + y = 6$
 $2y + 6 + y = 6$
 $3y = 6 - 6 = 0$
 $y = \frac{0}{3} = 0$

y का मान समी० (ii) में रखने पर

$$x - 0 = 3 \quad \Rightarrow \quad x = 3$$

अतः $x = 3, y = 0$

(ii) $4x - 3y = 8 \dots(i)$

$$6x - y = \frac{29}{3} \dots(ii)$$

समी० (ii) से, $y = 6x - \frac{29}{3}$

y का मान समी० (i) में रखने पर,

$$4x - 3 \times \left(6x - \frac{29}{3} \right) = 8$$

$$4x - 18x + 29 = 8$$

$$-14x = 8 - 29$$

$$-14x = -21$$

$$x = \frac{-21}{-14} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \quad x = \frac{3}{2}$$

x का मान समी० (ii) में रखने पर

$$6 \times \frac{3}{2} - y = \frac{29}{3}$$

$$9 - y = \frac{29}{3}$$

$$9 - \frac{29}{3} = y$$

$$\frac{-2}{3} = y$$

$$\therefore \quad y = \frac{-2}{3}$$

अतः $x = \frac{3}{2}, y = \frac{-2}{3}$

$$(iii) 5x - 3y = 9 \dots(i)$$

$$2x - y = 4 \dots(ii)$$

समी० (ii) से, $y = 2x - 4$

y का मान समी० (i) में रखने पर,

$$5x - 3 \times (2x - 4) = 9$$

$$5x - 6x + 12 = 9$$

$$-x = 9 - 12 = -3$$

$$\therefore x = 3$$

x का मान समी० (ii) में रखने पर,

$$2 \times 3 - y = 4$$

$$6 - 4 = y$$

$$2 = y$$

$$\therefore y = 2$$

अतः $x = 3, y = 2$

$$(iv) 2x + y = 7 \dots(i)$$

$$y - 3 = 0 \dots(ii)$$

समी० (ii) से, $y = 3$

y का मान समी० (i) रखने पर,

$$2x + 3 = 7 \quad \Rightarrow \quad 2x = 7 - 3$$

$$\Rightarrow 2x = 4 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{4}{2} = 2$$

अतः $x = 2, y = 3$

$$(v) 17x + 10y = 118 \dots(i)$$

$$15x - 6y = 30 \dots(ii)$$

समी० (ii) से, $15x - 30 = 6y$

$$\frac{1}{6}(15x - 30) = y$$

$$\frac{5}{2}x - 5 = y$$

y का मान समी० (i) में रखने पर,

$$17x + 10\left(\frac{5}{2}x - 5\right) = 118$$

$$17x + 25x - 50 = 118$$

$$42x = 118 + 50 = 168$$

$$x = \frac{168}{42} = 4$$

x का मान समी० (ii) में रखने पर,

$$17 \times 4 + 10y = 118$$

$$68 + 10y = 118$$

$$10y = 118 - 68 = 50$$

$$y = \frac{50}{10} = 5$$

अतः $x = 4$, $y = 5$

(vi) $3x + 4y = 24 \dots(i)$

$$20x - 11y = 47 \dots(ii)$$

समी० (i) से, $20x - 47 = 11y$

$$\text{या, } y = \frac{1}{11}(20x - 47)$$

y का मान समी० (i) में रखने पर,

$$3x + 4 \times \frac{1}{11}(20x - 47) = 24$$

$$3x + \frac{80}{11}x - \frac{188}{11} = 24$$

$$3x + \frac{80}{11}x = 24 + \frac{188}{11}$$

$$\frac{113x}{11} = \frac{264 + 188}{11}$$

$$\frac{13x}{11} = \frac{452}{11}$$

$$x = \frac{452}{11} \times \frac{11}{113} = 4$$

$$(vii) 17x + 12y = 63 \dots(i)$$

$$13x - 3y = 36 \dots(ii)$$

$$\text{समी० (ii) से, } 13x - 36 = 3y$$

$$\frac{1}{3}(13x - 36) = y$$

y का मान समी० (i) में रखने पर,

$$17x + 12 \left[\frac{1}{3}(13x - 36) \right] = 63$$

$$17x + 52x - 144 = 63$$

$$17x + 52x = 63 + 144$$

$$69x = 207$$

$$x = \frac{207}{69} = 3$$

x का मान समी० (ii) में रखने पर,

$$13 \times 3 - 3y = 36 \quad \Rightarrow \quad 39 - 3y = 36$$

$$\Rightarrow 39 - 36 = 3y \quad \Rightarrow 3 = 3y \quad \Rightarrow y = \frac{3}{3} = 1$$

$$\text{अतः } x = 3, y = 1$$

$$(viii) 2x + 3y = 11 \dots(i)$$

$$2x - y = -1 \dots(ii)$$

$$\text{समी० (ii) से, } 2x + 1 = y$$

y का मान समी० (i) में रखने पर,

$$2x + 3(2x + 1) = 11$$

$$2x + 6x + 3 = 11$$

$$8x = 11 - 3 = 8$$

$$x = \frac{8}{8} = 1$$

x का मान समी० (ii) में रखने पर,

$$2 \times 1 - y = -1 \quad \Rightarrow \quad 2 + 1 = y$$

$$\Rightarrow 3 = y \quad \Rightarrow y = 3$$

$$\text{अतः } x = 1, y = 3$$

2. (i) $3x + 2y = 14 \dots(i)$
 $-x + 4y = 7 \dots(ii)$
 समी० (ii) में 3 से गुणा करने पर,
 $-3x + 12y = 21 \dots(iii)$
 समी० (i) व (iii) को जोड़ने पर

$$\begin{array}{r} 3x + 2y = 14 \\ -3x + 12y = 21 \\ \hline 14y = 35 \\ y = \frac{35}{14} = \frac{5}{2} \\ y = \frac{5}{2} \end{array}$$

समी० (ii) में y का मान रखने पर

$$\begin{array}{r} -x + 4 \times \left(\frac{5}{2}\right) = 7 \\ -x + 10 = 7 \\ -x = 7 - 10 = -3 \\ x = 3 \end{array}$$

अतः $x = 3, y = \frac{5}{2}$

- (ii) $2x - 3y = 1.3 \dots(i)$
 $y - x = 0.5 \dots(ii)$
 समी० (ii) में 3 से गुणा करने पर,
 $3y - 3x = 1.5 \dots(iii)$
 समी० (i) व (iii) को जोड़ने पर

$$\begin{array}{r} 2x - 3y = 1.3 \\ 3y - 3x = 1.5 \\ \hline -x = 2.8 \\ x = -2.8 \end{array}$$

x का मान समी० (ii) में रखने पर

$$\begin{array}{r} y - (-2.8) = 0.5 \\ y + 2.8 = 0.5 \end{array}$$

$$y = 0.5 - 2.8$$

$$y = -2.3$$

अतः $x = -2.8$, $y = -2.3$

(iii) $19x - 17y = 55 \dots(i)$

$$17x - 19y = 53 \dots(ii)$$

समी० (i) में 19 से गुणा करने पर

$$361x - 323y = 1045 \dots(iii)$$

समी० (ii) में 17 से गुणा करने पर,

$$289x - 323y = 901 \dots(iv)$$

समी० (iii) में से, समी० (iv) घटाने पर

$$361x - 323y = 1045$$

$$289x - 323y = 901$$

$$\begin{array}{r} - \quad + \quad - \\ \hline \end{array}$$

$$72x = 144$$

$$x = \frac{144}{72} = 2$$

x का मान समी० (i) में रखने पर

$$19 \times 2 - 17y = 55$$

$$-17y = 55 - 38$$

$$-17y = 17$$

$$\Rightarrow y = \frac{17}{-17} = -1$$

अतः $x = 2$, $y = -1$

(iv) $3x + 5y = 15 \dots(i)$

$$x - 5y = 17 \dots(ii)$$

समी० (i) व (ii) को जोड़ने पर

$$3x + 5y = 15$$

$$\begin{array}{r} x - 5y = 17 \\ \hline \end{array}$$

$$4x = 32$$

$$x = \frac{32}{4} = 8$$

x का मान समी० (ii) में रखने पर

$$8 - 5y = 17$$

$$8 - 17 = 5y$$

$$-9 = 5y$$

या,

$$y = \frac{-9}{5}$$

$$\text{अतः } x = 8, y = \frac{-9}{5}$$

$$(v) 4x + 7y = 20 \dots(i)$$

$$21x - 13y = 21 \dots(ii)$$

समी० (i) में 13 से गुणा करने पर,

$$52x + 91y = 260 \dots(iii)$$

समी० (ii) में 7 से गुणा करने पर,

$$147x - 91y = 147 \dots(iv)$$

समी० (iii) व (i) को जोड़ने पर

$$52x + 91y = 260$$

$$\underline{147x - 91y = 147}$$

$$199x = 407$$

$$x = \frac{407}{199}$$

x का मान समी० (ii) में रखने पर

$$21 \times \left(\frac{407}{199} \right) - 13y = 21$$

$$\frac{21 \times 407}{199} - 21 = 13y$$

$$\frac{21 \times 407 - 21 \times 199}{199} = 13y$$

$$\frac{21 \times 208}{199} = 13y$$

$$y = \frac{21 \times 208}{199 \times 13} = \frac{336}{199}$$

$$\text{अतः } x = \frac{407}{199}, y = \frac{336}{199}$$

$$(vi) \quad 3x + 5y = -7 \dots(i)$$

$$11x - 8y = 27 \dots(ii)$$

समी० (i) से 8 से तथा समी० (ii) में 5 से गुणा करने पर,

$$24x + 40y = -56 \dots(iii)$$

$$\frac{55x - 40y = 135}{\dots(iv)}$$

जोड़ने पर,

$$79x = 79$$

$$x = \frac{79}{79} = 1$$

x का मान समी० (i) में रखने पर

$$3 \times 1 + 5y = -7$$

$$5y = -7 - 3 = -10$$

$$y = \frac{-10}{5} = -2$$

अतः $x = 1$, $y = -2$

$$3. \quad (i) \quad 3y - 4z = 1 \dots(i)$$

$$5y - 4z = 2 \dots(ii)$$

$$\begin{array}{r} - \quad + \quad - \\ \hline \end{array}$$

घटाने पर,

$$-2y = -1$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}$$

y का मान समी० (i) में रखने पर,

$$3 \times \frac{1}{2} - 4z = 1$$

$$-4z = 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$z = \frac{1}{-4 \times 2} = \frac{1}{8}$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}, z = \frac{1}{8}$$

उत्तर की जाँच : समी० (1) में $y = \frac{1}{2}$, $z = \frac{1}{8}$ रखने पर

$$3 \times \frac{1}{2} - 4 \times \frac{1}{8} = 1$$

$$\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$$

$$\frac{3-1}{2} = 1$$

$$\frac{2}{2} = 1$$

$$1 = 1$$

$$\text{L.H.S.} = \text{R.H.S.}$$

$$(ii) \ x - y = 3 \dots (i)$$

$$\frac{x}{2} - \frac{y}{2} = 6 \dots (ii)$$

$$\text{समी० (ii) से, } \frac{x-y}{2} = 6 \qquad x - y = 12 \dots (iii)$$

समी० (i) से समी० (iii) घटाने पर

$$\begin{array}{r} x - y = 3 \\ x - y = 12 \\ \hline - \quad + \\ \hline 0 = -9 \end{array}$$

अतः समी० (i) व (ii) से x व y के मान ज्ञात नहीं किये जा सकते हैं।

$$4. \quad (i) \quad \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 10 \dots (i)$$

$$\frac{x}{3} - \frac{y}{8} = 2 \dots (ii)$$

$$\text{समी० (i) में } \frac{1}{2} \text{ से गुणा करने पर, } \frac{x}{4} + \frac{y}{8} = 5 \dots (iii)$$

समी० (ii) एवं (iii) को जोड़ने पर

$$\frac{x}{3} - \frac{y}{8} = 2$$

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{8} = 5$$

जोड़ने पर,

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 2 + 5$$

$$\frac{4x+3x}{12} = 7$$

$$\frac{7x}{12} = 7$$

$$x = 12$$

x का मान समी० (i) में रखने पर,

$$\frac{12}{2} + \frac{y}{4} = 10$$

$$6 + \frac{y}{4} = 10$$

$$\frac{y}{4} = 10 - 6 = -4$$

$$y = -4 \times 4 = -16$$

अतः $x = 12$, $y = -16$

$$(ii) \frac{x}{7} + \frac{y}{15} = 3 \dots(i)$$

$$\frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 4 \dots(ii)$$

समी० (i) को $\frac{1}{4}$ से गुणा करने पर,

$$\frac{x}{28} + \frac{y}{60} = \frac{3}{4} \dots(iii)$$

समी० (ii) को $\frac{1}{15}$ से गुणा करने पर, $\frac{x}{30} - \frac{y}{60} = \frac{4}{15} \dots(iv)$

समी० (iii) व (iv) को जोड़ने पर,

$$\frac{x}{28} + \frac{y}{60} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{x}{30} - \frac{y}{60} = \frac{4}{15}$$

जोड़ने पर,

$$\begin{array}{r} \frac{x}{28} + \frac{x}{30} = \frac{3}{4} + \frac{4}{15} \\ \frac{15x+14x}{420} = \frac{45+16}{60} \end{array}$$

$$\frac{29x}{420} = \frac{61}{60}$$

$$x = \frac{61}{60} \times \frac{420}{29}$$

$$x = \frac{427}{29}$$

x का मान समी० (i) में रखने पर,

$$\frac{427}{29 \times 7} + \frac{y}{15} = 3$$

$$\frac{61}{29} + \frac{y}{15} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{y}{15} = 3 - \frac{61}{29}$$

$$\Rightarrow \frac{y}{15} = \frac{26}{29}$$

$$\Rightarrow y = \frac{26 \times 15}{29} = \frac{390}{29}$$

$$\text{अतः } x = \frac{427}{29}, y = \frac{390}{29}$$

प्रश्नावली 9.2

1. माना दो संख्याएँ x तथा y हैं।

$$\therefore \text{ प्रश्नानुसार, } x + y = 50 \dots (i)$$

$$x - y = 20 \dots (ii)$$

समी० (i) व (ii) को जोड़ने पर, $2x = 70$

$$x = \frac{70}{2} = 35$$

x का मान समी० (i) में रखने पर,

$$35 + y = 50 \quad \Rightarrow \quad y = 50 - 35 = 15$$

$$\therefore x = 35, y = 15$$

2. माना पिता की वर्तमान आयु $= x$ वर्ष

तथा पुत्र की वर्तमान आयु $= y$ वर्ष

10 वर्ष पूर्व, पिता की आयु = $(x-10)$ वर्ष

10 वर्ष पूर्व, पुत्र की आयु = $(y-10)$ वर्ष

प्रथम शर्तानुसार,

$$x-10=12(y-10)$$

$$x-10=12y-120$$

$$x-12y=10-120=-110$$

$$x-12y=-110 \dots(i)$$

10 वर्ष बाद, पिता की आयु = $(x+10)$ वर्ष

10 वर्ष बाद, पुत्र की आयु = $(y+10)$ वर्ष

द्वितीय शर्तानुसार, $(x+10)=2(y+10)$

$$x+10=2y+20$$

$$x-2y=20-10$$

$$x-2y=10 \dots(ii)$$

समी० (i) से समी० (ii) घटाने पर,

$$x-12y=-110$$

$$x-2y=10$$

$$\begin{array}{r} - \quad + \quad + \\ \hline \end{array}$$

$$-10y=-120$$

$$y=\frac{-120}{-10}=12$$

$$\therefore y=12$$

y का मान समी० (i) में रखने पर,

$$x-12 \times 12=-110$$

$$x-144=-110$$

$$x=144-110$$

$$x=34$$

अतः पिता की आयु $(x)=34$ वर्ष,

पुत्र की आयु $(y)=12$ वर्ष

3. माना भिन्न का हर = x

तब भिन्न का अंश = $x-3$

$$\text{अतः} \quad \text{भिन्न} = \frac{x-3}{x}$$

$$\text{अब प्रश्नानुसार,} \quad \frac{(x-3)+2}{x-3} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{x-3+2}{x-3} = \frac{3}{2}$$

$$2(x-1) = 3(x-3)$$

$$2x-2 = 3x-9$$

$$9-2 = 3x-2x$$

$$7 = x$$

$$\therefore x = 7$$

$$\text{भिन्न का हर} = 7$$

$$\text{तथा भिन्न का अंश} = 7-3 = 4$$

$$\text{अतः अभीष्ट भिन्न} = \frac{4}{7}$$

4. माना अश्वनी तथा राहुल की मासिक आय क्रमशः $4x$ तथा $3x$ है।
तथाउनका व्यय क्रमशः $3y$ तथा $2y$ है।

प्रश्नानुसार, बचत = आय-व्यय

$$8000 = 4x - 3y \text{ (अश्वनी के लिए)}$$

$$\text{या,} \quad 4x - 3y = 8000 \dots (i)$$

$$\text{तथा} \quad 8000 = 3x - 2y \text{ (राहुल के लिए)}$$

$$\text{या,} \quad 3x - 2y = 8000 \dots (ii)$$

समी० (ii) से, $y = \left(\frac{3x-8000}{2} \right)$ का मान समी० (i) में रखने पर

$$4x - 3 \left(\frac{3x-8000}{2} \right) = 8000$$

$$\frac{8x - 9x + 24000}{2} = 8000$$

$$-x + 24000 = 2 \times 8000$$

$$24000 - 16000 = x$$

$$8000 = x$$

अतः दोनों की मासिक आय क्रमशः

$$₹ (4 \times 8000); ₹ (3 \times 8000) = ₹ 32000, ₹ 24000$$

5. माना पिता की वर्तमान आयु = x वर्ष

पुत्र की वर्तमान आयु = y वर्ष

प्रथम शर्तानुसार, $x = 3y + 3 \dots (i)$

3 वर्ष बाद, पिता की आयु = $(x + 3)$ वर्ष

पुत्र की आयु = $(y + 3)$ वर्ष

द्वितीय शर्तानुसार, $x + 3 = 2(y + 3) + 10$

या,

$$x + 3 = 2y + 6 + 10$$

$$x = 2y + 16 - 3$$

$$x = 2y + 13 \dots (ii)$$

समी० (i) से x का मान समी० (ii) में रखने पर

$$3y + 3 = 2y + 13$$

$\Rightarrow$

$$3y - 2y = 13 - 3$$

$$y = 10$$

y का मान समी० (i) में रखने पर

$$x = 3 \times 10 + 3 = 33$$

अतः पिता की वर्तमान आयु = 33 वर्ष

तथा पुत्र की वर्तमान आयु = 10 वर्ष

6. माना 1 आइसक्रीम की लागत = ₹ x

तथा 1 चॉकलेट की लागत = ₹ y

प्रथम शर्तानुसार, $5x + 7y = 79 \dots (i)$

$7x + 5y = 77 \dots (ii)$

समी० (i) को 5 से तथा समी० (ii) को 7 से गुणा करके घटाने पर,

$$25x + 35y = 395$$

$$49x + 35y = 539$$

$$\underline{\quad - \quad - \quad -}$$

$$-24x = -144$$

$$x = \frac{-144}{-24} = 6$$

x का मान समी० (i) में रखने पर

$$5 \times 6 + 7y = 79$$

$$7y = 79 - 30$$

$$7y = 49$$

$$y = \frac{49}{7} = 7$$

अतः 1 आइस्क्रीम की लागत = ₹ 6

तथा 2 चॉकलेट की लागत = $2 \times 7 = ₹ 14$

1 आइस्क्रीम तथा 2 चॉकलेट की कुल कीमत = ₹ 6 + ₹ 14 = ₹ 20

7. माना भिन्न का अंश x तथा हर y है।

$$\text{तब भिन्न} = \frac{x}{y}$$

प्रथम शर्तानुसार,

$$\frac{x+3}{y+3} = \frac{4}{5}$$

$$5(x+3) = 4(y+3)$$

$$5x+15 = 4y+12$$

$$5x-4y = 12-15$$

$$5x-4y = -3 \dots (i)$$

द्वितीय शर्तानुसार

$$\frac{x-1}{y-1} = \frac{2}{3}$$

$$3(x-1) = 2(y-1)$$

$$3x-3 = 2y-2$$

$$3x-2y = 3-2 = 1$$

$$3x-2y = 1 \dots (ii)$$

समी० (ii) में 2 से गुणा करके, समी० (i) में से घटाने पर

$$5x-4y = -3$$

$$6x-4y = 2$$

$$\begin{array}{r} - \\ + \\ - \end{array}$$

$$-x = -5$$

$$\Rightarrow x = 5$$

x का मान समी० (i) में रखने पर

$$5 \times 5 - 4y = -3$$

$$\Rightarrow 25 + 3 = 4y$$

$$\Rightarrow 28 = 4y \quad \Rightarrow \quad \frac{28}{4} = y \quad \Rightarrow \quad y = 7$$

$$\text{अतः भिन्न} = \frac{x}{y} = \frac{5}{7}$$

8. माना आयत की चौड़ाई = x सेमी०
 तो आयत की लम्बाई = $(x+3)$ सेमी०
 आयत का परिमाप = 18 सेमी०
 आयत का परिमाप = 2 (ल० + चौ०)

$$18 = 2(x+3+x)$$

$$\Rightarrow 9 = 2x + 3$$

$$\Rightarrow 9 - 3 = 2x$$

$$\Rightarrow 6 = 2x$$

$$\Rightarrow 3 = x$$

$$\Rightarrow x = 3$$

$$\text{अतः आयत की लम्बाई} = 3 + 3 = 6 \text{ सेमी०}$$

$$\text{आयत की चौड़ाई} = 3 \text{ सेमी०}$$

9. माना आयताकार भूमि की ल० = l मी०

$$\text{तथा भूमि की चौ०} = b \text{ मी०}$$

$$\text{तो क्षेत्रफल} (A) = l \times b$$

परन्तु प्रथम शर्तानुसार,

$$(l+3)(b-3) = A - 24$$

$$lb - 3l + 3b - 9 = lb - 24 [\because A = lb]$$

$$3b - 3l = 9 - 24 = -15$$

$$3b - 3l = -15 \dots (i)$$

$$\text{द्वितीय शर्तानुसार, } (l+3)(b-2) = A - 1$$

$$lb - 2l + 3b - 6 = lb - 1 [\because A = lb]$$

$$3b - 2l = 6 - 1 = 5$$

$$3b - 2l = 5 \dots (ii)$$

समी० (i) में से समी० (ii) को घटाने पर,

$$3b - 3l - (3b - 2l) = -15 - 5$$

$$3b - 3l - 3b + 2l = -20$$

$$-l = -20 \quad \Rightarrow \quad l = 20$$

l का मान समी० (i) में रखने पर

$$3b - 3 \times 20 = -15$$

$$3b = 60 - 15 = 45$$

$$b = \frac{45}{3} = 15$$

$$\Rightarrow \quad b = 15$$

अतः भूमि की लम्बाई (l) = 20 मीटर

भूमि की चौड़ाई (b) = 15 मीटर

10. माना ₹ 1 के सिक्कों की संख्या = x

तथा 50 पैसे के सिक्कों की संख्या = y

प्रथम शर्तानुसार, $x + y = 1900 \dots (i)$

द्वितीय शर्तानुसार, $x + \frac{y}{2} = 1400 \dots (ii) \left[\because 50 \text{ पैसे} = ₹ \frac{1}{2} \right]$

समी० (i) में से समी० (ii) घटाने पर,

$$x + y = 1900$$

$$x + \frac{y}{2} = 1400$$

$$\begin{array}{r} - \quad - \quad - \\ y - \frac{y}{2} = 500 \end{array}$$

$$\frac{y}{2} = 500 \quad y = 500 \times 2 = 1000$$

y का मान समी० (i) में रखने पर

$$x + 1000 = 1900$$

$$x = 1900 - 1000$$

$$x = 900$$

अतः, ₹ 1 के सिक्कों की संख्या = 900

तथा 50 पैसे के सिक्कों की संख्या = 1000

11. माना ईकाई का अंक = x

तथा दहाई का अंक = y

तब संख्या = $10y + x$

प्रथम शर्तानुसार, $x = y + 4 \dots (i)$

अंक बदलने पर बनी नयी संख्या = $10x + y$

द्वितीय शर्तानुसार, $10x + y = 2(10y + x) - 1$

$$10x + y = 20y + 2x - 1$$

$$10x - 2x = 20y - y - 1$$

$$8x = 19y - 1 \dots (ii)$$

समी० (i) से, x का मान समी० (ii) में रखने पर,

$$8(y + 4) = 19y - 1$$

$$8y + 32 = 19y - 1$$

$$32 + 1 = 19y - 8y$$

$$33 = 11y$$

$$y = \frac{33}{11} = 3$$

अतः संख्या = $10 \times 3 + 7 = 37$

12.

माना छोटा कोण = x

तो बड़ा कोण = $(90 - x)$

शर्तानुसार, $x = \frac{3}{5}(90 - x) + 10$

$$x = 54 - \frac{3x}{5} + 10$$

$$x + \frac{3x}{5} = 64$$

$$\frac{8x}{5} = 64$$

$$x = \frac{64 \times 5}{8}$$

$$x = 40$$

तथा बड़ा कोण = $(90^\circ - 40^\circ) = 50^\circ$

अतः अभीष्ट कोण = $40^\circ, 50^\circ$

प्रश्नावली 10

1. (i) $x^2 = 18$

$$x = \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \pm 3\sqrt{2}$$

जाँच $(3\sqrt{2})^2 = 18$

$$(3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}) = 18$$

$$9 \times 2 = 18$$

$$18 = 18$$

तथा $(-3\sqrt{2})^2 = 18$

$$-3\sqrt{2} \times -3\sqrt{2} = 18$$

$$9 \times 2 = 18$$

$$18 = 18$$

(ii) $x^2 - 25 = 0$

$$\Rightarrow x^2 = 25$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{25} = \pm 5$$

जाँच $(5)^2 - 25 = 0$

$$25 - 25 = 0$$

$$0 = 0$$

तथा $(-5)^2 - 25 = 0$

$$25 - 25 = 0$$

$$0 = 0$$

(iii) $\frac{x}{2} - \frac{2}{x} = 0 \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{2}{x} \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \sqrt{4} = \pm 2$

जाँच $(2)^2 = 4$

$$4 = 4$$

तथा $(-2)^2 = 4$

$$4 = 4$$

(iv) $16x^2 - 25 = 0 \Rightarrow 16x^2 = 25$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{25}{16} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{25}{16}} = \pm \frac{5}{4}$$

जाँच $16\left(\frac{5}{4}\right)^2 - 25 = 0$ तथा $16\left(\frac{-5}{4}\right)^2 - 25 = 0$

$$16\left(\frac{25}{16}\right) - 25 = 0 \quad 16\left(\frac{25}{16}\right) - 25 = 0$$

$$25 - 25 = 0$$

$$0 = 0$$

$$25 - 25 = 0$$

$$0 = 0$$

(v) $Z^2 - 49 = 0 \Rightarrow Z^2 = 49 \Rightarrow Z = \sqrt{49} \Rightarrow Z = \pm 7$

जाँच $(7)^2 - 49 = 0$ तथा $(-7)^2 - 49 = 0$

$$49 - 49 = 0$$

$$49 - 49 = 0$$

$\Rightarrow$

$$0 = 0$$

$$0 = 0$$

$$(vi) \quad 0.04 x^2 - 0.25 = 0$$

$$0.04 x^2 = 0.25$$

$$x^2 = \frac{0.25}{0.04} = \frac{25}{4}$$

$$x = \sqrt{\frac{25}{4}} = \pm \frac{5}{2}$$

जाँच

$$0.04 \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 0.25 = 0$$

$$0.04 \times 6.25 - 0.25 = 0$$

$$0.25 - 0.25 = 0$$

 $\Rightarrow$

$$0 = 0$$

तथा

$$0.04 \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 0.25 = 0$$

$$0.04 \times 6.25 - 0.25 = 0$$

$$0.25 \times 0.25 = 0$$

 $\Rightarrow$

$$0 = 0$$

(vii)

$$-ax^2 + c = 0$$

$$c = ax^2$$

$$\frac{c}{a} = x^2$$

 $\Rightarrow$

$$x = \pm \sqrt{\frac{c}{a}}$$

जाँच

$$-a \left(\sqrt{\frac{c}{a}}\right)^2 + c = 0$$

तथा

$$-a \times \left(-\sqrt{\frac{c}{a}}\right)^2 + c = 0$$

$$-a \times \left(\frac{c}{a}\right) + c = 0$$

तथा

$$-a \times \left(\frac{c}{a}\right) + c = 0$$

$$-c + c = 0$$

$$-c + c = 0$$

$$0 = 0$$

$$0 = 0$$

$$(viii) 2x^2 - 18 = 0$$

$$2x^2 = 18 \quad \Rightarrow \quad x^2 = \frac{18}{2} = 9$$

$$x = \sqrt{9} = \pm 3$$

जाँच	$2 \times (3)^2 - 18 = 0$	तथा	$2 \times (-3)^2 - 18 = 0$
	$2 \times 9 - 18 = 0$		$2 \times 9 - 18 = 0$
	$18 - 18 = 0$		$18 - 18 = 0$
	$0 = 0$		$0 = 0$

$$(ix) \frac{x^2}{4} = 9 \quad \Rightarrow \quad x^2 = 36 \quad \Rightarrow \quad x = \sqrt{36} \quad \Rightarrow \quad x = \pm 6$$

जाँच	$\frac{(6)^2}{4} = 9$	तथा	$\frac{(-6)^2}{4} = 9$
	$\frac{36}{4} = 9$		
$\Rightarrow$	$9 = 9$	$\Rightarrow$	$9 = 9$

(x)	$x^2 - 256 = 0$	$\Rightarrow x^2 = 256$	$\Rightarrow x = \sqrt{256} = \pm 16$
जाँच	$(16)^2 - 256 = 0$	तथा	$(-16)^2 - 256 = 0$
	$256 - 256 = 0$		$256 - 256 = 0$
	$0 = 0$		$0 = 0$

2. (i) $x^2 + 18x + 32 = 0$
 $x^2 + 16x + 2x + 32 = 0$
 $x(x + 16) + 2(x + 16) = 0$
 $(x + 16)(x + 2) = 0$
 $x + 16 = 0$
 $\therefore x = -16$
 $x + 2 = 0$
 $\therefore x = -2$

(ii) $x^2 - 9x + 14 = 0$
 $x^2 - 7x - 2x + 14 = 0$
 $x(x - 7) - 2(x - 7) = 0$
 $(x - 7)(x - 2) = 0$
 $x - 7 = 0$
 $\therefore x = 7$
 $x - 2 = 0$
 $\therefore x = 2$

(iii) $x^2 + 11x + 30 = 0$
 $x^2 + 5x + 6x + 30 = 0$
 $x(x + 5) + 6(x + 5) = 0$
 $(x + 5)(x + 6) = 0$
 $x + 5 = 0$

(iv) $3x^2 + 10x - 25 = 0$
 $3x^2 + 15x - 5x - 25 = 0$
 $3x(x + 5) - 5(x + 5) = 0$
 $(x + 5)(3x - 5) = 0$
 $(x + 5) = 0$

$$\therefore x = -5$$

$$x + 6 = 0$$

$$\therefore x = -6$$

$$\therefore x = -5$$

$$(3x - 5) = 0$$

$$3x = 5$$

$$\therefore x = \frac{5}{3}$$

$$(v) 15x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$15x^2 + 12x - 10x - 8 = 0$$

$$3x(5x + 4) - 2(5x + 4) = 0$$

$$(5x + 4)(3x - 2) = 0$$

$$5x + 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{-4}{5}$$

$$3x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$(vi) 6 - 35x - 6x^2 = 0$$

$$6 - 36x + x - 6x^2 = 0$$

$$6(1 - 6x) + x(1 - 6x) = 0$$

$$(1 - 6x)(6 + x) = 0$$

$$1 - 6x = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{6}$$

$$6 + x = 0 \Rightarrow x = -6$$

$$(vii) x^2 - 2x + \frac{7}{16} = 0$$

$$16x^2 - 32x + 7 = 0$$

$$16x^2 - 4x - 28x + 7 = 0$$

$$4x(4x - 1) - 7(4x - 1) = 0$$

$$(4x - 1)(4x - 7) = 0$$

$$(4x - 1) = 0 \Rightarrow 4x = 1$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{4}$$

$$(4x - 7) = 0 \Rightarrow 4x = 7$$

$$\Rightarrow x = \frac{7}{4}$$

$$(viii) x^2 - 11x - 80 = 0$$

$$x^2 - 16x + 5x - 80 = 0$$

$$x(x - 16) + 5(x - 16) = 0$$

$$(x - 16)(x + 5) = 0$$

$$(x - 16) = 0 \Rightarrow x = 16$$

$$(x + 5) = 0 \Rightarrow x = -5$$

$$3. (i) 16x^2 - 48x + 36 = 0$$

$$(4x)^2 - 2 \times (4x) \times 6 + (6)^2 = 0$$

$$(4x - 6)^2 = 0$$

$$4x - 6 = 0$$

$$x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$(ii) 2x^2 - 12x + 18 = 0$$

दोनों ओर 2 से भाग देने पर

$$\frac{2x^2}{2} - \frac{12x}{2} + \frac{18}{2} = \frac{0}{2}$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(x)^2 - 2 \times (x) \times 3 + (3)^2 = 0$$

$$(x-3)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow x = 3$$

$$(iii) 20x^2 - 20x + 5 = 0$$

दोनों तरफ 5 से भाग करने पर

$$4x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$(2x)^2 - 2 \times (2x) \times 1 + (1)^2 = 0$$

$$(2x-1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow 2x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$(iv) 4x^2 + 12xy + 9y^2 = 0$$

$$(2x)^2 + 2 \times (2x)(3y) + (3y)^2 = 0$$

$$(2x+3y)^2 = 0$$

$$\Rightarrow 2x + 3y = 0$$

$$\Rightarrow 2x = -3y$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{-3}{2}$$

$$4. (i) 30x^2 + 7x - 15 = 0$$

$$30x^2 + 25x - 18x - 15 = 0$$

$$5x(6x+5) - 3(6x+5) = 0$$

$$(6x+5)(5x-3) = 0$$

$$6x+5=0$$

तथा

$$5x-3=0$$

$$x = \frac{-5}{6}$$

$$x = \frac{3}{5}$$

$$\text{अतः } x = \frac{-5}{6}, \frac{3}{5}$$

$$(ii) 9x^2 - 22x + 8 = 0$$

$$9x^2 - 18x - 4x + 8 = 0$$

$$9x(x-2) - 4(x-2) = 0$$

$$(x-2)(9x-4) = 0$$

$$x-2 = 0 \text{ तथा } 9x-4 = 0$$

$$x = 2, x = \frac{4}{9}$$

$$\text{अतः } x = 2, \frac{4}{9}$$

$$(iii) x^2 - 4 + \frac{4}{x^2} = 0$$

$$\frac{x^4 - 4x^2 + 4}{x^2} = 0$$

$$x^4 - 4x^2 + 4 = 0$$

$$x^4 - 2x^2 - 2x^2 + 4 = 0$$

$$x^2(x^2 - 2) - 2(x^2 - 2) = 0$$

$$(x^2 - 2)(x^2 - 2) = 0$$

$$(x^2 - 2)^2 = 0$$

$$x^2 - 2 = 0$$

$$x^2 = 2$$

$$x = \pm \sqrt{2}$$

$$(iv) 5x^3 - 30x^2 + 45x = 0$$

$$5x(x^2 - 6x + 9) = 0$$

$$5x[x^2 - 3x - 3x + 9] = 0$$

$$5x[x(x-3) - 3(x-3)] = 0$$

$$5x(x-3)(x-3) = 0$$

$$(x-3)^2 = 0$$

तथा

$$5x = 0$$

$$x - 3 = 0$$

$$x = \frac{0}{5} = 0$$

$$x = 3$$

$$\text{अतः } x = 3, 0$$

$$(v) \quad 12x^2 + 25x + 12 = 0$$

$$12x^2 + 16x + 9x + 12 = 0$$

$$4x(3x + 4) + 3(3x + 4) = 0$$

$$(3x + 4)(4x + 3) = 0$$

$$3x + 4 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-4}{3}$$

$$4x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-3}{4}$$

$$(vi) \quad x^2 - 4x - 2\frac{1}{4} = 0$$

$$x^2 - 4x - \frac{9}{4} = 0$$

$$x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{9}{2}x - \frac{9}{4} = 0$$

$$x\left(x + \frac{1}{2}\right) - \frac{9}{2}\left(x + \frac{1}{2}\right) = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{9}{2}\right) = 0$$

$$x + \frac{1}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-1}{2}$$

$$x - \frac{9}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{9}{2}$$

$$\text{अतः } x = \frac{9}{2}, -\frac{1}{2}$$

$$(vii) \quad x^2 - 23x + 132 = 0$$

$$x^2 - 12x - 11x + 132 = 0$$

$$x(x-12)-11(x-12)=0$$

$$(x-12)(x-11)=0$$

$$x-12=0 \Rightarrow x=12$$

$$x-11=0 \Rightarrow x=11$$

$$(viii) 24x^2 - 65x + 21 = 0$$

$$24x^2 - 56x - 9x + 21 = 0$$

$$8x(3x-7)-3(3x-7)=0$$

$$(3x-7)(8x-3)=0$$

$$3x-7=0 \Rightarrow x=\frac{7}{3}$$

$$8x-3=0 \Rightarrow x=\frac{3}{8}$$

$$\text{अतः } x = \frac{7}{3}, \frac{3}{8}$$

$$5. (i) \frac{1}{x-2} + \frac{2}{x-1} = \frac{6}{x}$$

$$\frac{x-1+2(x-2)}{(x-2)(x-1)} = \frac{6}{x}$$

$$\frac{x-1+2x-4}{x^2-x-2x+2} = \frac{6}{x}$$

$$(3x-5)x = 6(x^2-3x+2)$$

$$3x^2-5x = 6x^2-18x+12$$

$$6x^2-18x+12-3x^2+5x=0$$

$$3x^2-13x+12=0$$

$$3x^2-9x-4x+12=0$$

$$3x(x-3)-4(x-3)=0$$

$$(x-3)(3x-4)=0$$

$$x-3=0 \Rightarrow x=3$$

$$3x-4=0 \Rightarrow x=\frac{4}{3}$$

$$\text{अतः } x = 3, \frac{4}{3}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(ii)} \quad \frac{x+4}{x+5} - \frac{x}{x+1} &= \frac{1}{8} \\
 \frac{(x+4)(x+1) - x \times (x+5)}{(x+5)(x+1)} &= \frac{1}{8} \\
 \frac{x^2 + x + 4x + 4 - x^2 - 5x}{x^2 + x + 5x + 5} &= \frac{1}{8} \\
 \frac{4}{x^2 + 6x + 5} &= \frac{1}{8} \\
 x^2 + 6x + 5 &= 32 \\
 x^2 + 6x - 27 &= 0 \\
 x^2 + 9x - 3x - 27 &= 0 \\
 x(x+9) - 3(x+9) &= 0 \\
 (x+9)(x-3) &= 0 \\
 x+9=0 \quad \text{तथा} \quad x-3=0 \\
 x=-9 \quad \quad \quad x=3
 \end{aligned}$$

(iii) स्वयं कीजिए।

$$\begin{aligned}
 \text{(iv)} \quad \frac{x-2}{x+2} + \frac{x+2}{x-2} &= \frac{5}{2} \\
 \frac{(x-2)^2 + (x+2)^2}{(x+2)(x-2)} &= \frac{5}{2} \\
 \frac{x^2 + 4 - 4x + x^2 + 4 + 4x}{x^2 - 4} &= \frac{5}{2} \\
 \frac{2x^2 + 8}{x^2 - 4} &= \frac{5}{2} \\
 2 \times (2x^2 + 8) &= 5(x^2 - 4) \\
 4x^2 + 8 &= 5x^2 - 20 \\
 8 + 20 &= 5x^2 - 4x^2 \\
 28 &= x^2 \\
 x &= \sqrt{28} = \sqrt{4 \times 7} \\
 \therefore x &= \pm 2\sqrt{7}
 \end{aligned}$$

प्रश्नावली 11.1

- (i) 4 (ii) 4 (iii) 2 (iv) 4 (v) अन्त (vi) बाह्य
- (i) सम्मुख (ii) सम्मुख (iii) चारों, चारों (iv) चारों
(v) बराबर (vi) लम्बवत् तथा असमान लम्बाई के (vii) बराबर
- (i) सत्य (ii) असत्य (iii) सत्य (iv) असत्य
(v) असत्य (vi) सत्य

प्रश्नावली 11.2

- (i) माना चतुर्भुज $ABCD$ के कोण क्रमशः x , $3x$, $7x$ तथा $9x$ हैं।

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360$$

$$x + 3x + 7x + 9x = 360$$

$$20x = 360$$

$$x = \frac{360}{20} = 18$$

$$\therefore \angle A = x = 18^\circ$$

$$\angle B = 3x = 54^\circ$$

$$\angle C = 7x = 126^\circ$$

$$\angle D = 9x = 162^\circ$$

$$(ii) \text{ चूँकि } \angle A + \angle D = 180^\circ$$

$$\text{तथा } \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\text{अर्थात् } \angle A + \angle D = 18^\circ + 162^\circ = 180^\circ$$

$$\text{तथा } \angle B + \angle C = 54^\circ + 126^\circ = 180^\circ$$

अतः $ABCD$ एक समलम्ब है।

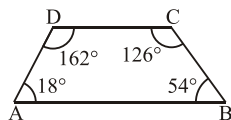
- (iii) चूँकि आमने सामने के कोण बराबर नहीं हैं,

$$\text{अर्थात् } \angle A + \angle B = 18^\circ + 54^\circ$$

$$= 72 \neq 180$$

तथा इसी प्रकार, $\angle B + \angle C \neq \angle C + \angle D \neq \angle D + \angle A \neq 180$

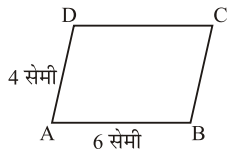
अतः $ABCD$ एक समान्तर चतुर्भुज नहीं है।



2. चूँकि समान्तर चतुर्भुज में आमने-सामने की भुजाएँ बराबर होती हैं।

अतः $DC = AB = 6$ सेमी०

$BC = AD = 4$ सेमी०



3. नहीं, क्योंकि किसी भी चतुर्भुज के चारों कोणों का योग 360° होता है।

यहाँ $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 110^\circ + 165^\circ + 55^\circ + 75^\circ = 405^\circ \neq 360^\circ$

4. समान्तर चतुर्भुज का परिमाप $= 2(l + b) = 2(8 + 6) = 2 \times 14 = 28$ सेमी०
जहाँ l तथा b दो संलग्न भुजाएँ हैं।

5. दिया है। $\angle A : \angle B = 1 : 2$, $\angle B : \angle C = 2 : 3$, $\angle C : \angle D = 3 : 4$

$$\angle A : \angle D = \frac{A}{D} = \frac{A}{B} \times \frac{B}{C} \times \frac{C}{D} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

अब, चूँकि $\frac{C}{D} = \frac{3}{4} \Rightarrow C = \frac{3}{4}D \dots(i)$

$\frac{B}{C} = \frac{2}{3} \Rightarrow B = \frac{2}{3}C$

$\Rightarrow B = \frac{2}{3} \times \left(\frac{3}{4}D\right)$ [समी (i) से]
 $= \frac{1}{2}D \dots(2)$

तथा $\frac{A}{B} = \frac{1}{2} \Rightarrow A = \frac{1}{2}B$

$\Rightarrow A = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}D\right)$ [समी० (ii) से]
 $= \frac{1}{4}D \dots(iii)$

अब चतुर्भुज के अन्तः कोणों का योग 360° होता है।

अतः $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$

$$\frac{1}{4}D + \frac{1}{2}D + \frac{3}{4}D + D = 360^\circ$$

$$\frac{D + 2D + 3D + 4D}{4} = 360^\circ$$

$$10D = 360 \times 4$$

$$D = 144$$

$$\text{अतः} \quad A = \frac{1}{4} D = \frac{1}{4} \times 144 = 36^\circ$$

$$B = \frac{1}{2} D = \frac{1}{2} \times 144 = 72^\circ$$

$$C = \frac{3}{4} D = \frac{3}{4} \times 144 = 108^\circ$$

6. माना दो संलग्न भुजाये क्रमशः

$3x$ तथा $5x$ हैं।

तब

$$a : b = 3x : 5x$$

$\therefore$

परिमाप = चारो भुजाओं का योग

$$80 = 2(a + b + a + b)$$

$$80 = 2(a + b)$$

$$80 = 2(3x + 5x)$$

$$80 = 2 \times 8x$$

$\therefore$

$$x = 5$$

अतः भुजाएँ हैं—

$$3 \times 5 = 15 \text{ सेमी० तथा } 5 \times 5 = 25 \text{ सेमी०}$$

7. चूँकि $PQRS$ एक समान्तर चतुर्भुज दिया है।

$$\text{अतः} \quad \angle P = \angle R = 50^\circ \dots (i)$$

$$\text{तथा} \quad \angle S = \angle Q \dots (ii)$$

इसी प्रकार, $PLMN$ एक समान्तर चतुर्भुज दिया है।

$$\text{अतः} \quad \angle P = \angle M$$

$$\Rightarrow \quad \angle M = 50^\circ \text{ [समी० (i) से]}$$

पुनः $PQ \parallel SR$ तथा QR एक तिर्यक रेखा है।

$$\text{अतः} \quad \angle R + \angle Q = 180^\circ$$

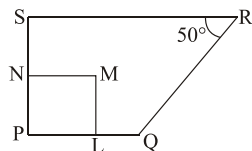
(चूँकि तिर्यक रेखा के एक ही ओर बने कोणों का योग 180° होता है।)

$$50 + \angle Q = 180^\circ$$

$$\angle Q = 180 - 50 = 130^\circ$$

पुनः $\angle S = \angle Q$ (समान्तर चतुर्भुज में आमने सामने के कोण बराबर होते हैं।)

$$= 130^\circ$$



अतः $\angle Q = 130^\circ$, $\angle P = 50^\circ$, $\angle M = 50^\circ$, तथा $\angle S = 130^\circ$

8. PQRS एक समलम्ब है।

$$\therefore \angle R + \angle S = 180^\circ \dots (i)$$

$$\text{तथा } \angle Q + \angle P = 180^\circ \dots (ii)$$

समी० (i) से,

$$\angle R + \angle S = 180^\circ$$

$$50 + \angle S = 180^\circ$$

$$\angle S = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

$$\therefore \angle S = 130^\circ$$

अब, समलम्ब PQRS में,

$$\angle R + \angle Q + \angle P + \angle S = 360^\circ$$

$$50 + 40 + \angle P + 130 = 360$$

$$\angle P = 360 - 220 = 140^\circ$$

$$\therefore \angle P = 140^\circ$$

9. चूँकि आयत के विकर्ण परस्पर बराबर होते हैं।

और परस्पर समद्विभाजित करते हैं

अतः $PO = OQ = OR = OS$

ΔPOQ में, $PO = OQ$ तथा $\angle POQ = 50^\circ$

$$\Rightarrow \angle Q = \angle P \Rightarrow \angle P = a$$

$$\text{अतः } \angle P + \angle Q + \angle O = 180^\circ$$

$$a + a + 50 = 180$$

$$2a = 180 - 50 = 130^\circ$$

$$a = \frac{130}{2} = 65^\circ$$

$$a = 65^\circ$$

पुनः ΔPQR में, $\angle Q = 90^\circ$

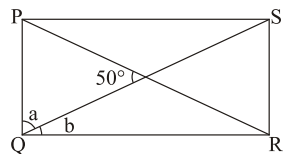
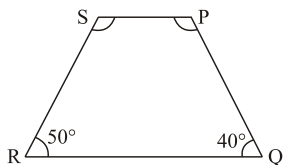
$$\therefore a + b = 90^\circ$$

$$65 + b = 90^\circ$$

$$b = 90^\circ - 65^\circ$$

$$b = 25^\circ$$

अतः $a = 65^\circ$, $b = 25^\circ$



प्रश्नावली 12.1

1. दिया है;

$$\angle AOB = \angle COD = 55^\circ$$

$$AB = 3 \text{ सेमी}$$

ΔAOB तथा ΔCOD में,

$$OA = OC \text{ (वृत्त की त्रिज्याएँ)}$$

$$OB = OD \text{ (वृत्त की त्रिज्याएँ)}$$

$$\angle AOB = \angle COD \text{ (प्रत्येक } 55^\circ)$$

$$\therefore \Delta AOB \cong \Delta COD \text{ (SAS से)}$$

$$\therefore AB = CD$$

$$3 = CD$$

$\Rightarrow$

$$CD = 3 \text{ सेमी}$$

2. दिया है; $AB = CD$

$$\angle AOB = 60^\circ$$

ΔAOB तथा ΔCOD में

$$AB = CD \text{ (दिया है)}$$

$$OA = OD \text{ (त्रिज्या } r)$$

$$OB = OD \text{ (त्रिज्या } r)$$

$$\therefore \Delta AOB \cong \Delta COD$$

$\Rightarrow$

$$\angle COD = \angle AOB$$

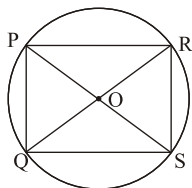
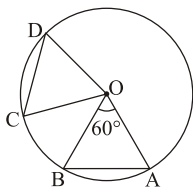
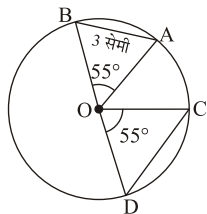
$$= 60^\circ$$

3. हम जानते हैं कि वर्ग के चारों कोण बराबर होते हैं और प्रत्येक कोण 90° का होता है।

$$\therefore \angle P = \angle Q = \angle R = \angle S = 90^\circ$$

पुनः वर्ग के विकर्ण PS तथा QR परस्पर समकोण पर काटते हैं

$$\therefore \angle QOS = \angle SOR = \angle ROP = \angle POS = 90^\circ$$



अतः वर्ग की भुजाएँ वृत्त के केन्द्र पर 90° का कोण बनाती है।

4. हम जानते हैं कि

$$\text{समबहुभुज की भुजाओं की संख्या} = \frac{360^\circ}{\text{अन्तः कोण की माप}} = \frac{360}{45} = 8$$

अतः समबहुभुज में भुजाओं की संख्या = 8

5. $\triangle MLN$ एक समबाहु त्रिभुज है।

अतः

$$MN = NL = LM$$

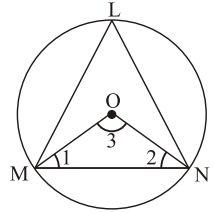
$\Rightarrow$

$$\angle M = \angle N = \angle L = 60^\circ$$

अब

$$\angle 1 = \frac{\angle LMN}{2} = \frac{60}{2} = 30^\circ$$

$$\angle 2 = \frac{\angle MNL}{2} = \frac{60}{2} = 30^\circ$$



$\triangle MON$ में

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$$

$$30 + 30 + \angle 3 = 180^\circ$$

$$\angle 3 = 180 - 60 = 120^\circ$$

अतः $\angle MON = \angle 3 = 120^\circ$

हम जानते हैं कि

किसी वृत्त के केन्द्र पर चाप द्वारा अन्तरित कोण वृत्त के शीर्ष भाग में अन्तरित कोण का दोगुना होता है।

$\therefore$

$$\angle MON = 2 \times (\angle MLN)$$

$$120^\circ = 2 \times \angle MLN$$

$$\frac{120^\circ}{2} = \angle MLN$$

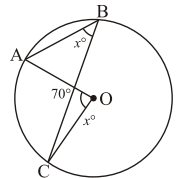
$$60^\circ = \angle MLN$$

$\therefore$

$$\angle MLN = 60^\circ$$

6. (i) चूँकि वृत्त के केन्द्र पर चाप द्वारा अन्तरित कोण वृत्त के शीर्ष भाग में अन्तरित कोण का दोगुना होता है।

$$\therefore \angle ABC = \frac{\angle AOC}{2} = \frac{70}{2} = 35^\circ$$

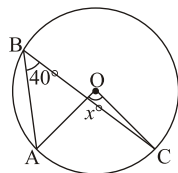


- (ii) वृत्त के केन्द्र पर चाप द्वारा अन्तरित कोण वृत्त के शीर्ष भाग में अन्तरित कोण का दोगुना होता है।

$$\therefore 2\angle ABC = \angle AOC$$

$$2 \times 40 = x^\circ$$

$$80 = x^\circ \quad \Rightarrow \quad x^\circ = 80^\circ$$

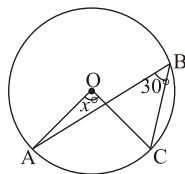


- (iii) $\angle AOC = 2 \times \angle ABC$

$$x^\circ = 2 \times 30^\circ$$

$\therefore$ केन्द्र पर बना कोण शेष भाग पर बने कोण का दुगुना होता है।

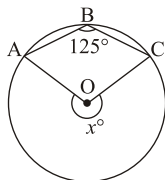
$$\therefore x = 60^\circ$$



- (iv) $\angle AOC = 2 \times (\angle ABC)$

(केन्द्र पर बना कोण शेष भाग पर बने कोण का दुगुना होता है।)

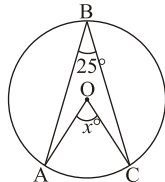
$$\therefore x^\circ = 2 \times 125^\circ = 250^\circ$$



- (v) $\angle AOC = 2 \times (\angle ABC)$

(केन्द्र पर बना कोण शेष भाग पर बने कोण का दुगुना होता है।)

$$\therefore x^\circ = 2 \times 25 = 50^\circ$$



- (vi) $\angle AOC = 2 \times (\angle ABC)$

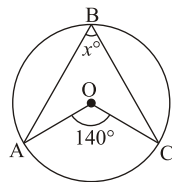
(केन्द्र पर बना कोण शेष भाग पर बने कोण का दुगुना होता है।)

$$\therefore 140 = 2 \times (x^\circ)$$

$$\frac{140}{2} = x^\circ$$

$$70 = x^\circ$$

$$\therefore x^\circ = 70$$



7. दिया है; $\angle AOC = 110^\circ$,
 $\angle AOB = 140^\circ$

(i) $\angle ACB = ?$

(हम जानते हैं कि केन्द्र पर बना कोण शेषभाग पर बने कोण का दुगुना होता है।)

$$\begin{aligned}\therefore \quad \angle BOA &= 2 \times (\angle BCA) \\ 140^\circ &= 2 \times (\angle BCA) \\ \frac{140^\circ}{2} &= \angle BCA \\ 70^\circ &= \angle BCA \quad [\because \angle BCA = \angle ACB]\end{aligned}$$

or $\angle ACB = 70^\circ$

(ii) $\angle ABC = ?$

पुनः केन्द्र पर बना कोण शेष भाग पर बने कोण का दुगुना होता है।

$$\begin{aligned}\angle AOC &= 2 \times (\angle ABC) \\ 110^\circ &= 2 \times (\angle ABC) \\ \frac{110^\circ}{2} &= \angle ABC \\ 55^\circ &= \angle ABC\end{aligned}$$

$\therefore \quad \angle ABC = 55^\circ$

(iii) $\angle BAC = ?$

हम जानते हैं कि केन्द्र पर बने सभी कोणों का योग 360° होता है।

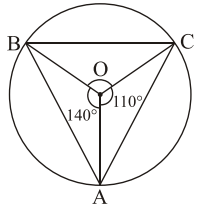
$$\begin{aligned}\therefore \quad \angle AOC + \angle COB + \angle BOA &= 360^\circ \\ 110^\circ + \angle COB + 140^\circ &= 360^\circ \\ \angle COB &= 360^\circ - 250^\circ \\ \angle COB &= 110^\circ \\ \text{अब} \quad \angle COB &= \angle BAC \\ 110^\circ &= 2 \times (\angle BAC) \\ \frac{110}{2} &= \angle BAC \\ 55^\circ &= \angle BAC \\ \therefore \quad \angle BAC &= 55^\circ\end{aligned}$$

(iv) $\angle BC = \angle COB = ?$

भाग (iii) के अन्तर्गत देखें।

8. हम जानते हैं कि अर्द्धवृत्त में बना कोण समकोण होता है।

$\therefore \quad \angle BCA = 90^\circ$



और $\angle BDA = 90^\circ$
 $\angle CAB = 30^\circ$ तथा $\angle ABD = 50^\circ$ (दिया है)
 ΔABD में,

$$\angle BAD + \angle ABD + \angle BDA = 180^\circ$$

$$\angle BAD + 50 + 90 = 180$$

$$\angle BAD = 180 - 140 = 40^\circ$$

$$\therefore \angle CAD = \angle CAB + \angle BAD = 30^\circ + 40^\circ = 70^\circ$$

पुनः ΔABC में,

$$\angle CAB + \angle ABC + \angle BCA = 180^\circ$$

$$30 + \angle ABC + 90^\circ = 180$$

$$\angle ABC + 120^\circ = 180^\circ$$

$$\angle ABC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$\therefore \angle DBC = \angle DBA + \angle ABC = 50^\circ + 60^\circ = 110^\circ$$

9. दिया है, $\angle ABC = 70^\circ$,

हम जानते हैं कि अर्द्धवृत्त में बना कोण समकोण होता है।

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ$$

अब ΔABC में,

$$\angle ABC + \angle BCA + \angle CAB = 180^\circ$$

$$70 + 90 + \angle CAB = 180^\circ$$

$$\angle CAB = 180 - 160 = 20^\circ$$

$$\therefore \angle CAB = 20^\circ$$

10. ΔXYZ में दिया है,

$$XY = XZ$$

$\Rightarrow$

$$\angle XZY = \angle XYZ \dots (i)$$

अब ΔXYZ में,

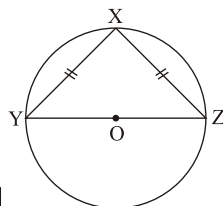
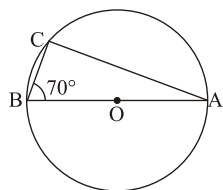
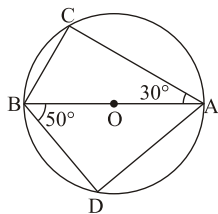
$$\angle X + \angle Y + \angle Z = 180^\circ$$

$$90 + \angle Y + \angle Y = 180 \text{ [समी० (i) से]}$$

$$2\angle Y = 180^\circ - 90^\circ$$

$$2\angle Y = 90$$

$$\angle Y = \frac{90}{2} = 45^\circ$$



$$\therefore \angle XYZ = 45^\circ$$

प्रश्नावली 12.2

1. दिया है; $\angle L = 110^\circ$,

हम जानते हैं कि चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण सम्पूरक होते हैं।

अतः

$$\angle L + \angle O = 180^\circ$$

$$110^\circ + \angle O = 180^\circ$$

$$\angle O = 180 - 110^\circ$$

$$= 70^\circ$$

अब

$$\angle NOM + \angle MOP = 180^\circ \text{ (रेखीय युग्म)}$$

$$70^\circ + \angle MOP = 180^\circ$$

$$\angle MOP = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

$\therefore$

$$\angle MOP = 110^\circ$$

2. हम जानते हैं कि चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण सम्पूरक होते हैं।

अतः

$$\angle B + \angle D = 180^\circ$$

$$105^\circ + \angle D = 180^\circ$$

$$\angle D = 180 - 105$$

$$\angle D = 75^\circ$$

अब

$$\angle ADC + \angle CDE = 180^\circ$$

$$75^\circ + \angle CDE = 180^\circ$$

$$\angle CDE = 180^\circ - 75^\circ$$

$$= 105^\circ$$

$\therefore$

$$\angle CDE = 105^\circ$$

3. $\therefore$ चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण सम्पूरक होते हैं।

अतः

$$\angle A + \angle C = 180^\circ$$

$$75 + \angle C = 180$$

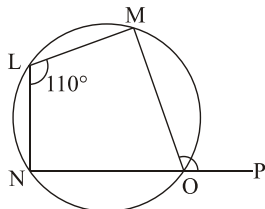
$$\angle C = 180 - 75$$

$$= 105$$

इसी प्रकार,

$$\angle D + \angle B = 180$$

$$80 + \angle B = 180$$



$$\begin{aligned}\angle B &= 180^\circ - 80^\circ \\ &= 100^\circ\end{aligned}$$

4. $\angle B + \angle D = 180^\circ$ (चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण)

$$4x + 2x = 180^\circ$$

$$6x = 180^\circ$$

$$x = \frac{180}{6} = 30^\circ$$

$$\therefore x = 30$$

5. दिया है; $\angle ADC = 140^\circ$

चूँकि $ABCD$ एक चक्रीय चतुर्भुज है

$$\therefore \angle D + \angle B = 180^\circ \text{ (चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण)}$$

$$140 + \angle B = 180^\circ$$

$$\angle B = 180^\circ - 140 = 40^\circ$$

अब $\triangle ABC$ में

$$\angle BAC + \angle ACB + \angle CBA = 180$$

$$\angle BAC + 90^\circ + 40^\circ = 180^\circ \text{ (अर्द्धवृत्त में बना कोण समकोण होता है)}$$

$$\angle BAC + 130^\circ = 180^\circ$$

$$\angle BAC = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

$$\angle BAC = 50^\circ$$

6. दिया है, $\angle PST = 120^\circ$

$$(i) \quad \angle PST + \angle PSR = 180^\circ$$

(रेखीय युग्म से)

$$120 + \angle PSR = 180^\circ$$

$$\angle PSR = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

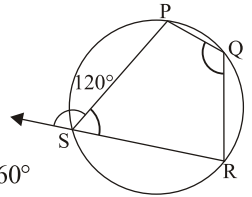
$$\angle PSR = 60^\circ$$

$$(ii) \quad \angle S + \angle Q = 180 \text{ (चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण)}$$

$$60 + \angle Q = 180^\circ$$

$$\angle Q = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\text{अतः } \angle PQR = 120^\circ$$



7. दिया है, $\angle DBC = 30^\circ$, $\angle BDC = 45^\circ$

(i) $\triangle BCD$ में,

$$\angle D + \angle C + \angle B = 180^\circ$$

$$45^\circ + \angle C + 30^\circ = 180^\circ$$

$$\angle C = 180^\circ - 70^\circ$$

$$\angle C = 110^\circ$$

$\Rightarrow$

$$\angle BCD = 110^\circ$$

(ii) अब, $\angle C + \angle A = 180^\circ$ (चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण)

$$110^\circ + \angle A = 180^\circ$$

$$\angle A = 180^\circ - 110^\circ$$

$$= 70^\circ$$

$$\angle A = 70^\circ$$

8. दिया है, $\angle BAC = 60^\circ$, $\angle ACB = 40^\circ$

$$\angle DBC = 40^\circ$$

$\triangle ABC$ में,

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$60^\circ + \angle B + 40^\circ = 180^\circ$$

$$\angle B = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

किन्तु

$$\angle B = \angle ABD + \angle CBD$$

$$80^\circ = \angle ABD + 40^\circ$$

$$80^\circ - 40^\circ = \angle ABD$$

$\Rightarrow$

$$\angle ABD = 40^\circ$$

अब

$$\angle B + \angle D = 180^\circ \text{ (चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण)}$$

$$\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$$

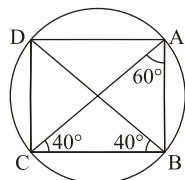
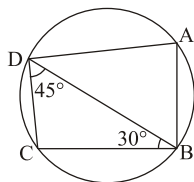
$$80^\circ + \angle ADC = 180^\circ$$

$$\angle ADC = 180^\circ - 80^\circ$$

$$= 100^\circ$$

$\therefore$

$$\angle ADC = 100^\circ$$



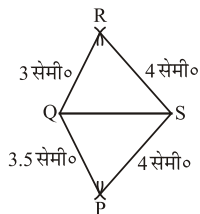
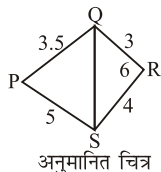
प्रश्नावली 13.1

1. $PQ = 3.5$ सेमी०, $QR = 3$ सेमी०, $RS = 4$ सेमी०, $PS = 5$ सेमी० तथा $QS = 6$ सेमी०

सर्वप्रथम चतुर्भुज $PQRS$ का एक अनुमानित चित्र खींचते हैं।

रचना एवं रचना के चरण—

- विकर्ण से प्रारम्भ कर, सर्वप्रथम $QS = 6$ सेमी० खींचते हैं।
- Q को केन्द्र मानकर 3 सेमी० त्रिज्या का चाप खींचते हैं।
- S को केन्द्र मानकर, 4 सेमी० त्रिज्या के नए चाप से पहले चाप को R बिन्दु पर काटते हैं।
- QR व RS को मिलाते हैं।
- पुनः दूसरी ओर Q को केन्द्र मानकर 3.5 सेमी० त्रिज्या का एक चाप खींचते हैं।
- S को केन्द्र मानकर 5 सेमी० त्रिज्या लेकर पहले चाप को बिन्दु P पर काटते हैं।
- PQ तथा PS को मिलाइए। $PQRS$ अभीष्ट चतुर्भुज है।



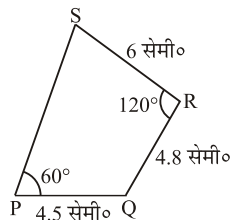
2. प्रश्न 1 की भाँति स्वयं करें।

3. प्रश्न 1 की भाँति स्वयं करें।

4. $PQ = 4.5$ सेमी०, $QR = 4.8$ सेमी०, $RS = 6$ सेमी०, $\angle P = 60^\circ$, $\angle R = 120^\circ$ सर्वप्रथम चतुर्भुज $PQRS$ का एक अनुमानित चित्र बनाकर उसे नामांकित कर देते हैं।

रचना एवं रचना के चरण—

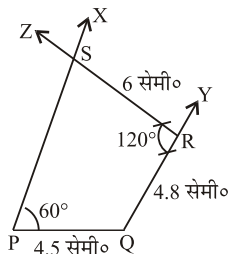
- $PQ = 4.5$ सेमी० का रेखाखण्ड खींचते हैं।
- P पर $\angle XPQ = 60^\circ$ बनाते हैं।
- Q को केन्द्र मानकर 4.8 सेमी० त्रिज्या का एक चाप QY को R पर काटते हुए बनाते हैं।
- R पर कोण $\angle ZRQ = 120^\circ$ बनाते हैं



(v) R को केन्द्र मानकर 6 सेमी० त्रिज्या का चाप RZ को S पर काटते हुए बनाते हैं।

(vi) PS को मिलाते हैं।

इस प्रकार निर्मित $PQRS$ ही अभीष्ट चतुर्भुज है।



5. प्रश्न 4. की भाँति स्वयं करें।

6. प्रश्न 4. की भाँति स्वयं करें।

7. प्रश्न 4. की भाँति स्वयं करें।

8. दिया है; $AD = 4.5$ सेमी०, $CD = 5.5$ सेमी०

$$\angle C = 80^\circ, \angle D = 70^\circ, \angle A = 100^\circ$$

पहले चतुर्भुज $ABCD$ का एवं अनुमानित चित्र खींच लेते हैं।

रचना एवं रचना के चरण—

(i) सर्वप्रथम $AD = 4.5$ सेमी० का एक रेखाखण्ड खींचते हैं।

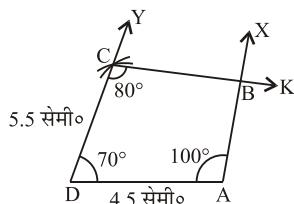
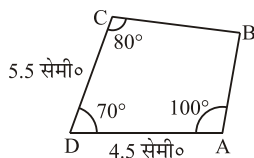
(ii) $\angle DAX = 100^\circ$ बनाते हैं।

(iii) D को केन्द्र मानकर $\angle ADY = 70^\circ$ का कोण बनाते हैं।

(iv) D को केन्द्र मानकर 5.5 सेमी० त्रिज्या का एक चाप DY को बिन्दु C पर काटता है।

(v) अब C को केन्द्र मानकर $\angle DCK = 80^\circ$ का कोण बनाते हैं जो रेखाखण्ड AX को बिन्दु B पर काटता है।

इस प्रकार निर्मित $ABCD$ ही अभीष्ट चतुर्भुज है।



9. प्रश्न 8. की भाँति स्वयं कीजिए।

10. प्रश्न 8. की भाँति स्वयं कीजिए।

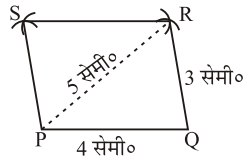
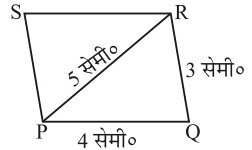
प्रश्नावली 13.2

1. हम जानते हैं कि समांतर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ समान होती हैं,
अतः $SR = PQ = 4$ सेमी० और $SP = QR = 3$ सेमी०

सर्वप्रथम समांतर चतुर्भुज $PQRS$ का अनुमानित चित्र खींचते हैं।

रचना एवं रचना के चरण—

- $PQ = 4$ सेमी० खींचते हैं।
- P को केन्द्र मानकर, 5 सेमी० की त्रिज्या का एक चाप खींचते हैं।
- Q को केन्द्र मानकर 3 सेमी० की त्रिज्या का एक दूसरा चाप लगाइए जो पहले चाप को R पर काटता है।
- P को केन्द्र मानकर पुनः 3 सेमी० त्रिज्या का एक चाप खींचते हैं।
- R को केन्द्र मानकर 4 सेमी० त्रिज्या का एक दूसरा चाप खींचते हैं, जो पहले चाप को S पर काटता है।
- P व S को, S के Q को व Q से R को मिलाइए।
 $PQRS$ अभीष्ट चतुर्भुज है।



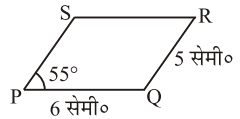
2. प्रश्न 1. की भाँति स्वयं कीजिए।

3. सर्वप्रथम समान्तर चतुर्भुज $PQRS$ का अनुमानित चित्र खींचते हैं।

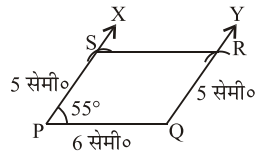
हम जानते हैं कि समान्तर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ समान होती हैं, अतः $PQ = SR = 6$ से० तथा $QR = PS = 5$ सेमी०

रचना एवं रचना के चरण—

- $PQ = 6$ सेमी० का रेखाखण्ड खींचते हैं।
- P बिन्दु पर $\angle QPX = 55^\circ$ खींचते हैं।
- P को केन्द्र मानकर 5 सेमी० त्रिज्या का चाप लगाते हैं जो PX को बिन्दु S पर काटता है।
- बिन्दु Q पर $\angle PQY = 125^\circ$ बनाते हैं।
[$\because \angle P + \angle Q = 180^\circ$]
- Q को केन्द्र मानकर 5 सेमी० त्रिज्या का चाप खींचते हैं। जो QY को R पर काटता है।
- RS को मिलाते हैं।



अनुमानित चित्र



इस प्रकार बना $PQRS$ ही अभीष्ट चतुर्भुज है।

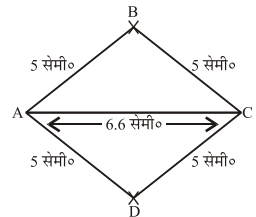
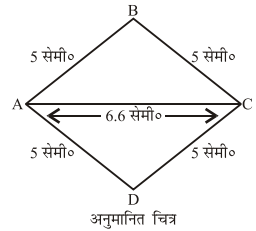
4. प्रश्न 3. की भाँति स्वयं कीजिए।

5. प्रश्न 1. की भाँति स्वयं कीजिए।

6. सर्वप्रथम समचतुर्भुज $ABCD$ का एक अनुमानित चित्र खींच लेते हैं।

रचना एवं रचना के चरण—

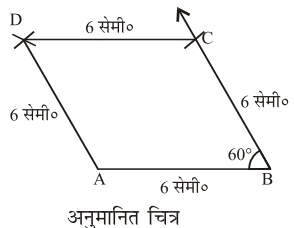
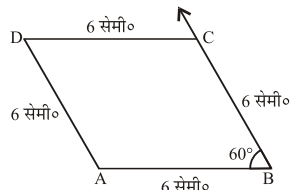
- रेखाखण्ड $AC = 6.6$ सेमी० खींचते हैं।
- A को केन्द्र मानकर 5 सेमी० की त्रिज्या लेकर रेखाखण्ड AC के क्रमशः ऊपर व नीचे दो चाप लगाते हैं।
- C को केन्द्र मानकर 5 सेमी० की त्रिज्या लेकर रेखाखण्ड AC के क्रमशः ऊपर व नीचे दो चाप लगाते हैं जो पिछले चापों को क्रमशः B व D पर काटते हैं।
- AB, BC, AD तथा DC को मिलाते हैं।
इस प्रकार $ABCD$ ही अभीष्ट समचतुर्भुज है।



- प्रश्न 6 की भाँति स्वयं कीजिए।
- पहले समचतुर्भुज $ABCD$ का अनुमानित चित्र खींचते हैं।

रचना एवं रचना के चरण—

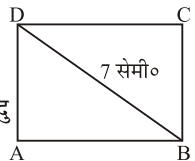
- $AB = 6$ सेमी० का रेखाखण्ड खींचते हैं।
- बिन्दु B पर $\angle ABX = 60^\circ$ खींचते हैं।
- बिन्दु B को केन्द्र मानकर, 6 सेमी० की त्रिज्या लेकर एक चाप खींचते हैं जो BX को बिन्दु C पर काटता है।
- C बिन्दु को केन्द्र मानकर 6 सेमी० की त्रिज्या लेकर एक चाप खींचते हैं।
- A को केन्द्र मानकर 6 सेमी० की त्रिज्या लेकर एक चाप खींचते हैं, जो पहले चाप को बिन्दु D पर काटता है।
- AD व CD को मिलाते हैं।
इस प्रकार बना $ABCD$ ही अभीष्ट समचतुर्भुज है।



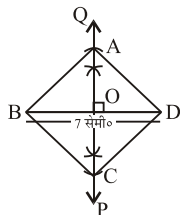
- पहले वर्ग का $ABCD$ का अनुमानित चित्र खींचते हैं।

रचना एवं रचना के चरण—

- सर्वप्रथम $BD = 7$ सेमी० का रेखाखण्ड खींचते हैं।
- BD का लम्ब समद्विभाजक PQ खींचते हैं जो इसे O बिन्दु पर मिलता है।



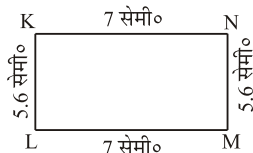
- (iii) O को केन्द्र मानकर, OB (या OD) के बराबर त्रिज्या लेकर दो चाप लगाये जो लम्ब समद्विभाजक PQ को A तथा C पर काटता है।
- (iv) BA, AD, DC तथा CB को मिलाने हैं।
इस प्रकार, $ABCD$ ही अभीष्ट वर्ग है।



10. पहले आयत $KLMN$ का अनुमानित चित्र खींचते हैं। हम जानते हैं कि आयत की आमने सामने की भुजाओं की लम्बाई समान होती है।

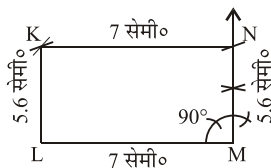
अतः $KL = MN = 5.6$ सेमी०

तथा $LM = KN = 7$ सेमी०



रचना एवं रचना के चरण—

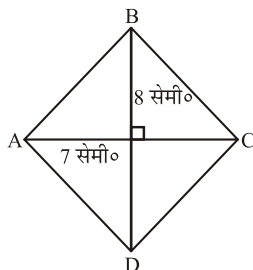
- (i) एक रेखाखण्ड $LM = 7$ सेमी खींचते हैं।
- (ii) बिन्दु M पर, 90° का कोण बनाते हैं।
- (iii) M को केन्द्र मानकर, और 5.6 सेमी की त्रिज्या लेकर एक चाप लगाते हैं जो 90° के कोण वाली रेखा को बिन्दु N पर काटती है।
- (iv) अब N के केन्द्र मानकर, 7 सेमी० की त्रिज्या लेकर एक चाप लगाते हैं। इसी प्रकार, L को केन्द्र मान कर 5.6 सेमी० त्रिज्या लेकर उसी तरफ दूसरा चाप लगाते हैं। जो पहले चाप को बिन्दु K पर प्रतिच्छेद करता है।
- (v) LK और NK को मिलाने हैं।
इस प्रकार, $KLMN$ की अभीष्ट आयत है।



11. पहले समचतुर्भुज $ABCD$ का अनुमानित चित्र खींचते हैं।

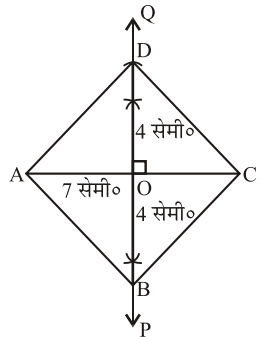
रचना एवं रचना के चरण—

- (i) सर्वप्रथम एक रेखाखण्ड $AC = 7$ सेमी० खींचते हैं।
- (ii) अब रेखाखण्ड AC का लम्ब समद्विभाजक PQ खींचते हैं जो बिन्दु O पर मिलता है।



- (iii) रेखाखण्ड POQ से, $OB = OD = \frac{1}{2}(BD)$
 $= \frac{1}{2} \times 8 \text{ सेमी} = 4 \text{ सेमी}$ काटते हैं।

- (vi) AB, BC, CD तथा DA को मिलाते हैं।
 इस प्रकार, निर्मित $ABCD$ ही अभीष्ट समचतुर्भुज है।

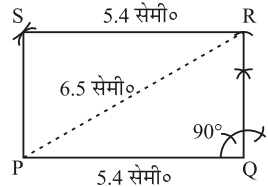
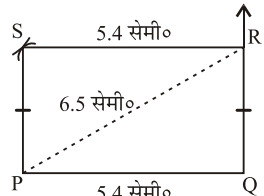


12. प्रश्न 8. की भाँति स्वयं कीजिए।
 13. प्रश्न 11. की भाँति स्वयं कीजिए।
 14. पहले आयत $PQRS$ का अनुमानित चित्र खींचते हैं।

रचना एवं रचना के चरण—

- (i) एक रेखाखण्ड $PQ = 5.4$ सेमी० खींचते हैं।
 (ii) बिन्दु Q पर 90° का कोण बनाते हैं।
 (iii) P को केन्द्र मानकर, 6.5 सेमी० त्रिज्या का चाप खींचते हैं जो 90° रेखा पर बिन्दु R पर काटता है।
 (iv) R को केन्द्र मानकर 5.4 सेमी० त्रिज्या का चाप लगाते हैं।
 (v) P को केन्द्र मानकर, QR के बराबर त्रिज्या लेकर एक चाप लगाते हैं, जो पहले वाले चाप को बिन्दु S पर काटती है।
 (vi) PS तथा RS को मिलाइए।

इस प्रकार, निर्मित $PQRS$ ही अभीष्ट आयत है।



15. प्रश्न 9. की भाँति स्वयं कीजिए।

प्रश्नावली 14.1

1. समान्तर चतुर्भुज $ABCD$ का क्षेत्रफल

$$= 2 \times (\triangle ABD \text{ का क्षेत्रफल})$$

$$= 2 \times \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$$

जहाँ $S = \frac{a+b+c}{2}$

$$= \frac{140+150+130}{2}$$

$$S = \frac{420}{2} = 210$$

$$\therefore \text{क्षेत्रफल} = 2 \times \sqrt{210 \times (210-140)(210-150) \times (210-130)}$$

$$= 2 \times \sqrt{210 \times 70 \times 60 \times 80}$$

$$= 2 \times \sqrt{21 \times 7 \times 6 \times 8 \times 100 \times 100}$$

$$= 2 \times \sqrt{3 \times 7 \times 7 \times 3 \times 2 \times 2 \times 4 \times 100 \times 100}$$

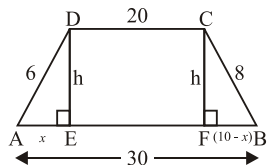
$$= 2 \times (3 \times 7 \times 2 \times 2 \times 100) = 1600 \text{ मी}^2$$

2. दिया है; $DC = 20$ मी०, $AB = 30$ मी०, $AD = 6$ मी०, $BC = 8$ मी०

$$EF = DC = 20 \text{ मी०}$$

माना $AE = x$ मी०

तो $FB = (10-x)$ मी०



$\triangle ADE$ में, $DE \perp AB$, $\angle E = 90^\circ$

$$\therefore AD^2 = AE^2 + DE^2 \text{ (पाइथागोरस प्रमेय से)}$$

$$6^2 = x^2 + h^2$$

$$36 = x^2 + h^2$$

$$36 - x^2 = h^2 \dots (i)$$

$\triangle FBC$ में, $CF \perp AB$, $\angle F = 90^\circ$

$$\therefore BC^2 = (CF)^2 + (FB)^2$$

$$8^2 = h^2 + (10-x)^2$$

$$64 = h^2 + 100 + x^2 - 20x \dots (ii)$$

समी० (i) से x^2 का मान समी० (ii) में रखने पर,

$$64 = 36 - x^2 + 100 + x^2 - 20x$$

$$64 = 136 - 20x$$

$$20x = 136 - 64 = 72$$

$$x = \frac{72}{20} = 3.6$$

x का मान समी० (i) में रखने पर,

$$36 - (3.6)^2 = h^2$$

$$36 - 12.96 = h^2$$

$$23.04 = h^2$$

$$\sqrt{23.04} = h$$

$$4.8 = h$$

$$\therefore h = 4.8 \text{ मी०}$$

अतः समलम्ब चतुर्भुज $ABCD$ का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \times (\text{समान्तर भुजाओं का योग}) \times (\text{उनके बीच की दूरी})$$

$$= \frac{1}{2} \times (20 + 30) \times 4.8$$

$$= \frac{1}{2} \times 50 \times 4.8 = 120 \text{ मीटर}^2$$

3. माना दूसरे आधार की लम्बाई $= x$ सेमी०

समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल $= 45$ सेमी०²

अतः समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \times (\text{समान्तर भुजाओं का योग}) \times \text{उनके बीच की दूरी}$$

$$45 = \frac{1}{2} \times (x + 9) \times 6$$

$$45 = (x + 9) \times 3$$

$$\frac{45}{3} = x + 9$$

$$\Rightarrow 15 = x + 9$$

$$\Rightarrow 15 - 9 = x$$

$$\Rightarrow x = 6 \text{ सेमी०}$$

4. समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \times (\text{समान्तर भुजाओं का योग}) \times \text{उनके बीच की दूरी}$$

$$= \frac{1}{2} \times (24 + 16) \times 5 = \frac{1}{2} \times 40 \times 5 = 20 \times 5$$

$$= 100 \text{ मीटर}$$

5. समबाहु Δ का क्षेत्रफल = $\frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{भुजा})^2$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (12)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 144 = 36\sqrt{3} \text{ मी.}^2$$

6. माना $a = 75$ मीटर, $b = 80$ मीटर, $c = 65$ मीटर

$$S = \frac{a+b+c}{2} = \frac{75+80+65}{2} = \frac{220}{2} = 110 \text{ मीटर}$$

$$\therefore \Delta \text{ का क्षेत्रफल} = \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$$

$$= \sqrt{110 \times (110-75)(110-80)(110-65)}$$

$$= \sqrt{110 \times 35 \times 30 \times 45}$$

$$= \sqrt{5197500} = 2279.80 \text{ मीटर}^2$$

7.

समद्विबाहु Δ का परिमाप = 32 सेमी०

समद्विबाहु Δ का आधार = 12 सेमी०

समद्विबाहु Δ का परिमाप = $a + a + b$

$$32 = 2a + 12$$

$$32 - 12 = 2a$$

$$20 = 2a$$

$$\frac{20}{2} = a$$

$\Rightarrow$

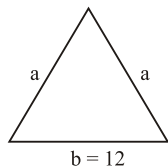
$$a = 10 \text{ सेमी०}$$

$$\text{अब समबाहु } \Delta \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2}$$

$$= \frac{12}{4} \sqrt{4 \times (10)^2 - (12)^2}$$

$$= 3 \times \sqrt{400 - 144} = 3 \times \sqrt{256}$$

$$= 3 \times 16 = 48 \text{ सेमी०}^2$$



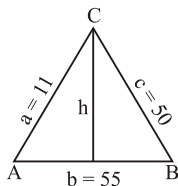
8. ΔABC एक विषमबाहु Δ है।

माना $a = 11$ मी०, $b = 55$ मी०, $c = 50$ मी०

यहाँ सबसे बड़ी भुजा $b = 55$ मी० है।

$$S = \frac{a+b+c}{2} = \frac{11+55+50}{2}$$

$$= \frac{116}{2} = 58 \text{ मी०}$$



$$\therefore \Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$$

$$= \sqrt{58 \times (58-11) \times (58-55) \times (58-50)}$$

$$= \sqrt{58 \times 47 \times 3 \times 8}$$

$$= \sqrt{65424} = 255.78 \dots (i)$$

$$\text{पुनः } \Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{लम्ब} = \frac{1}{2} \times 55 \times h \dots (ii)$$

समी० (i) व (ii) से,

$$\frac{1}{2} \times 55 \times h = 255.78$$

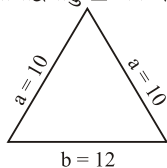
$$h = \frac{255.78 \times 2}{55} = \frac{511.56}{55}$$

$\therefore$

$$h = 9.30 \text{ मीटर}$$

9.

समद्विबाहु Δ का क्षेत्रफल = $\frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2}$



$$= \frac{12}{4} \times \sqrt{4 \times (10)^2 - (12)^2}$$

$$= 3 \times \sqrt{400 - 144}$$

$$= 3 \times 16 = 48 \text{ सेमी}^2$$

10. माना Δ की भुजाएँ $6x$, $7x$ तथा $8x$ है।

$$\text{परिमाप} = a + b + c$$

$$84 = 6x + 7x + 8x$$

$$84 = 21x$$

$\Rightarrow$

$$x = \frac{84}{21} = 4$$

$\therefore$

$$a = 6x = 6 \times 4 = 24 \text{ सेमी०}$$

$$b = 7x = 7 \times 4 = 28 \text{ सेमी}^\circ$$

$$c = 8x = 8 \times 4 = 32 \text{ सेमी}^\circ$$

$$\begin{aligned} S &= \frac{a+b+c}{2} \\ &= \frac{24+28+32}{2} = \frac{84}{2} = 42 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta \text{ का क्षेत्रफल} &= \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)} \\ &= \sqrt{42 \times (42-24)(42-28)(42-32)} \\ &= \sqrt{42 \times 18 \times 14 \times 10} \\ &= \sqrt{2 \times 3 \times 7 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 7 \times 2 \times 5} \\ &= \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 3 \times 3 \times 5} \\ &= 2 \times 2 \times 7 \times 3 \times \sqrt{15} \\ &= 84\sqrt{15} \text{ सेमी}^\circ{}^2 \end{aligned}$$

11. माना पहले वर्ग की भुजा = a ईकाई

दूसरे वर्ग की भुजा = b ईकाई

$\therefore$ वर्ग का क्षेत्रफल = $(\text{भुजा})^2$

$\Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{9}{1}$

$\Rightarrow \frac{a}{b} = \sqrt{\frac{9}{1}} = \frac{3}{1}$

$\Rightarrow a = 3b$

पहले वर्ग की परिमिति $(P_1) = 4a$

दूसरे वर्ग की परिमिति $(P_2) = 4b$

$\therefore \frac{P_1}{P_2} = \frac{4 \times (3b)}{4 \times b} = \frac{3}{1}$

$\Rightarrow P_1 : P_2 = 3 : 1$

12. समचतुर्भुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times \text{विकर्णों का गुणनफल}$

$$= \frac{1}{2} \times 80 \times 60$$

$$= 2400 \text{ सेमी}^\circ{}^2$$

13. माना समान्तर भुजाएँ $a = 2x$ तथा $b = 1x$ है।

तब समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} (\text{समान्तर भुजाओं का योग}) \times (\text{उनके बीच की दूरी})$$

$$450 = \frac{1}{2} (2x + 1x) \times 30$$

$$450 = (3x) \times 15$$

$$450 = 45x$$

$$x = \frac{450}{45} = 10$$

अतः समान्तर भुजाएँ हैं—

20 सेमी, 10 सेमी

14. समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times (\text{समान्तर भुजाओं का योग})$
 $\times (\text{उनके बीच की दूरी})$

$$280 = \frac{1}{2} \times (20 + x) \times 14$$

$$280 = (20 + x) \times 7$$

$$280 = 140 + 7x$$

$$280 - 140 = 7x$$

$$140 = 7x$$

$$\frac{140}{7} = x$$

$$20 = x$$

$$x = 20 \text{ सेमी}$$

अतः दूसरी समान्तर भुजा = 20 सेमी

15. (i) बीच के स्तम्भ में दी हुई मापों से ज्ञात होता है कि—

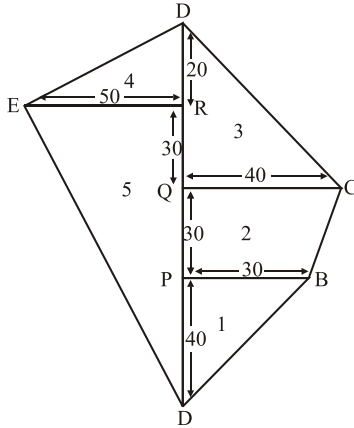
1. खेत की आधार रेखा AD , स्थान A से स्थान D तक उत्तर की ओर जाती है, जिसकी लम्बाई 120 मीटर है अर्थात् $AD = 120$ मीटर

2. खेत के कोनों B, C, E से आधार रेखा पर डाले गए लम्बों के पादों की लम्बाई A से क्रमशः 40 मीटर, 70 मीटर, 100 मीटर है।

अर्थात् $AP = 40$ मीटर, $AQ = 70$ मीटर, $AR = 100$ मीटर

माना पैमाना 50 मीटर = 1 सेमी०

अतः उपर्युक्त मापों से खेत का आकार स्पष्ट हो जाता है। दी गई मापों से बनाए गए चित्र में खेत के 5 खण्ड दिखाये गये हैं जिनमें चार समकोण और एक समलम्ब चतुर्भुज हैं।



$$\begin{aligned}\text{आकृति (1) } \triangle APB \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} AP \times BP \\ &= \frac{1}{2} \times 40 \times 30 = 600 \text{ वर्ग मीटर}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{आकृति (2) समलम्ब चतुर्भुज } PQCB \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} (PB + QC) \times PQ \\ &= \frac{1}{2} (30 + 40) \times 30 \\ &= 1050 \text{ वर्ग मीटर}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{आकृति (3) समकोण } \triangle QDC \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \times QC \times QD \\ &= \frac{1}{2} \times 40 \times 50 \\ &= 1000 \text{ वर्ग मीटर}\end{aligned}$$

$$\text{आकृति (4) समकोण } \triangle DER \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times ER \times RD$$

$$= \frac{1}{2} \times 50 \times 20 = 500 \text{ वर्ग मीटर}$$

$$\begin{aligned} \text{आकृति (5) समकोण } \triangle ERA \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \times ER \times AR \\ &= \frac{1}{2} \times 50 \times 100 \\ &= 2500 \text{ वर्ग मीटर} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{पूरे खेत का क्षेत्रफल} &= \text{समी० आकृतियों के क्षेत्रफलों का योग} \\ &= (600 + 1050 + 1000 + 500 + 2500) \text{ वर्ग मीटर} \\ &= 5650 \text{ वर्ग मीटर} \end{aligned}$$

(ii)

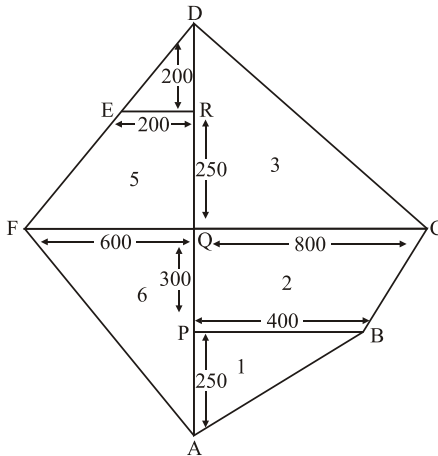
- यहाँ खेत की आधार रेखा AD , स्थान A से स्थान D तक उत्तर की ओर जाती है, जिसकी लम्बाई 1000 मीटर है अर्थात् $AD = 1000$ मीटर
- खेत के कोनों A, C, E, F से आधार रेखा पर डाले गए लम्बों के पादों की लम्बाई A से क्रमशः 250 मीटर, 550 मी०, 800 मी० है।

अर्थात् $AP = 250$ मीटर, $AQ = 550$ मीटर, $AR = 800$ मीटर

माना पैमाना 50 मीटर = 1 सेमी०

अतः उपर्युक्त मापों से खेत का आकार स्पष्ट हो जाता है। दी गई मापों से बनाए गए चित्र में खेत के 5 खण्ड दिखाये गये हैं।

जिनमें चार समकोण और दो समलम्ब चतुर्भुज हैं।



$$\begin{aligned}
 \text{आकृति (1) समकोण } \triangle APB \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \times AP \times BP \\
 &= \frac{1}{2} \times 250 \times 400 \\
 &= 50000 \text{ वर्ग मी०}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{आकृति (2) } PQCB \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \times (PB + QC) \times PQ \\
 &= \frac{1}{2} \times (400 + 800) \times 300 \\
 &= \frac{1}{2} \times 1200 \times 300 \\
 &= 180000 \text{ वर्ग मी०}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{आकृति (3) समकोण } \triangle QDC \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \times QC \times QD \\
 &= \frac{1}{2} \times 450 \times 800 \\
 &= 180000 \text{ वर्ग मी०}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{आकृति (4) समकोण } \triangle EDR \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \times ER \times RD \\
 &= \frac{1}{2} \times 200 \times 200 \\
 &= 20000 \text{ वर्ग मी०}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{आकृति (5) समलम्ब चतुर्भुज } QREF \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \times (600 + 200) \times 250 \\
 &= \frac{1}{2} \times 800 \times 250 \\
 &= 100000 \text{ वर्ग मी०}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{आकृति (6) समकोण } \triangle AQF \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \times AQ \times FQ \\
 &= \frac{1}{2} \times 550 \times 600 \\
 &= 165000 \text{ वर्ग मी०}
 \end{aligned}$$

पूरे खेत का क्षेत्रफल
 = सभी आकृतियों के क्षेत्रफलों का योग

$$= (50000 + 180000 + 180000 + 20000 + 100000 + 165000) \text{ वर्ग मी०} \\ = 695000 \text{ वर्ग मी०}$$

प्रश्नावली 14.2

1.

$$r = 210 \text{ मीटर}$$

$$\text{वृत्ताकार खेत की परिधि} = 2\pi r$$

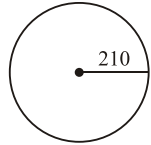
$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 210$$

$$= 1320 \text{ मीटर}$$

$$\therefore 1 \text{ मीटर का खर्च} = ₹ 1.25$$

$$\therefore 1320 \text{ मीटर का खर्च} = ₹ 1.25 \times 1320$$

$$= ₹ 1650$$



2. साइकिल के पहिए का व्यास (d) = 70 सेमी०

$$\therefore \text{पहिए की त्रिज्या} (r) = \frac{d}{2} = \frac{70}{2} = 35 \text{ सेमी०}$$

$$1 \text{ चक्कर में चली दूरी} = 2\pi r$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 35$$

$$= 220 \text{ सेमी०}$$

$$\therefore 20 \text{ चक्करों में चली दूरी} = 20 \times 220$$

$$= 4400 \text{ सेमी०}$$

3. आयताकार प्लेट का क्षेत्रफल = लम्बाई $\times$ चौड़ाई

$$= 36 \times 24 = 864 \text{ सेमी०}^2$$

$$\text{वृत्ताकार बटन का व्यास} = 3 \text{ सेमी०},$$

$$\therefore \text{बटन की त्रिज्या} = \frac{\text{व्यास}}{2} = \frac{3}{2} \text{ सेमी०}$$

$$\therefore 1 \text{ बटन का क्षेत्रफल} = \pi r^2$$

$$= \frac{22}{7} \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{22}{7} \times \frac{9}{4}$$

$$= \frac{99}{14} \text{ सेमी०}^2$$

$$\therefore 64 \text{ वृत्ताकार बटनों का क्षेत्रफल} = 64 \times \left(\frac{99}{14} \right)$$

$$= 452.57 \text{ सेमी}^2$$

अतः शेष प्लेट का क्षेत्रफल = आयताकार प्लेट का क्षेत्रफल

– 64 वृत्ताकार बटन का क्षेत्रफल

$$= 864 - 452.57$$

$$= 411.43 \text{ सेमी}^2$$

4. बड़े वृत्त की त्रिज्या = $63 + 7 = 70$ मी०

छोटे वृत्त की त्रिज्या = 63 मी०

अतः सड़क का क्षेत्रफल = बड़े वृत्त का क्षेत्रफल

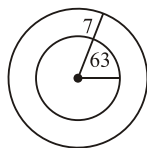
– छोटे वृत्त का क्षेत्रफल

$$= \pi R^2 - \pi r^2 = \pi (R^2 - r^2)$$

$$= \pi [70^2 - 63^2]$$

$$= \frac{22}{7} \times (70 + 63)(70 - 63)$$

$$= \frac{22}{7} \times 133 \times 7 = 2926 \text{ मी}^2$$



5.

चाप की लम्बाई = $\frac{\text{कोण}}{360^\circ} \times \text{वृत्त की परिधि}$

$$22 = \frac{18}{360^\circ} \times C$$

$$\frac{22 \times 360}{18} = C$$

$$440 = C$$

$\therefore$ वृत्त की परिधि (C) = 440 मी०

6. माना पहले वृत्त का क्षेत्रफल = A

तो दूसरे वृत्त का क्षेत्रफल = $100A$

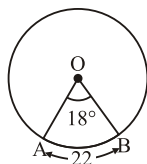
$$C_1 : C_2 = ?$$

$$\text{पहले वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r_1^2$$

$$\Rightarrow A = \pi r_1^2$$

$$\text{दूसरे वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r_2^2$$

$$\Rightarrow 100A = \pi r_2^2$$



$$\therefore C_2 : C_1 = \frac{C_2}{C_1} = \frac{2\pi r_2}{2\pi r_1} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{\sqrt{\frac{100A}{\pi}}}{\sqrt{\frac{A}{\pi}}} = \frac{10\sqrt{\frac{A}{\pi}}}{\frac{\sqrt{A}}{\pi}} = 10:1$$

7. लकड़ी के खम्भे का व्यास = 49 सेमी०

$$\therefore \text{खम्भे की त्रिज्या } (r) = \frac{\text{व्यास}}{2} = \frac{49}{2} \text{ सेमी०}$$

$$\begin{aligned} \text{खम्भे की परिधि} &= 2\pi r \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{49}{2} = 154 \text{ सेमी०} \end{aligned}$$

$\therefore$ 300 चक्कर में रस्सी की लम्बाई = 300×154

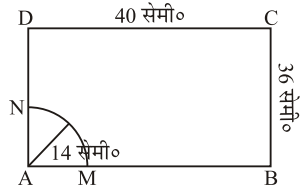
$$= 46200 \text{ सेमी०} = \frac{46200}{100} \text{ मीटर} = 462 \text{ मीटर}$$

8. रस्सी की लम्बाई = 14 मी०

चित्रानुसार, त्रिज्याखण्ड MAN का क्षेत्रफल

ही चरा गया क्षेत्र होगा।

वृत्त AM की त्रिज्या = $AN = 14$ मी०



$$\begin{aligned} \therefore \text{त्रिज्या खण्ड } AMN \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{\angle MAN}{360} \times \pi r^2 \\ &= \frac{90}{360} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \quad [\because \angle MAN = 90^\circ] \\ &= 154 \text{ मी०}^2 \end{aligned}$$

अतः गाय द्वारा चरा गया क्षेत्रफल = 154 मी०^2 होगा।

$$\begin{aligned} 9. \text{ चाप की लम्बाई} &= \frac{n}{360} \times 2\pi r \\ &= \frac{60^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 14 = \frac{308}{21} = 14 \frac{14}{21} = 14 \frac{2}{3} \text{ सेमी०} \end{aligned}$$

10. माना $r_1 : r_2 = 3 : 4$

$$\therefore C_1 : C_2 = \frac{C_1}{C_2} = \frac{2\pi r_1}{2\pi r_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{3}{4} = 3:4$$

प्रश्नावली 15.1

1. आयताकार पानी की टंकी का आयतन

$$\begin{aligned}
 &= (l \times b \times h) \text{ घन मी०} \\
 &= 5 \times 3.4 \times 1.6 \text{ घन मी०} \\
 &= 27.2 \text{ घन मी०} \\
 &= 27.2 \times 1000 \text{ ली० } [\because 1 \text{ घन मी०} = 1000 \text{ ली०}] \\
 &= 27200 \text{ ली०}
 \end{aligned}$$

2. बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ =
- $2\pi r(h+r)$
- वर्ग ईकाई

$$\begin{aligned}
 &= 2 \times \frac{22}{7} \times 10.5 \times (18 + 10.5) \\
 &= \frac{44}{7} \times 10.5 \times 28.5 = 44 \times 1.5 \times 28.5 \\
 &= 1881 \text{ सेमी}^2
 \end{aligned}$$

3. माना
-
- और

$$d_1 : d_2 = 2 : 3$$

$$v_1 = v_2$$

 $\Rightarrow$

$$\pi r_1^2 h_1 = \pi r_2^2 h_2$$

 $\Rightarrow$

$$r_1^2 h_1 = r_2^2 h_2$$

 $\Rightarrow$

$$\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 h_1 = \left(\frac{d_2}{2}\right)^2 h_2$$

 $\Rightarrow$

$$\frac{d_1^2}{4} h_1 = \frac{d_2^2}{4} h_2$$

 $\Rightarrow$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{h_2}{h_1}$$

 $\Rightarrow$

$$\frac{4}{9} = \frac{h_2}{h_1}$$

 $\Rightarrow$

$$h_1 : h_2 = 9 : 4$$

4. कुएँ से निकली मिट्टी का आयतन = आयताकार प्लेटफार्म का आयतन

$$\pi R^2 H = l \times b \times h$$

$$\frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2 \times 20 = 22 \times 14 \times h$$

$$\left[\because \text{त्रिज्या } (R) = \frac{\text{व्यास}}{2} = \frac{7}{2} \text{ मीटर} \right]$$

$$\frac{22}{7} \times \frac{7 \times 7}{2 \times 2} \times 20 = 22 \times 14 \times h$$

$$35 = 14h$$

$$h = \frac{35}{14} = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ मीटर}$$

5. बेलन का आयतन = (आधार का क्षेत्रफल) $\times$ ऊँचाई
 $= (154) \times 25 = 3850 \text{ सेमी}^3$

6. 14 सेमी० चौड़े आयत को चौड़ाई के परितः घुमाने पर, बेलन के आधार का परिमाप

$$(2\pi r) = 14$$

$$\Rightarrow 2 \times \frac{22}{7} \times r = 14$$

$$\Rightarrow r = \frac{7 \times 14}{2 \times 22} = \frac{49}{22} \text{ सेमी०}$$

$$\text{बेलन की ऊँचाई} = \text{आयत की लम्बाई} = 34 \text{ सेमी०}$$

$$\therefore \text{बेलन का वक्रपृष्ठ} = 2\pi rh = 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{49}{22} \times 34$$

$$= 14 \times 34 = 476 \text{ सेमी०}^3$$

7. माचिस की 1 डिब्बी का आयतन $= l \times b \times h = 4 \times 2.5 \times 1.5 = 15 \text{ सेमी०}^3$
 $\therefore$ माचिस की 144 डिब्बियों का आयतन $= 144 \times 15 = 2160 \text{ सेमी०}^3$

8. बेलन का कुल पृष्ठ क्षेत्रफल $= 264 \text{ सेमी०}^2$

$$\Rightarrow 2\pi r(h+r) = 264 \text{ सेमी०}^2 \dots (i)$$

$$\text{तथा} \quad h+r = 21 \text{ सेमी०} \dots (ii)$$

समी० (ii) से, $h+r$ का मान समी० (i) में रखने पर

$$2 \times \frac{22}{7} \times r \times 21 = 264$$

$$r = \frac{264 \times 7}{44 \times 21} = \frac{42}{21}$$

$$r = 2 \text{ सेमी०}$$

$$\therefore h + 2 = 21$$

$$\Rightarrow h = 21 - 2 = 19 \text{ सेमी०}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{बेलन का आयतन} &= \pi r^2 h \\ &= \frac{22}{7} \times 2 \times 2 \times 19 = \frac{1672}{7} \text{ सेमी०}^3 \end{aligned}$$

9. माना बाल्टी में पानी h सेमी० ऊँचाई तक ऊपर चढ़ेगा।

$\therefore$ आयताकार ठोस का आयतन = बेलनाकार बाल्टी के पानी का आयतन

$$l \times b \times h = \pi r^2 h$$

$$28 \times 11 \times 10 = \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times h \quad [\because r = 14 \text{ सेमी०}]$$

$$h = \frac{28 \times 11 \times 10}{22 \times 2 \times 14} = 5 \text{ सेमी०}$$

10.

$$\text{बेलन का व्यास} = 28 \text{ सेमी०}$$

$$\text{बेलन की त्रिज्या} = \frac{\text{व्यास}}{2}$$

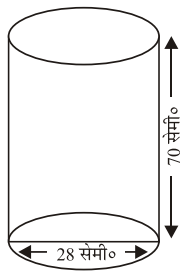
$$= \frac{28}{2} = 14 \text{ सेमी०}$$

$$\text{बेलन की ऊँचाई} = 70 \text{ सेमी०}$$

$$\text{बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 2\pi r(h + r)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times (70 + 14)$$

$$= 44 \times 2 \times 84 = 7392 \text{ सेमी०}^2$$



$$11. \text{बेलन की परिधि} = 2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 10 = 62.85 \cong 62.86 \text{ सेमी०}$$

$$1 \text{ चक्कर लपेटने में तार की लम्बाई} = \text{बेलन की परिधि} = 62.86 \text{ सेमी०}$$

$$\text{तार का व्यास} = 4 \text{ मिमी} = \frac{4}{10} \text{ सेमी०} = 0.4 \text{ सेमी०}$$

तथा त्रिज्या $= \frac{0.4}{2} = 0.2$ सेमी०, बेलन की लम्बाई (ऊँचाई) $= 24$ सेमी०

∴ बेलन के सम्पूर्ण वक्रपृष्ठ को ढकने के लिए,

$$\text{तार के लपेटों की कुल संख्या} = \frac{\text{बेलन की ऊँचाई}}{\text{तार का व्यास}} = \frac{24 \text{ सेमी०}}{0.4 \text{ सेमी०}} = 60$$

अब 60 लपेटों (चक्करो) में तार की कुल लम्बाई

$$= 60 \times \text{बेलन की परिधि} = 60 \times 62.86 = 3771.60 \text{ सेमी०}$$

प्रश्नावली 15.2

1. शंकु की तिर्यक ऊँचाई (l) $= 12$ सेमी०

शंकु के आधार की त्रिज्या (r) $= 9$ सेमी०

शंकु का वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi r l$

$$= \frac{22}{7} \times 9 \times 12 = \frac{2376}{7} = 339.42 \text{ सेमी०}^2$$

2. $r = 7$ सेमी०, $h = 24$ सेमी०

$$l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{(7)^2 + (24)^2} = \sqrt{49 + 576} = \sqrt{625} = 25 \text{ सेमी०}$$

$$\therefore \text{शंकु का वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल} = \pi r l = \frac{22}{7} \times 7 \times 25 = 22 \times 25$$

$$= 550 \text{ सेमी०}^2$$

3. शंकु का वक्रपृष्ठ $= 352$ सेमी०²

तिर्यक ऊँचाई (l) $= 16$ सेमी०

शंकु का वक्रपृष्ठ $= \pi r l$

$$352 = \frac{22}{7} \times r \times 16$$

$$r = \frac{352 \times 7}{22 \times 16} = 7$$

∴ आधार की त्रिज्या $= 7$ सेमी०

शंकु का सम्पूर्ण पृष्ठ $= \pi r (l + r)$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times (16 + 7) = 22 \times 23 = 506 \text{ सेमी०}^2$$

4. शंकु के आधार की त्रिज्या $= 3.5$ मीटर,

$$\text{ऊँचाई} = 12 \text{ मीटर}$$

$$\begin{aligned}\text{शंकु का आयतन} &= \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 \times 12 \\ &= \frac{1078}{7} = 154 \text{ मीटर}^3\end{aligned}$$

5.

$$h = 48 \text{ सेमी},$$

$$\text{व्यास} = 28 \text{ सेमी}$$

$$\text{त्रिज्या} = \frac{\text{व्यास}}{2} = \frac{28}{2} \text{ सेमी}$$

$$= 14 \text{ सेमी}$$

$$\text{तिर्यक ऊँचाई (l)} = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$= \sqrt{(48)^2 + (14)^2}$$

$$= \sqrt{2304 + 196} = \sqrt{2500} = 50 \text{ मीटर}$$

$$\text{शंकु का आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times 48$$

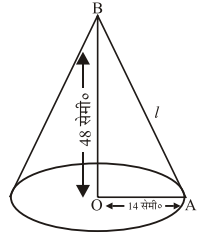
$$= 22 \times 14 \times 32 = 9856 \text{ सेमी}^3$$

$$\text{शंकु का वक्रपृष्ठ} = \pi r l = \frac{22}{7} \times 14 \times 50 = 22 \times 2 \times 50$$

$$= 2200 \text{ सेमी}^2$$

$$\text{शंकु का सम्पूर्ण पृष्ठ} = \pi r(l + r) = \frac{22}{7} \times 14 \times (50 + 14)$$

$$= 22 \times 2 \times 64 = 2816 \text{ सेमी}^2$$



6.

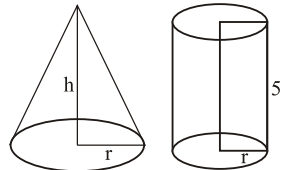
पिघले हुए शंकु का आयतन = बेलन का आयतन

$$\frac{1}{3} \pi r^2 h = \pi r^2 h [\because \text{दोनों की त्रिज्याएँ समान हैं}]$$

$$\frac{1}{3} \times h = 5$$

$$h = 5 \times 3$$

$$h = 15 \text{ सेमी}$$



7.

⇒

$$D = 14 \text{ सेमी०}$$

$$R = \frac{D}{2} = \frac{14}{2}$$

$$= 7 \text{ सेमी०}$$

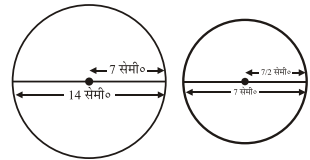
$$d = 7 \text{ सेमी०}$$

⇒

$$r = \frac{d}{2} = \frac{7}{2} \text{ सेमी०}$$

$$\frac{\text{बड़े गुब्बारे का पृष्ठीय क्षेत्रफल}}{\text{छोट गुब्बारे का पृष्ठीय क्षेत्रफल}} = \frac{4\pi R^2}{4\pi r^2} = \frac{R^2}{r^2} = \frac{(7)^2}{\left(\frac{7}{2}\right)^2} = \frac{49}{\left(\frac{49}{4}\right)}$$

$$= \frac{49 \times 4}{49} = \frac{4}{1} = 4 : 1$$



8.

$$\text{गोले का व्यास} = 7 \text{ सेमी०}$$

$$\text{गोले की त्रिज्या} = \frac{\text{व्यास}}{2} = \frac{7}{2} \text{ सेमी०}$$

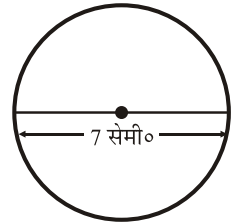
$$\text{पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 4\pi r^2$$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}$$

$$= 154 \text{ सेमी०}^2$$

$$\text{और आयतन} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} = 179.67 \text{ सेमी०}^3$$



9.

$$\text{शंकु के आधार की त्रिज्या } (r) = 3.5 \text{ सेमी०}, h = 12 \text{ सेमी}$$

∴

$$l = \sqrt{r^2 + h^2}$$

$$= \sqrt{(3.5)^2 + 12^2} = \sqrt{156.25} = 12.5 \text{ सेमी०}$$

$$\text{शंकु का वक्रपृष्ठ} = \pi r l = \frac{22}{7} \times 3.5 \times 12.5 = 137.5 \text{ सेमी०}^2$$

$$\begin{aligned}\text{शंकु का आयतन} &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 \times 12 = 154 \text{ सेमी}^3\end{aligned}$$

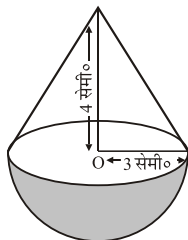
10.

$$\text{त्रिज्या} = r = 3 \text{ सेमी}^{\circ}$$

$$\text{ऊँचाई} = h = 4 \text{ सेमी}^{\circ}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{तिर्यक ऊँचाई } (l) &= \sqrt{r^2 + h^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 4^2} \\ &= \sqrt{25} = 5 \text{ सेमी}^{\circ}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{शंकु का वक्रिय पृष्ठ} &= \pi r l \\ &= \frac{22}{7} \times 3 \times 5 = \frac{330}{7} \text{ सेमी}^{\circ 2}\end{aligned}$$



अर्द्ध गोले के वक्रिय पृष्ठ का क्षेत्रफल

$$= 2\pi r^2 = 2 \times \frac{22}{7} \times 3 \times 3 = \frac{396}{7} \text{ सेमी}^{\circ 2}$$

$$\text{खिलौने का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल} = \left(\frac{330}{7} + \frac{396}{7} \right) = \frac{726}{7} \text{ सेमी}^{\circ 2}$$

$$\text{खिलौने पर सफेदी कराने की दर} = ₹ \frac{15}{1000} \text{ प्रति वर्ग सेमी}^{\circ}$$

$$\text{खिलौने पर सफेदी का व्यय धन} = \frac{726}{7} \times \frac{15}{1000} = ₹ 1.56$$

11.

$$h = 10 \text{ मी}^{\circ},$$

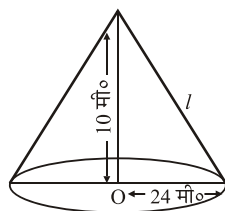
$$r = 24 \text{ मी}^{\circ}$$

$$\begin{aligned}l &= \sqrt{h^2 + r^2} \\ &= \sqrt{10^2 + 24^2} \\ &= \sqrt{100 + 576} \\ &= \sqrt{676}\end{aligned}$$

$$\therefore l = 26 \text{ मी}^{\circ}$$

$$\text{तम्बू में लगे कैनवास का क्षेत्रफल} = \pi r l$$

$$= \frac{22}{7} \times 24 \times 26 = \frac{13728}{7} = 1961.14 \text{ मी}^{\circ 2}$$



$$\therefore 1 \text{ मी}^2 \text{ कैनवास का मूल्य} = ₹ 80$$

$$\therefore 1961.14 \text{ मी}^2 \text{ कैनवास का मूल्य} = ₹ 80 \times 1961.14 = ₹ 156891.20$$

12. अर्द्धगोलीय कटौरी की भीतरी त्रिज्या (r) = 4.5 सेमी०

$$\text{अर्द्धगोलीय कटौरी का आयतन} = \frac{2}{3} \pi r^3$$

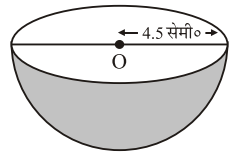
$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times (4.5)^3$$

$$= \frac{44 \times 4.5 \times 4.5 \times 4.5}{3 \times 7}$$

$$= \frac{4009.5}{21} = 190.92 \text{ सेमी}^3 = \frac{190.92}{100} \text{ ली०}$$

$$\left[\because 1 \text{ सेमी}^3 = \frac{1}{100} \text{ लीटर} \right]$$

$$= 1.9092 \text{ ली०}$$



13. माना गोलियाँ बनाई जा सकती है।

$$\therefore n = \frac{8 \text{ सेमी त्रिज्या वाले गोले का आयतन}}{1 \text{ सेमी त्रिज्या वाले गोले का आयतन}} = \frac{\frac{4}{3} \pi (8)^3}{\frac{4}{3} \pi (1)^3} = \frac{8^3}{1^3} = \frac{512}{1} = 512$$

अतः अभीष्ट गोलियों की संख्या = 512

14. माना तीसरी गेंद का व्यास = d_3

$$\therefore \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi r_1^3 + \frac{4}{3} \pi r_2^3 + \frac{4}{3} \pi r_3^3$$

$$\frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi (r_1^3 + r_2^3 + r_3^3)$$

$$R^3 = r_1^3 + r_2^3 + r_3^3$$

$$\left(\frac{D}{2} \right)^3 = \left(\frac{d_1}{2} \right)^3 + \left(\frac{d_2}{2} \right)^3 + \left(\frac{d_3}{2} \right)^3$$

$$\left[\because \text{त्रिज्या} = \frac{\text{व्यास}}{2} \right]$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \left(\frac{3}{2 \times 2}\right) + \left(\frac{2}{2}\right)^3 + \left(\frac{d_3}{2}\right)^3$$

$$\frac{27}{8} = \frac{27}{64} + 1 + \left(\frac{d_3}{2}\right)^3$$

$$\frac{27}{8} - \frac{27}{64} - 1 = \frac{d_3^3}{8}$$

$$\frac{216 - 27 - 64}{64} = \frac{d_3^3}{8}$$

$$\frac{125}{64} \times 8 = d_3^3$$

$$\frac{125}{8} = d_3^3$$

$$\sqrt[3]{\frac{125}{8}} = d_3$$

$$\frac{5}{2} = d_3$$

$$\therefore d_3 = \frac{5}{2} \text{ सेमी} \circ$$

15. कटोरे की बाहरी त्रिज्या (R) = 4.5 सेमी०

कटोरे की आन्तरिक त्रिज्या (r) = 4.5 - 0.5 = 4.0 सेमी०

$\therefore$ अर्द्धगोलीय कटोरे को बनाने में प्रयुक्त इस्पात का आयतन

$$= \frac{2}{3} \pi (R^3 - r^3)$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times (4.5^3 - 4^3)$$

$$= \frac{44}{21} \times (91.125 - 64)$$

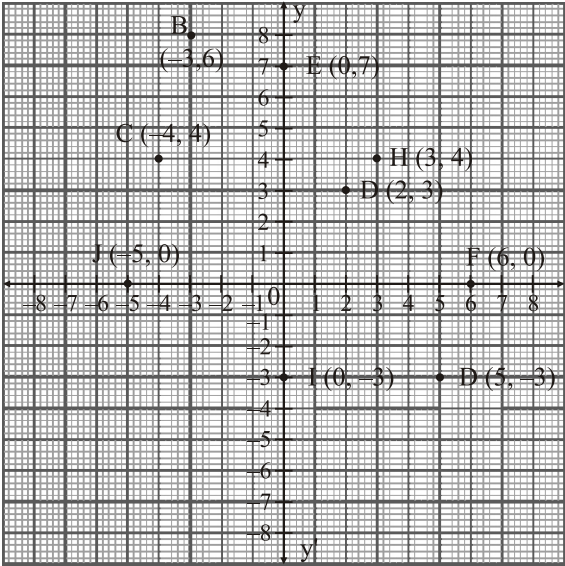
$$= \frac{44 \times 27.125}{21}$$

$$= 56.83 \text{ सेमी} \circ^3$$

प्रश्नावली 16.1

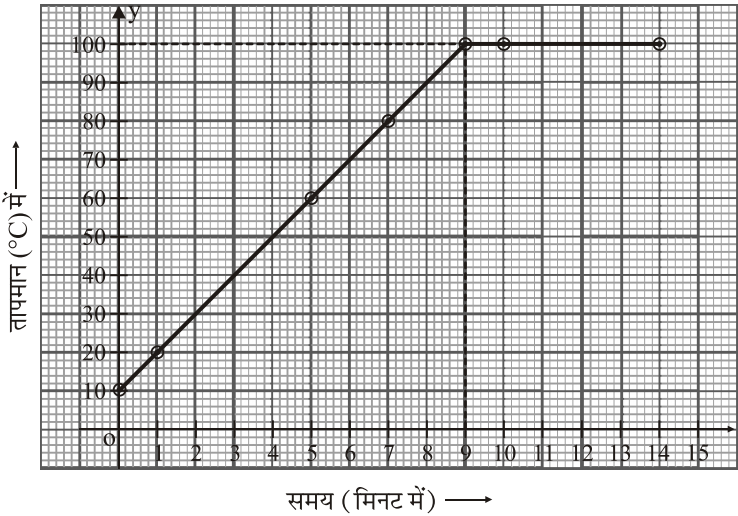
1. X -अक्ष पर स्थित बिन्दु : (i), (iv), (v), (viii)
2. Y -अक्ष पर स्थित बिन्दु : (i), (ii), (iii), (vi), (viii)
3. (i) बिन्दु (5, 8) का X -निर्देशांक = 5
 (ii) बिन्दु (-2, 6) का X -निर्देशांक = -2
 (iii) बिन्दु (9, 12) का X -निर्देशांक = 9
 (iv) बिन्दु (0, -3) का X -निर्देशांक = 0
 (v) बिन्दु (2, 0) का X -निर्देशांक = 2
 (vi) बिन्दु (5, -3) का X -निर्देशांक = 5
 (vii) बिन्दु (0, 3) का X -निर्देशांक = 0
 (viii) बिन्दु (-2, 0) का X -निर्देशांक = -2
4. (i) बिन्दु (6, 9) का Y -निर्देशांक = 9
 (ii) बिन्दु (-3, 7) का Y -निर्देशांक = 7
 (iii) बिन्दु (3, -9) का Y -निर्देशांक = -9
 (iv) बिन्दु (2, -4) का Y -निर्देशांक = -4
 (v) बिन्दु (2, 0) का Y -निर्देशांक = 0
 (vi) बिन्दु (5, -3) का Y -निर्देशांक = -3
 (vii) बिन्दु (-3, 4) का Y -निर्देशांक = 4
 (viii) बिन्दु (-5, 0) का Y -निर्देशांक = 0
5. (i) अभीष्ट निर्देशांक = (भुज, कोटि) = (3, -2)
 (ii) अभीष्ट निर्देशांक = (भुज, कोटि) = (2, 0)
 (iii) अभीष्ट निर्देशांक = (भुज, कोटि) = (0, -3)
 (iv) अभीष्ट निर्देशांक = (भुज, कोटि) = (-4, -3)
 (v) अभीष्ट निर्देशांक = (भुज, कोटि) = (-5, 3)
 (vi) अभीष्ट निर्देशांक = (भुज, कोटि) = (4, 4)
6. (i) (-4, 8) = द्वितीय चतुर्थांश (ii) (8, -3) = चतुर्थ चतुर्थांश
 (iii) (-5, -8) = तृतीय चतुर्थांश (iv) (2, 4) = प्रथम चतुर्थांश
7. (i) $A(4, 1)$ (ii) $B(-3, 3)$ (iii) $C(-4, -4)$
 (iv) $D(2, -3)$ (v) $E(0, 5)$ (vi) $F(-3, 0)$

8.



प्रश्नावली 16.2

1.



(i) $t = 7$ मिनट

तब तापमान $= 80^{\circ}\text{C}$

(ii) $\therefore$ 12 मिनट बाद तापमान स्थिर रहेगा।

अतः 12 मिनट बाद तापमान $= 100^{\circ}\text{C}$

(iii) ग्राफ के अनुसार 6 मिनट

बाद तापमान 70°C होगा।

(iv) ग्राफ अनुसार 9 मिनट बाद तापमान स्थिर हो जाता है वह अपने अधिकतम तापमान 100° पर स्थित होता है।

2. (i) आधे घण्टे में चली गई दूरी $= 10$ किमी०

अतः चाल $= \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} = \frac{10}{5}$ किमी/घण्टा

$$= \frac{100}{5} = 20 \text{ किमी/घण्टा}$$

(ii) वह आधे घण्टे बाद 15 मिनट के लिए आराम करता है।

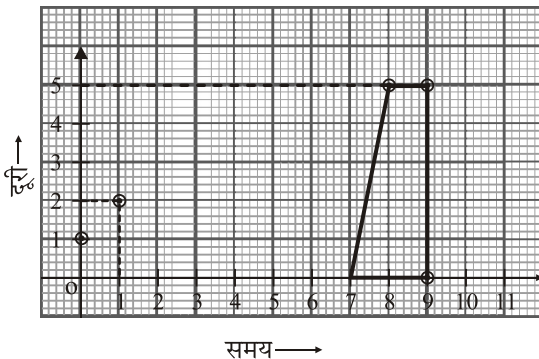
(iii) अगले आधे घण्टे में तय की गई दूरी $= 10$ किमी०

(iv) अगले $\frac{3}{4}$ घण्टे में तय की गई दूरी $= 20$ किमी०

समय $= \frac{3}{4}$ घण्टे

तब औसत चाल $= \frac{20}{3} \times 4 = \frac{80}{3}$ किमी/घण्टा $= 26\frac{2}{3}$ किमी/घण्टा

3.



(i) वह बाजार 8 बजे प्रातः पहुँची।

(ii) वह बाजार पौन घण्टा $\left(\frac{3}{4}\right)$ ठहरी।

(iii) पैदल तय की गई दूरी = 5 किमी०

समय = 1 घण्टा

$$\text{तब पैदल की चाल} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} = \frac{5}{1} = 5 \text{ किमी/घण्टा}$$

(iv) उसने बस से 5 किमी० दूरी तय की।

(v) बस द्वारा तय की गई दूरी = 5 किमी०

बस द्वारा लिया गया समय = 15 मिनट या $\frac{1}{4}$ घण्टा

$$\text{तब बस की चाल} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} = \frac{5 \times 4}{1} = 20 \text{ किमी० 1 घण्टा}$$

4. स्वयं कीजिए।

17

आँकड़ों का प्रबंधन

प्रश्नावली 17

- (i) आँकड़े—ये एक विशेष प्रकार के विश्लेषण से सम्बद्ध आँकिक तथ्यों का संग्रहण है।
(ii) प्रसार—प्रेक्षणों के उच्चतम तथा न्यूनतम मानों में अन्तर आँकड़ों (अथवा प्रेक्षणों) का प्रसार कहलाता है।
(iii) आवृत्ति—आँकड़ों में कोई विशेष प्रेक्षण जितनी बार आता है। वह उसकी आवृत्ति कहलाती है।
- समान्तर माध्य—आँकड़ों का समान्तर माध्य उनका औसत होता है। इसकी गणना निम्न प्रकार करते हैं।

$$\text{समान्तर माध्य} = \frac{\text{समस्त प्रेक्षणों का योग}}{\text{प्रेक्षणों की कुल संख्या}}$$

- प्रेक्षणों की संख्या = 8

$$\text{प्रेक्षणों का योग} = 20 + 25 + 40 + 50 + 55 + 60 + 70 + 32 = 352$$

$$\text{माध्य} = \frac{\text{प्रेक्षणों का योग}}{\text{प्रेक्षणों की कुल संख्या}} = \frac{352}{8} = 44$$

4. प्रथम 10 प्राकृतिक संख्याएँ—1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

∴ प्रेक्षकों की संख्या = 10

प्रेक्षकों का योग = $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10=55$

∴ माध्य = $\frac{\text{प्रेक्षकों का योग}}{\text{प्रेक्षकों की कुल संख्या}} = \frac{55}{10} = 5.5$

5. प्रथम 10 विषम संख्याएँ 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19

∴ प्रेक्षकों की संख्या = 10

प्रेक्षकों का योग = $1+3+5+7+9+11+13+15+17+19=100$

∴ माध्य = $\frac{\text{प्रेक्षकों का योग}}{\text{प्रेक्षकों की कुल संख्या}} = \frac{100}{10} = 10$

6. समान्तर माध्य = $\frac{\text{प्रेक्षकों का योग}}{\text{प्रेक्षकों की कुल संख्या}}$
 $12 = \frac{25+10+x+8+5}{5}$

$$12 \times 5 = 48 + x$$

$$60 - 48 = x$$

$$\Rightarrow x = 12$$

7. प्रश्न 6. की भाँति स्वयं कीजिए।

8.

ऊँचाई (सेमी में) (x)	लड़कों की संख्या (f)	गुणन f (x)
140	5	$140 \times 5 = 700$
145	6	$145 \times 6 = 870$
150	8	$150 \times 8 = 1200$
155	4	$155 \times 4 = 620$
160	1	$160 \times 1 = 160$
165	1	$165 \times 1 = 165$
	योग = 25	3715

$$\text{ध्यमान ऊँचाई} = \frac{\text{प्रेक्षण तथा आवृत्ति के गुणनों का योग}}{\text{लड़कों की कुल संख्या}}$$

$$(\text{आवृत्ति}) = \frac{3715}{25} = 148.6 \text{ सेमी}^{\circ}$$

9. प्रश्न 8. की भाँति करें। [उत्तर: ₹ 80.20]

10. आवृत्ति वितरण तालिका

भार क्रिया	50	52	54	56	60
टैली चिन्ह					
बच्चों की संख्या	5	8	3	3	1

11. आवृत्ति तालिका

वर्ग अन्तराल	टैली	बच्चों की संख्या (आवृत्ति)
0-2		6
2-4		12
4-6		9
6-8		3

12.

ऊँचाई (सेमी)	टैली	छात्रों की संख्या
120-130		5
130-140		10
140-150		5
150-160		5

13. माना वर्ग-अन्तराल (10-20), (20-30), (30-40), (40-50)

पैट्रोल	10-20	20-30	30-40	40-50
टैली	III	IIII III	IIII III	I
स्कूटरों की संख्या	3	8	8	1

14. (i) वर्ग-आकार = $47.5 - 42.5 = 5.0$

$$\begin{aligned}\text{प्रथम वर्ग की निम्न सीमा} &= 42.5 - \frac{5}{2} \\ &= 42.5 - 2.5 \\ &= 40\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{प्रथम वर्ग की उच्च सीमा} &= 42.5 + \frac{5}{2} \\ &= 42.5 + 2.5 = 45\end{aligned}$$

(ii) अतः प्रथम वर्ग अन्तराल (40-45) होगा।

इसी प्रकार, अन्य वर्ग-अन्तराल होंगे,

(40-45), (45-50), (50-56), (55-60), (60-65)

15. वर्ग-आकार = $65 - 55 = 10$

$$\begin{aligned}\text{प्रथम वर्ग की निम्न सीमा} &= 55 - \frac{10}{2} \\ &= 55 - 5 \\ &= 50\end{aligned}$$

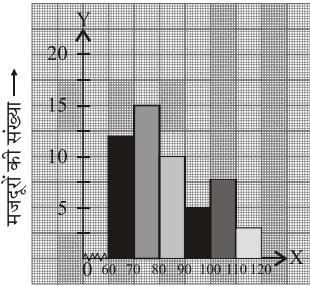
$$\begin{aligned}\text{प्रथम वर्ग की उच्च सीमा} &= 55 + \frac{10}{2} \\ &= 55 + 5 \\ &= 60\end{aligned}$$

अतः प्रथम वर्ग (50-60) होगा।

इसी प्रकार, अन्य वर्ग-सीमाएँ होंगे,

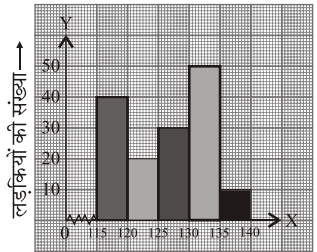
(50-60), (60-70), (70-80), (80-90), (90-100), (100-110)

16.



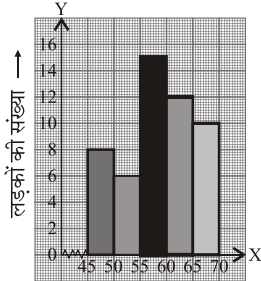
वर्ग अंतराल (मजदूरी प्रतिदिन) →

17. चूँकि (130-135) ऊँचाई वालों वर्ग से सम्बद्ध आयत की ऊँचाई सबसे अधिक है, अतः समूह वर्ग (130-135) सर्वाधिक सामान्य है। इसी प्रकार (135-140) वाला वर्ग से सम्बद्ध आयत की ऊँचाई सबसे कम है



ऊँचाई (सेमी) →

18.



भार (किग्रा) →

- भार समूह (55-60) में लड़कों की संख्या अधिकतम (15) है।
- लड़कों की कुल संख्या = $8 + 6 + 15 + 12 + 10 = 51$
- लड़कों की कम-से-कम संख्या वाला भार समूह = (50-55)
- वर्ग-आकार = $50 - 45 = 5$
वर्ग-अंक = $\frac{45 + 50}{2} = \frac{95}{2} = 47.5$

प्रश्नावली 18

1. सम्भव परिणामों की कुल संख्या = 6

(i) सम संख्या 2, 4, 6 हैं।

अतः सम संख्याएँ आने के अनुकूल परिणाम = 3

∴ सम संख्या होने की प्रायिकता

$$= \frac{\text{सम संख्या आने के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

(ii) अभाज्य संख्याएँ 2, 3, 5

अभाज्य संख्याओं की संख्या = 3

∴ अभाज्य संख्या होने की प्रायिकता

$$= \frac{\text{अभाज्य संख्याओं की संख्या}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

(iii) अभाज्य संख्या नहीं हैं = 4, 6

अर्थात् अनुकूल परिणाम = 2

∴ एक अभाज्य संख्या नहीं होने की प्रायिकता = $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

(iv) 4 से बड़ी संख्याएँ = 5, 6

अर्थात् अनुकूल परिणाम = 2

∴ 4 से बड़ी एक संख्या = $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

(v) 4 से छोटी संख्याएँ = 1, 2, 3

अनुकूल परिणाम = 3

∴ 4 से छोटी संख्या होने की प्रायिकता = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

2. हरे रंग के त्रिज्या खण्ड = 3

नील रंग के त्रिज्याखण्ड = 1

लाल रंग के त्रिज्याखण्ड = 1

कुल त्रिज्या खण्ड = 3 + 1 + 1 = 5

$$\therefore \text{नीले त्रिज्याखण्ड प्राप्त होने की प्रायिकता} = \frac{1}{5}$$

3. (i) इक्कों की कुल संख्या = 4
गड्डी में पत्तों की कुल संख्या = 52

$\therefore$ एक इक्का प्राप्त करने की

$$\begin{aligned} \text{प्रायिकता} &= \frac{\text{इक्कों की कुल संख्या}}{\text{गड्डी में पत्तों की कुल संख्या}} \\ &= \frac{4}{52} = \frac{1}{13} \end{aligned}$$

3 प्राप्त करने के अनुकूल अवसर = 1

(ii) अभीष्ट प्रायिकता = $\frac{1}{8}$

(iii) स्वर प्राप्त करने के अनुकूल अवसर (परिणाम) = 5

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता = $\frac{5}{26}$

(iv) विषम संख्याओं की संख्या = 3

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

(v) कुल गेंदे = $6 + 4 = 10$
पीली गेंद = 4

$\therefore$ 4 पीली गेंद निकालने की प्रायिकता = $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

(vi) लाल पत्तों की कुल संख्या = $13 + 13 = 26$
कुल पत्तों की संख्या = 52

$\therefore$ लाल पत्ता प्राप्त करने की प्रायिकता = $\frac{26}{52} = \frac{1}{2}$

4. (i) असम्भव (ii) निश्चित (iii) बहुत सम्भावित
(iv) सम सम्भावित (v) सम सम्भावित (vi) निश्चित
(vii) सम सम्भावित (viii) अति सम्भावित

5. स्वयं कीजिए।

